

# Extremale egalitäre Gewichte auf $\mathbb{Z}_m$

Daniel Mohr

13. Juli 2003

|                      |                                                           |
|----------------------|-----------------------------------------------------------|
| Diplomarbeit an der: | Technische Universität München<br>Fakultät für Mathematik |
| Aufgabensteller:     | Dr. Thomas Honold                                         |
| Betreuer:            | Dr. Thomas Honold                                         |
| Autor:               | Daniel Mohr                                               |
| Abgabetermin:        | 15.07.2003                                                |

Ich erkläre hiermit, daß ich die Diplomarbeit selbständig und nur mit den angegebenen Hilfsmitteln angefertigt habe.

---

(Ort, Datum, Unterschrift)

# Inhaltsverzeichnis

|                                                        |           |
|--------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1. Definitionen</b>                                 | <b>6</b>  |
| <b>2. Einfache Aussagen über Gewichte</b>              | <b>9</b>  |
| <b>3. Gewichte als Punkt im Polyeder</b>               | <b>14</b> |
| 3.1. Definitionen . . . . .                            | 14        |
| 3.2. Reduzierung . . . . .                             | 15        |
| 3.2.1. Egalitärer Gewichtsvektor . . . . .             | 20        |
| 3.2.2. Vollständig egalitärer Gewichtsvektor . . . . . | 22        |
| 3.3. Ergebnis . . . . .                                | 23        |
| 3.3.1. Egalitärer Gewichtsvektor . . . . .             | 23        |
| 3.3.2. Vollständig egalitärer Gewichtsvektor . . . . . | 24        |
| 3.3.3. Eckenzahl des Polytops . . . . .                | 24        |
| 3.3.4. Zahlenbeispiel . . . . .                        | 25        |
| <b>4. Gewichte im Einzelnen - Beispiele</b>            | <b>30</b> |
| 4.1. per Hand berechnet . . . . .                      | 30        |
| 4.1.1. Gewichte für $m = 2$ . . . . .                  | 30        |
| 4.1.2. Gewichte für $m = 3$ . . . . .                  | 30        |
| 4.1.3. Gewichte für $m = 4$ . . . . .                  | 31        |
| 4.1.4. Gewichte für $m = 5$ . . . . .                  | 31        |
| 4.1.5. Gewichte für $m = 7$ . . . . .                  | 32        |
| 4.1.6. Gewichte für $m = 8$ . . . . .                  | 33        |
| 4.1.7. Gewichte für $m = 9$ . . . . .                  | 34        |
| 4.1.8. Gewichte für $m = 10$ . . . . .                 | 35        |
| 4.2. mit Hilfe des Computers berechnet . . . . .       | 37        |
| 4.2.1. Gewichte für $m = 11$ . . . . .                 | 38        |
| 4.2.2. Gewichte für $m = 13$ . . . . .                 | 39        |
| 4.2.3. Gewichte für $m = 14$ . . . . .                 | 41        |
| 4.2.4. Gewichte für $m = 15$ . . . . .                 | 41        |
| <b>5. Extrema</b>                                      | <b>43</b> |
| 5.1. Definitionen . . . . .                            | 43        |
| 5.2. Maximum . . . . .                                 | 45        |
| 5.2.1. Vereinfachungen . . . . .                       | 45        |
| 5.2.2. Simplex-Verfahren . . . . .                     | 47        |
| 5.3. Minimum . . . . .                                 | 50        |
| 5.4. Ergebnisse . . . . .                              | 50        |
| 5.4.1. Numerisch bestimmte Schranken . . . . .         | 50        |
| 5.4.2. Primzahlen . . . . .                            | 54        |

|                                                                                        |            |
|----------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 5.4.3. Abschätzungen und weitere Vereinfachungen . . . . .                             | 58         |
| 5.4.4. fremde Vermutungen . . . . .                                                    | 63         |
| 5.4.5. Beobachtungen . . . . .                                                         | 63         |
| <b>Anhang</b>                                                                          | <b>71</b>  |
| <b>A. Schranken, Beispielgewichte</b>                                                  | <b>71</b>  |
| A.1. Schranken, egalitär und vollständig egalitär . . . . .                            | 71         |
| A.1.1. fortlaufend, aufsteigend . . . . .                                              | 71         |
| A.1.2. $2 m$ . . . . .                                                                 | 82         |
| A.1.3. $3 m$ . . . . .                                                                 | 86         |
| A.1.4. $5 m$ . . . . .                                                                 | 88         |
| A.1.5. $7 m$ . . . . .                                                                 | 90         |
| A.1.6. $11 m$ . . . . .                                                                | 92         |
| A.1.7. $13 m$ . . . . .                                                                | 93         |
| A.1.8. $17 m$ . . . . .                                                                | 94         |
| A.1.9. $19 m$ . . . . .                                                                | 95         |
| A.1.10. $m$ mit 3 Primteilern . . . . .                                                | 96         |
| A.1.11. $m$ mit 4 Primteilern . . . . .                                                | 98         |
| A.1.12. $\min\zeta_{\text{egalitär}}$ für zusammengesetzte Zahlen . . . . .            | 99         |
| A.1.13. Minima für zusammengesetzte Zahlen . . . . .                                   | 101        |
| A.1.14. Minima für gerade Zahlen mit 2 Primteilern . . . . .                           | 108        |
| A.1.15. $\min\zeta_{\text{egalitär}}$ für Vielfache von 3 mit einer Primzahl . . . . . | 115        |
| A.1.16. $\min\zeta_{\text{egalitär}}$ für Produkt zweier Primzahlen . . . . .          | 116        |
| A.2. Schranken mit Beispielen und Richtungen . . . . .                                 | 121        |
| A.2.1. Minimum, egalitär . . . . .                                                     | 121        |
| A.2.2. Minimum, egalitär als Grafik . . . . .                                          | 132        |
| A.2.3. Maximum, egalitär . . . . .                                                     | 138        |
| A.2.4. Minimum, vollständig egalitär . . . . .                                         | 149        |
| A.2.5. Minimum, vollständig egalitär als Grafik . . . . .                              | 160        |
| A.2.6. Maximum, vollständig egalitär . . . . .                                         | 166        |
| <b>B. Literatur, Abbildungsverzeichnis</b>                                             | <b>177</b> |

## **Einleitung**

Nach einigen grundlegenden Definitionen der Funktionen im Besonderen von egalitären und vollständig egalitären Gewichten in Kapitel 1 werden in Kapitel 2 einige einfache Aussagen festgehalten. In Kapitel 3 wird dann jede Funktion anschaulich als Punkt im Polyeder aufgefasst. Es ergeben sich einige anschauliche Ergebnisse. Im Kapitel 4 werden dann die Polytope sogar gezeichnet und sollten damit zum Greifen nah werden. Bis hierher diene alles ausschließlich dem Kennenlernen der Funktionen. Im Kapitel 5 werden dann die Minima und Maxima genauer beleuchtet und es ergeben sich scharfe Schranken für diese Extrema.

Der rote Faden zieht sich in einem langen Strang, der dem Gedankengang des Findens von Extrema folgt, durch die Seiten. Ich hoffe am Anfang eines jeden Kapitels nochmals den Faden zeigen zu können - dazwischen hilft nur mitdenken.

Die in dieser Diplomarbeit numerisch berechneten Beispiele finden sich sowohl im Anhang als auch auf der beiliegenden CD. Auf der CD sind auch die erstellten Programme zu finden.

Ich möchte mich an dieser Stelle auch bei allen Menschen bedanken, die dem erstellen dieser Diplomarbeit im positiven Sinne dienlich waren. Alle Personen die sich angesprochen fühlen seien hiermit auf dieser Seite erwähnt. Besonders bedanken möchte ich mich bei meinem Betreuer Dr. Thomas Honold für dieses wunderschöne Thema. Auch muß ich alle Personen erwähnen, denen ich beim Kaffee in den Pausen meine Gedanken erzählen durfte - auch wenn diese Personen nicht zwangsweise mitgedacht haben, gab es mir die Möglichkeit alles nochmals möglichst einfach zu formulieren. Meine Freundin Christina Knappek war auch rund um die Uhr beteiligt.

## 1. Definitionen

In diesem Kapitel werden die grundlegenden Definition für die gesamte Arbeit gegeben. Auf diese Definition wird immer wieder zurückgegriffen. Sie mögen zwar trocken klingen, doch mit Kapitel 3 werden die Definition in den Beispielen von Kapitel 4 klar. Bereits Kapitel 2 bildet eine Anwendung der Definitionen, indem Eigenschaften festgehalten werden.

$\mathbb{Z}_m$  sei der (kommutative) Restklassenring der ganzen Zahlen modulo  $m$  mit  $2 \leq m \in \mathbb{N}$ .

**Definition 1.1 (Gewicht)**  $w : \mathbb{Z}_m \rightarrow \mathbb{R}$  heißt *Gewichtsfunktion* oder *Gewicht*, wenn:

$$(W I) \quad w(x) = 0 \iff x = 0$$

$$(W II) \quad \forall x \in \mathbb{Z}_m : w(-x) = w(x)$$

$$(W III) \quad \forall x, y \in \mathbb{Z}_m : w(x + y) \leq w(x) + w(y)$$

**Bemerkung 1.1** Es folgt als weitere Eigenschaft für ein Gewicht:

$$(1) \quad \forall x \in \mathbb{Z}_m : w(x) \geq 0$$

Wenn nur (W III) nicht erfüllt ist, dafür aber Gleichung (1) erfüllt ist, so heißt die Abbildung nach [6] *Fastgewicht*.

**Definition 1.2 (egalitäres Gewicht)**  $w : \mathbb{Z}_m \rightarrow \mathbb{R}$  heißt *egalitäres Gewicht*, wenn:

$$(EW I) \quad w \text{ ist Gewicht (Def. 1.1)}$$

$$(EW II) \quad \exists \zeta \in \mathbb{R} : \forall U \triangleleft \mathbb{Z}_m \text{ mit } U \neq \{0\} :^1$$

$$\sum_{x \in U} w(x) = \zeta |U|$$

**Definition 1.3 (normiertes egalitäres Gewicht)** Ein egalitäres Gewicht mit  $\zeta = 1$  heißt *normiert*.

---

<sup>1</sup> $U \triangleleft \mathbb{Z}_m$  besagt, dass  $U$  Untergruppe von  $\mathbb{Z}_m$  ist. Jede Untergruppe lässt sich durch einen Teiler  $t|m$  darstellen:  $U = \{x \in \mathbb{Z}_m : x = k \cdot t\}$

## 1. Definitionen

**Definition 1.4 (homogen)** Wenn die Eigenschaft

$$(H) \quad \forall x \in \mathbb{Z}_m : \forall u \in \mathbb{Z}_m^* : w(x) = w(ux)$$

für ein egalitäres Gewicht  $w : \mathbb{Z}_m \rightarrow \mathbb{R}$  gilt, so heißt  $w$  homogen.

$\mathbb{Z}_m^*$  bezeichnet dabei die prime Restklassengruppe von  $\mathbb{Z}_m$ , also alle Einheiten<sup>2</sup> von  $\mathbb{Z}_m$ :

$$\mathbb{Z}_m^* := \{a \in \mathbb{Z}_m : ggT(a, m) = 1\}$$

Die Funktion

$$\varphi : \begin{cases} \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \\ m \mapsto |\mathbb{Z}_m^*| \text{ mit } \varphi(1) = 1 \end{cases}$$

heißt Eulersche  $\varphi$ -Funktion.

**Beispiel 1.1** Eulersche  $\varphi$ -Funktion

|              |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |     |     |     |
|--------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|-----|-----|-----|
| $m$          | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 100 | 101 | 102 |
| $\varphi(m)$ | 1 | 1 | 2 | 2 | 4 | 2 | 6 | 4 | 6 | 4  | 40  | 100 | 32  |

**Beispiel 1.2** homogenes Gewicht für  $m = 2$ :

$$\mathbb{Z}_2 = \{[0]_2, [1]_2\}; \quad \mathbb{Z}_2^* = \{[1]_2\}$$

$$w([0]_2) = 0 \text{ nach Def. 1.1 (W I)}$$

$$w([1]_2) = \zeta \cdot 2 \text{ nach Def. 1.2 (EW II)}$$

**Beispiel 1.3** normiertes homogenes Gewicht für  $m = 3$ :

$$\mathbb{Z}_3 = \{[0]_3, [1]_3, [2]_3\}; \quad \mathbb{Z}_3^* = \{[1]_3, [2]_3\}$$

$$w([0]_3) = 0$$

$$w([1]_3) = w([2]_3 \cdot [1]_3) = w([2]_3) \text{ nach Def. 1.4 (H)}$$

$$w([1]_3) + w([2]_3) = 3 \text{ nach Def. 1.2 (EW II)}$$

$$\implies w([1]_3) = w([2]_3) = \frac{3}{2}$$

---

<sup>2</sup> $a \in \mathbb{Z}_m$  ist Einheit  $\iff \exists b \in \mathbb{Z}_m : ab = 1$

## 1. Definitionen

**Beispiel 1.4** *normiertes homogenes Gewicht für  $m = 4$ :*

$$\mathbb{Z}_4 = \{[0]_4, [1]_4, [2]_4, [3]_4\}; \quad \mathbb{Z}_4^* = \{[1]_4, [3]_4\}$$

$$w([0]_4) = 0$$

$$w([1]_4) = w([3]_4 \cdot [1]_4) = w([3]_4) \text{ nach Def. 1.4 (H)}$$

$$w([2]_4) = 2 \text{ nach Def. 1.2 (EW II)}$$

$$w([1]_4) + w([2]_4) + w([3]_4) = 4 \text{ nach Def. 1.2 (EW II)}$$

$$\implies w([1]_4) = w([3]_4) = 1$$

**Definition 1.5 (vollständig egalitäres Gewicht)**  $w : \mathbb{Z}_m \rightarrow \mathbb{R}$  heißt vollständig egalitäres Gewicht, wenn:

**(SEW I)**  $w$  ist Gewicht (Def. 1.1)

**(SEW II)**  $\exists \zeta \in \mathbb{R} : \forall U \triangleleft \mathbb{Z}_m$  mit  $U \neq \{0\}$  :

$$\forall \text{ Nebenklassen } z + U \text{ mit } z \in \mathbb{Z}_m :$$

$$\sum_{x \in z+U} w(x) = \zeta |U|$$

**Bemerkung 1.2** Mit (SEW II) ist auch (EW II) erfüllt.

**Definition 1.6 (normiertes vollständig egalitäres Gewicht)** Ein vollständig egalitäres Gewicht mit  $\zeta = 1$  heißt normiert.

**Bemerkung 1.3**  $w : \mathbb{Z}_m \rightarrow \mathbb{R}$  ist normiertes (vollständig) egalitäres Gewicht.  $\implies \overline{w} : \mathbb{Z}_m \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \zeta \cdot w(x)$  ist (vollständig) egalitäres Gewicht.



## 2. Einfache Aussagen über Gewichte

Die Definitionen aus Kapitel 1 werden hier nun angefaßt, um einfache Aussagen und Eigenschaften zu formulieren, bevor es im nächsten Kapitel zwar anschaulicher aber doch komplexer wird.

Im folgenden wird ein Element aus  $\mathbb{Z}_m$  in der Schreibweise nicht von einem Element aus  $\mathbb{Z}$  unterschieden: statt  $[1]_m \in \mathbb{Z}_m$  kurz  $1 \in \mathbb{Z}_m$ .

Wir rechnen stets mit den kleinsten nicht negativen Repräsentanten:  $[0]_m = [m]_m = \dots = 0$ .

**Satz 2.1 (Ungleichungen für ein Gewicht)** *Statt Def. 1.1 (W III) genügen folgende Ungleichungen:*

$$\forall x, y \in \mathbb{Z}_m \text{ mit } (0 < x \leq y < m) \wedge \left(x \leq \left\lfloor \frac{m}{2} \right\rfloor\right) \wedge (y \neq m - x) :$$

$$w(x + y) \leq w(x) + w(y)$$

**Beweis:**

Für  $x + y \equiv 0 \pmod{m}$  liefert (W III):  $w(0) = 0 \leq w(x) + w(y)$

Daher  $y \neq m - x$ .

Für  $x > y$  ist  $w(x + y) \leq w(x) + w(y)$  bereits durch  $a := y < x =: b$  mit  $w(a + b) \leq w(a) + w(b)$  enthalten - also durch Vertauschung von  $x$  und  $y$ .

Daher  $x \leq y$ .

Für  $x > \left\lfloor \frac{m}{2} \right\rfloor$  gilt  $y > \left\lfloor \frac{m}{2} \right\rfloor \wedge \forall z \in \mathbb{Z}_m : w(z) = w(m - z) = w(2m - z)$  und daher:

$$\begin{aligned} w(x + y) &\leq w(x) + w(y) \\ \iff w(2m - (x + y)) &\leq w(m - x) + w(m - y) \\ \iff w((m - x) + (m - y)) &\leq w(m - x) + w(m - y) \\ \iff w(a + b) &\leq w(a) + w(b) \text{ mit } a := m - y \leq m - x =: b \end{aligned}$$

Daher  $x \leq \left\lfloor \frac{m}{2} \right\rfloor$ . □

Es ergeben sich daraus also  $\overline{d_2}$  Ungleichungen wie folgt: <sup>3</sup>

$$\begin{aligned} \overline{d_2} &= \sum_{i=1}^{\left\lfloor \frac{m}{2} \right\rfloor} \sum_{\substack{j=i \\ j \neq m-i}}^{m-1} 1 = \sum_{i=1}^{\left\lfloor \frac{m}{2} \right\rfloor} \left( \sum_{j=i}^{m-1} 1 \underbrace{-1}_{\text{für } j=m-i} \right) = \\ &= \sum_{i=1}^{\left\lfloor \frac{m}{2} \right\rfloor} (m - i - 1) = (m - 1) \sum_{i=1}^{\left\lfloor \frac{m}{2} \right\rfloor} 1 - \sum_{i=1}^{\left\lfloor \frac{m}{2} \right\rfloor} i = \\ &= (m - 1) \left\lfloor \frac{m}{2} \right\rfloor - \frac{\left\lfloor \frac{m}{2} \right\rfloor \left( \left\lfloor \frac{m}{2} \right\rfloor + 1 \right)}{2} \end{aligned}$$

---

<sup>3</sup>Leere Summen sind stets 0:

$$\forall a < b : \sum_{i=b}^a f(i) = 0$$

## 2. Einfache Aussagen über Gewichte

**Bemerkung 2.1** Satz 2.1 liefert

$$\overline{d_2} = \begin{cases} \frac{3m^2-12m}{8} & \text{für } m \equiv 0 \pmod{2} \\ \frac{3m^2-8m+5}{8} & \text{für } m \equiv 1 \pmod{2} \end{cases}$$

Ungleichungen.

**Satz 2.2 (ganzzahliges homogenes Gewicht)** Für  $6 \nmid m$  existiert bis auf ganzzahlige Vielfache genau ein ganzzahliges homogenes Gewicht  $w_{hom} : \mathbb{Z}_m \rightarrow \mathbb{N}_0$ , nämlich:

$$w_{hom}(x) = \varphi(\overline{m}) \left( 1 - \frac{\mu\left(\frac{m}{\text{ggT}(x,m)}\right)}{\varphi\left(\frac{m}{\text{ggT}(x,m)}\right)} \right)$$

Dabei ist  $\varphi$  die Eulersche  $\varphi$ -Funktion (Def. 1.4),

$$\mu : \begin{cases} \mathbb{N} \rightarrow \{-1, 0, 1\} \\ n \mapsto \begin{cases} 1 & \text{für } n = 1 \\ 0 & \text{für Quadrat einer Primzahl teilt } n \\ (-1)^k & \text{für } n \text{ sonst, } k \text{ ist Anzahl der Primteiler} \end{cases} \end{cases}$$

die Möbius  $\mu$ -Funktion und

$$\overline{m} = p_1 \cdot p_2 \cdot \dots \cdot p_r,$$

wobei  $p_i \in \mathbb{P}$  paarweise verschieden

und  $m = p_1^{s_1} \cdot p_2^{s_2} \cdot \dots \cdot p_r^{s_r}$  in kanonischer Primfaktorzerlegung,

der quadratfreie Kern von  $m$ .

Beweis:

Der Beweis dazu findet sich in Theorem 1 und 2 aus [1]. Daß  $w_{hom}$  ein ganzzahliges homogenes Fastgewicht ist, folgt einfach aus den Definitionen. Bei der Ganzzahligkeit sind die Fälle  $\mu(\dots) = 0$  und  $\mu(\dots) \neq 0$  zu unterscheiden. Dabei zeigt sich im zweiten Fall, daß  $\varphi(m/\text{ggT}(x, m)) | \varphi(\overline{m})$ . Bei der Eindeutigkeit werden geschickt Funktionen definiert. Der Tatsache, daß dies ein Gewicht ist, wurde eigens das Theorem 2 gewidmet, wobei die Tatsache auf 2 Primteiler von  $m$  zurück geführt wird.

**Beispiel 2.1** Möbius  $\mu$ -Funktion

|          |   |    |    |   |    |   |    |   |   |    |     |     |     |
|----------|---|----|----|---|----|---|----|---|---|----|-----|-----|-----|
| $n$      | 1 | 2  | 3  | 4 | 5  | 6 | 7  | 8 | 9 | 10 | 100 | 101 | 102 |
| $\mu(n)$ | 1 | -1 | -1 | 0 | -1 | 1 | -1 | 0 | 0 | 1  | 0   | -1  | -1  |

Der folgende Satz geht auf [2] zurück:

## 2. Einfache Aussagen über Gewichte

**Satz 2.3** ( $w_{hom}$  ist vollständig egalitär) *Das Gewicht  $w_{hom}$  aus Satz 2.2 ist ein vollständig egalitäres Gewicht.*

**Bemerkung 2.2**  $\frac{w_{hom}}{\varphi(m)}$  ist normiert im Sinne der Definitionen 1.3 und 1.6.

**Beispiel 2.2** ganzzahliges homogenes und damit vollständig egalitäres Gewicht auf  $\mathbb{Z}_{10}$

| $x \in \mathbb{Z}_{10}$       | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|-------------------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $w_{hom}(x) \in \mathbb{N}_0$ | 0 | 3 | 5 | 3 | 5 | 8 | 5 | 3 | 5 | 3 |

**Satz 2.4** (minimale Nebenklassen) *Unter Def. 1.5 (SEW II) genügt es, die Gleichungen zu allen Primteilern  $p|m$  zu betrachten.*

**Beweis:**

$$\forall U \triangleleft \mathbb{Z}_m \text{ gilt : } \exists_1 p \in \mathbb{N} \text{ mit } p|m : U = \left\{ a \in \mathbb{Z}_m : \exists k \in \mathbb{Z} : a = k \frac{m}{p} \right\}$$

Für  $a, b \in \mathbb{N}$  mit  $ab|m \wedge a|m \wedge b|m$  gilt:

$$a|m \text{ liefert: } \forall z : \sum_{i=1}^a w \left( z + (i-1) \frac{m}{a} \right) = \zeta \cdot a$$

$$b|m \text{ liefert: } \forall z : \sum_{i=1}^b w \left( z + (i-1) \frac{m}{b} \right) = \zeta \cdot b$$

$$ab|m \text{ liefert: } \forall z : \sum_{i=1}^{ab} w \left( z + (i-1) \frac{m}{ab} \right) = \zeta \cdot ab$$

Die Gleichungen für  $ab|m$  können als Linearkombination der Gleichungen für  $a|m$  und  $b|m$  geschrieben werden:

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^{ab} w \left( z + (i-1) \frac{m}{ab} \right) = \\ & \sum_{i=1}^a w \left( z + (i-1) \frac{m}{a} \right) + \sum_{i=1}^a w \left( \left( z + \frac{m}{ab} \right) + (i-1) \frac{m}{a} \right) + \dots \\ & \dots + \sum_{i=1}^a w \left( \left( z + (b-1) \frac{m}{ab} \right) + (i-1) \frac{m}{a} \right) = \\ & \sum_{j=1}^b \underbrace{\sum_{i=1}^a w \left( z + (j-1) \frac{m}{ab} + (i-1) \frac{m}{a} \right)}_{=\zeta \cdot a} = \end{aligned}$$

## 2. Einfache Aussagen über Gewichte

$$\zeta \cdot a \sum_{j=1}^b 1 = \zeta \cdot ab$$

Dies zeigt: Für  $b < 2a$  werden also die Gleichungen für  $ab|m$  ebenfalls durch  $a|m$  und  $b|m$  erzeugt.

Für  $a < 2b$  läßt sich diese Rechnung analog durchführen.

Für  $ab|m$  werden in 1.5 (SEW II) nur Gleichungen erzeugt, die auch durch die beiden Teiler  $a$  und  $b$  erzeugt werden. Ist  $a$  bzw.  $b$  keine Primzahl, so sind auch diese Gleichungen durch die Gleichungen der Teiler von  $a$  bzw.  $b$  gegeben.

Daher genügt es die Primteiler zu betrachten.  $\square$

**Bemerkung 2.3** Für normierte egalitäre Gewichte gilt:

1. immer gilt:<sup>4</sup>

$$\begin{aligned} m &= \sum_{x \in \mathbb{Z}_m} w(x) = \sum_{x=1}^{\lfloor \frac{m}{2} \rfloor} 2w(x) - \begin{cases} w(\frac{m}{2}) & \text{für } m \equiv 0 \pmod{2} \\ 0 & \text{für } m \equiv 1 \pmod{2} \end{cases} \\ &\leq \sum_{x=1}^{\lfloor \frac{m}{2} \rfloor} 2xw(1) - \begin{cases} \frac{m}{2}w(1) & \text{für } m \equiv 0 \pmod{2} \\ 0 & \text{für } m \equiv 1 \pmod{2} \end{cases} \\ &= 2w(1) \left( \frac{(\lfloor \frac{m}{2} \rfloor + 1) \lfloor \frac{m}{2} \rfloor}{2} \right) - \begin{cases} \frac{m}{2}w(1) & \text{für } m \equiv 0 \pmod{2} \\ 0 & \text{für } m \equiv 1 \pmod{2} \end{cases} \\ &= \begin{cases} w(1) \frac{m^2}{4} & \text{für } m \equiv 0 \pmod{2} \\ w(1) \frac{m^2-1}{4} & \text{für } m \equiv 1 \pmod{2} \end{cases} \end{aligned}$$

also:

$$\begin{aligned} a) & \boxed{\text{für } m \equiv 0 \pmod{2}: \frac{4}{m} \leq w(1)} \\ b) & \boxed{\text{für } m \equiv 1 \pmod{2}: \frac{4m}{m^2-1} \leq w(1)} \end{aligned}$$

$$2. \text{ für } m \equiv 0 \pmod{2}: \{0; \frac{m}{2}\} \triangleleft \mathbb{Z}_m, \text{ also gilt: } w(0) + w(\frac{m}{2}) = \boxed{w(\frac{m}{2}) = 2}$$

$$3. \text{ für } m \equiv 0 \pmod{3}: \{0; \frac{m}{3}; \frac{2m}{3}\} \triangleleft \mathbb{Z}_m, \\ \text{also gilt: } w(0) + w(\frac{m}{3}) + w(\frac{2m}{3}) = \boxed{2w(\frac{m}{3}) = 3}$$

---

<sup>4</sup>Ein Beweis davon findet sich in Satz 5.5

## 2. Einfache Aussagen über Gewichte

4. für  $m \equiv 0 \pmod{6}$ :  $\{0; \frac{m}{6}; \frac{2m}{6}; \frac{3m}{6}; \frac{4m}{6}; \frac{5m}{6}\} \triangleleft \mathbb{Z}_m$ , also:

$$\underbrace{w(0)}_{=0} + w\left(\frac{m}{6}\right) + \underbrace{w\left(\frac{m}{3}\right)}_{=\frac{3}{2}} + \underbrace{w\left(\frac{m}{2}\right)}_{=2} + \underbrace{w\left(\frac{m}{3}\right)}_{=\frac{3}{2}} + w\left(\frac{m}{6}\right) = 6$$

$$\implies w\left(\frac{m}{6}\right) = \frac{1}{2}$$

Die Dreiecksungleichung 1.1 (W III) liefert:

$$\frac{3}{2} = w\left(\frac{m}{3}\right) = w\left(\frac{m}{6} + \frac{m}{6}\right) \leq 2w\left(\frac{m}{6}\right) = 1$$

Also einen Widerspruch.

Für  $m \equiv 0 \pmod{6}$  gibt es also kein normiertes egalitäres Gewicht.

5. für  $m \equiv 0 \pmod{4}$ :  $\{0; \frac{m}{4}; \frac{m}{2}; \frac{3m}{4}\} \triangleleft \mathbb{Z}_m$ , also gilt:

$$w(0) + w\left(\frac{m}{4}\right) + \underbrace{w\left(\frac{m}{2}\right)}_{=2} + w\left(\frac{m}{4}\right) = 4$$

Mit der Bedingung für  $m \equiv 0 \pmod{2}$  ergibt sich:

$$w\left(\frac{m}{4}\right) = 1 \quad \text{und} \quad w\left(\frac{m}{2}\right) = 2.$$

**Satz 2.5 (bekannte Werte)** Es existiert für jedes nicht prime  $m$  eine Richtung, in der der Wert eines egalitären bzw. vollständig egalitären Gewichtes durch die Gleichungen<sup>5</sup> fest ist,

wenn  $\exists k|m$  mit  $\left\lfloor \frac{m}{4} \right\rfloor < k \leq \left\lfloor \frac{m}{2} \right\rfloor$ ; und zwar

$$w(k) = \begin{cases} \frac{m}{k} & \text{für } m \text{ gerade} \\ \frac{m}{2k} & \text{für } m \text{ ungerade} \end{cases}.$$

**Beweis:**

$$k = \max \left\{ i : i|m \wedge \left\lfloor \frac{m}{4} \right\rfloor < i \leq \left\lfloor \frac{m}{2} \right\rfloor \right\}$$

□

**Bemerkung 2.4** Für  $m$  gerade ergibt Satz 2.5 gerade das in Bem. 2.3,2. gesagte für  $m \equiv 0 \pmod{2}$ . Für  $m \equiv 0 \pmod{3}$  in Bem. 2.3,3. gilt die Aussage von Satz 2.5 für ungerade  $m$ .

---

<sup>5</sup>aus den entsprechenden Definitionen

### 3. Gewichte als Punkt im Polyeder

Um zum Schluß die gesuchten Extrema einfach berechnen zu können eignet sich die bisherige Darstellung der Gewichte nicht. Daher wird nun im anschaulichen Raum gearbeitet. Dies ist zwar eine Vereinfachung, macht aber oft schwer lesbare Formeln und Ausdrücke nötig.

#### 3.1. Definitionen

Jede Gewichtsfunktion (Def. 1.1) läßt sich als Vektor auffassen: <sup>6</sup>

$$x = (x_0, x_1, \dots, x_{m-1})^T \in \mathbb{R}^m$$

$$\forall i \in [0; m-1] \cap \mathbb{Z} : [i]_m \in \mathbb{Z}_m \wedge w([i]_m) = x_i$$

**Definition 3.1 (Gewichtsvektor)** Ein Vektor  $x \in \mathbb{R}^m$  heißt Gewichtsvektor und läßt sich als Gewicht  $w : \mathbb{Z}_m \rightarrow \mathbb{R}$  auffassen, wenn:

$$(G \text{ I}) \quad x_0 = 0 \wedge \forall i \in [1; m-1] \cap \mathbb{Z} : x_i \geq 0$$

$$(G \text{ II}) \quad \forall i \in [1; \frac{m}{2}] \cap \mathbb{Z} : x_i = x_{m-i}$$

$$(G \text{ III}) \quad \forall i, j \in [1; m-1] \cap \mathbb{Z} : x_{(i+j) \bmod m} \leq x_i + x_j$$

**Bemerkung 3.1** Insbesondere gilt:  $x \geq 0$  (komponentenweise)

**Definition 3.2 (egalitärer Gewichtsvektor)** Der Vektor  $x \in \mathbb{R}^m$  heißt egalitärer Gewichtsvektor und läßt sich als egalitäres Gewicht (Def. 1.2) auffassen, wenn:

$$(E \text{ I}) \quad x \text{ ist Gewichtsvektor (Def. 3.1)}$$

$$(E \text{ II}) \quad \exists \zeta \in \mathbb{R} : \forall d|m \text{ mit } d > 1 : <sup>7</sup>$$

$$\sum_{i=1}^d x_{(i-1)\frac{m}{d}} = \zeta d$$

---

<sup>6</sup> $\mathbb{Z}_m$  läßt sich als  $[0; m-1] \cap \mathbb{Z}$  auffassen.

<sup>7</sup> $\forall d|m : \exists U \triangleleft \mathbb{Z}_m$  mit  $|U| = d$ , nämlich  $U = \{(i-1)\frac{m}{d} : i \in [1; d] \cap \mathbb{Z}\}$ .

### 3. Gewichte als Punkt im Polyeder

**Definition 3.3 (vollständig egalitärer Gewichtsvektor)** Der Vektor  $x \in \mathbb{R}^m$  heißt vollständig egalitärer Gewichtsvektor und läßt sich als vollständig egalitäres Gewicht (Def. 1.5) auffassen, wenn:

**(VE I)**  $x$  ist Gewichtsvektor (Def. 3.1)

**(VE II)**  $\exists \zeta \in \mathbb{R} : \forall d|m \text{ mit } d > 1 \wedge d \in \mathbb{P} : \forall z \in [0; \frac{m}{2d}] \cap \mathbb{Z} :$ <sup>8</sup>

$$\sum_{i=1}^d x_{z+(i-1)\frac{m}{d}} = \zeta d$$

Mit diesen Definitionen ist ein Gewicht nichts anderes als ein geeigneter Punkt im  $\mathbb{R}^m$ . Alle Einschränkungen an diese Punkte sind linear.

Zu der Fußnote 8 in der Def. 3.3:

Für  $d|m$  entspricht

$$\forall z : \sum_{i=1}^d x_{z+(i-1)\frac{m}{d}}$$

entweder der Abb. 1 auf Seite 16 oder der Abb. 2 auf Seite 17.

Daher gilt:

$$\sum_{i=1}^d x_{(z+(i-1)\frac{m}{d}) \bmod m} = \sum_{i=1}^d x_{(z+\lfloor \frac{m}{2d}+1 \rfloor+(i-1)\frac{m}{d}) \bmod m}$$

Weitere Benennungen, wie homogen und normiert, seien analog zu den Bezeichnungen bei Gewichtsfunktionen eingeführt.

## 3.2. Reduzierung

$I := [1; \frac{m}{2}] \cap \mathbb{Z}$  ist eine Indexmenge.

$J := [1; m-1] \cap \mathbb{Z}$  ist eine Indexmenge.

Wegen Def. 3.1 (G I) und (G II) genügt es  $x_i$  für  $i \in I$  zu bestimmen:

für  $i = 0 : x_i = x_0 = 0$

für  $i \in J \setminus I \setminus \{0\} : m - i \in I \wedge x_i = x_{m-i}$

---

<sup>8</sup>Dabei wurde die übertragene Eigenschaft aus Satz 2.4 und die Symmetrie ausgenutzt:

$$\text{für } \frac{m}{d} \text{ gerade: } \sum_{i=1}^d x_{(z+(i-1)\frac{m}{d}) \bmod m} = \sum_{i=1}^d x_{(z+\frac{m}{d}+(i-1)\frac{m}{d}) \bmod m}$$

$$\text{für } \frac{m}{d} \text{ ungerade: } \sum_{i=1}^d x_{(z+(i-1)\frac{m}{d}) \bmod m} = \sum_{i=1}^d x_{(z+\lfloor \frac{m}{2d}+1 \rfloor+(i-1)\frac{m}{d}) \bmod m}$$

### 3. Gewichte als Punkt im Polyeder

Abbildung 1: Symmetrie in Def. 3.3 (VE II) für  $\frac{m}{d}$  gerade:

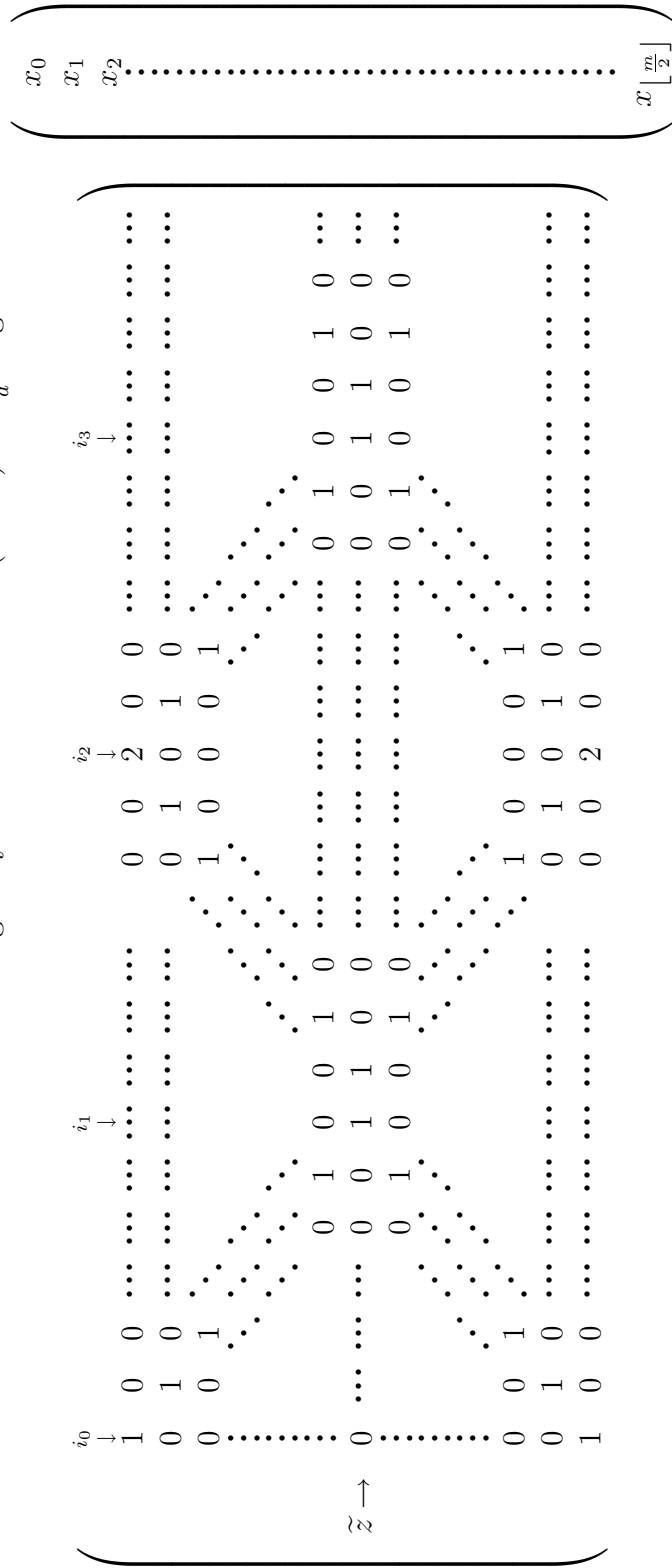
$$\left( \begin{array}{ccccccccc} i_0 & \downarrow & 1 & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots \\ i_1 & \downarrow & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ i_2 & \downarrow & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ i_3 & \downarrow & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \quad x_{\lfloor \frac{m}{2} \rfloor}$$

dabei ist  $\tilde{z} = \frac{m}{2d} + 1$  und

$$\begin{aligned} i_0 &= 1 & i_1 &= i & i_2 &= i & i_3 &= i \\ & & &= \frac{m}{2d} & &= \frac{m}{d} & &= \frac{3m}{2d} \end{aligned}$$



### 3. Gewichte als Punkt im Polyeder

Abbildung 2: Symmetrie in Def. 3.3 (VE II) für  $\frac{m}{d}$  ungerade:

dabei ist  $\tilde{z} = \lfloor \frac{m}{2d} + 1 \rfloor$  und  $i_0 = 1$  und  $i_1 = i = \lfloor \frac{m}{2d} \rfloor$   
 $i_2 = i = \lfloor \frac{m}{m} \rfloor$   
 $i_3 = i = \lfloor \frac{3m}{2d} \rfloor$

### 3. Gewichte als Punkt im Polyeder

Def. 3.1 (G III) liefert:

- für  $i = 0 \vee j = 0 : x_i \leq x_i \wedge x_j \leq x_j$  (trivialerweise erfüllt)
- für  $i = a \geq j = b$  wird die Ungleichung auch durch  
 $i = b \leq j = a$  dargestellt
- für  $i \leq j : (m - i) + j \equiv j - i \pmod{m}$
- für  $i + j = m : i + j \equiv 0 \pmod{m}$

Es genügt also die Ungleichungen zu betrachten:

$$\forall i, j \in I \text{ mit } i \leq j \wedge \underbrace{i + j \neq m}_{j \neq m-i} :$$

$$(2) \quad x_{i+j} \leq x_i + x_j$$

$$(3) \quad x_{j-i} \leq x_i + x_j$$

für  $\underbrace{j - i = m - (i + j)}_{j = \frac{m}{2}}$  liefern beide Ungleichungen (2), (3) dasselbe

für  $i + j = m : j = m - i \wedge x_0 = 0 \leq x_i + x_j$  (trivialerweise erfüllt)

Für  $i = j = \frac{m}{2}$  liefern also nicht nur beide Ungleichungen (2) und (3) dasselbe, sondern auch noch eine triviale Bedingung, daher reicht es die Ungleichungen für  $i$  und  $j$  mit  $1 \leq i \leq \lfloor \frac{m-1}{2} \rfloor \wedge i \leq j \leq \lfloor \frac{m}{2} \rfloor$  bzw.  $i < j \leq \lfloor \frac{m-1}{2} \rfloor$  zu betrachten.

für  $i + j > \lfloor \frac{m}{2} \rfloor \wedge \underbrace{m - (i + j) = i}_{j = m-2i} : x_i \leq x_i + x_j$  (trivialerweise erfüllt)

für  $i + j > \lfloor \frac{m}{2} \rfloor \wedge \underbrace{m - (i + j) = j}_{j = \frac{m-i}{2}} : x_j \leq x_i + x_j$  (trivialerweise erfüllt)

für  $j - i = i : j = 2i \wedge x_i \leq x_i + x_j$  (trivialerweise erfüllt)

für  $j = i : x_{i-j} = x_0 = 0 \leq x_i + x_j$  (trivialerweise erfüllt)

Um also  $x \in \mathbb{R}^m$  zu bestimmen wurden alle (  $\underbrace{1}_{\text{für } x_0=0} + \underbrace{\lfloor \frac{m}{2} \rfloor}_{\text{für } x_i=x_{m-i}}$  ) Gleichungen „eingesetzt“. Der folgende Satz bildet eine Zusammenfassung:

**Satz 3.1 (Gewichtsvektor)** Um einen Gewichtsvektor  $x \in \mathbb{R}^m$  (nach Def. 3.1) zu bestimmen, genügt die Bestimmung der  $x_i$  für  $i \in I$  mittels:

$$(G1) \quad \forall i \in I : x_i > 0$$

$$(G2) \quad \forall i, j \in I \text{ mit } i \leq j \wedge j \neq m - i \wedge j \neq m - 2i \wedge j \neq \frac{m-i}{2} :$$

$$\begin{aligned} &\text{für } i + j \leq \lfloor \frac{m}{2} \rfloor : x_{i+j} \leq x_i + x_j \\ &\text{für } i + j > \lfloor \frac{m}{2} \rfloor : x_{m-(i+j)} \leq x_i + x_j \end{aligned}$$

$$(G3) \quad \forall i, j \in I \text{ mit } i < j \wedge j \neq 2i \wedge j \neq \frac{m}{2} :$$

$$x_{j-i} \leq x_i + x_j$$

### 3. Gewichte als Punkt im Polyeder

Die restlichen  $x_i$  für  $i \notin I$  ergeben sich direkt aus den Vorüberlegungen.  $\square$

(G1) liefert  $|I| = \lfloor \frac{m}{2} \rfloor$  Ungleichungen.

(G2) liefert  $g_2$  Ungleichungen:

$$g_2 := \sum_{i=1}^{\lfloor \frac{m}{2}-1 \rfloor} \sum_{\substack{j=i \\ j \neq m-i \wedge j \neq m-2i \wedge j \neq \frac{m-i}{2}}}^{\lfloor \frac{m}{2} \rfloor} 1$$

(G3) liefert  $g_3$  Ungleichungen:

$$g_3 := \sum_{i=1}^{\lfloor \frac{m-1}{2} \rfloor - 1} \sum_{\substack{j=i+1 \\ j \neq 2i}}^{\lfloor \frac{m-1}{2} \rfloor} 1$$

Es läßt sich zeigen, das für  $m \geq 6$  gilt: <sup>9</sup>

$$g_2 = \begin{cases} \frac{m^2}{8} - 1 & \text{für } m \equiv 0 \pmod{4} \\ \frac{m^2}{8} - \frac{m}{4} + \frac{1}{8} & \text{für } m \equiv 1 \pmod{4} \\ \frac{m^2}{8} - \frac{1}{2} & \text{für } m \equiv 2 \pmod{4} \\ \frac{m^2}{8} - \frac{m}{4} - \frac{3}{8} & \text{für } m \equiv 3 \pmod{4} \end{cases}$$

Es läßt sich ebenfalls für  $m \geq 6$  zeigen: <sup>10</sup>

$$g_3 = \begin{cases} \frac{m^2}{8} - m + 2 & \text{für } m \equiv 0 \pmod{4} \\ \frac{m^2}{8} - \frac{3}{4}m + \frac{5}{8} & \text{für } m \equiv 1 \pmod{4} \\ \frac{m^2}{8} - m + \frac{3}{2} & \text{für } m \equiv 2 \pmod{4} \\ \frac{m^2}{8} - \frac{3}{4}m + \frac{9}{8} & \text{für } m \equiv 3 \pmod{4} \end{cases}$$

**Bemerkung 3.2** Satz 3.1 liefert in (G1)

$$d_1 := \left\lfloor \frac{m}{2} \right\rfloor$$

Ungleichungen und in (G2) und (G3) für  $m \geq 6$

$$d_2 := g_2 + g_3 \begin{cases} \frac{m^2-4m+4}{4} & \text{für } m \equiv 0 \pmod{2} \\ \frac{m^2-4m+3}{4} & \text{für } m \equiv 1 \pmod{2} \end{cases}$$

Ungleichungen.

---

<sup>9</sup>Handschriftlich war das eine 10-seitige Rechnung. Ich lasse daher an dieser Stelle diese weg. Die Rechnung besteht aus 12 Fällen, die letztlich auf diese 4 führen.

<sup>10</sup>Handschriftlich war dies eine 2-seitige Rechnung.

### 3.2.1. Egalitärer Gewichtsvektor

Im folgenden soll ein  $m$ -dimensionaler, normierter<sup>11</sup> und egalitärer Gewichtsvektor bestimmt werden:

Definition 3.2 (E I) führt auf Satz 3.1.

Wegen Def. 3.1 (G I) und (G II) genügt es wieder  $x_i$  für  $i \in I$  zu bestimmen:

$$\begin{aligned} &\text{für } i = 0 : x_i = x_0 = 0 \\ &\text{für } i \in J \setminus I \setminus \{0\} : m - i \in I \wedge x_i = x_{m-i} \end{aligned}$$

(E II) liefert:

$$\begin{aligned} (i-1)\frac{m}{d} \in I &\iff m - (i-1)\frac{m}{d} = m\left(1 + \frac{1-i}{d}\right) \notin I \setminus \{0\} \\ (i-1)\frac{m}{d} \notin I \setminus \{0\} &\iff m - (i-1)\frac{m}{d} \in I \\ (i-1)\frac{m}{d} \in I &\iff 1 \leq (i-1)\frac{m}{d} \leq \left\lfloor \frac{m}{2} \right\rfloor \iff \\ &i \neq 1 \wedge (i-1)\frac{m}{d} \leq \left\lfloor \frac{m}{2} \right\rfloor \iff i \neq 1 \wedge \left\lfloor \frac{m}{2} \right\rfloor \frac{d}{m} + 1 \\ \text{für } m \text{ gerade: } i &\leq \left\lfloor \frac{m}{2} \right\rfloor \frac{d}{m} + 1 = \frac{d}{2} + 1 \\ \text{für } m \text{ ungerade: } i &\leq \left\lfloor \frac{m}{2} \right\rfloor \frac{d}{m} + 1 = \frac{m-1}{2} \frac{d}{m} + 1 = d\left(\frac{m-1}{2m}\right) + 1 \\ \frac{d}{2} + 1 < d &\iff d + 2 < 2d \iff 2 < d \\ d\left(\frac{m-1}{2m}\right) + 1 < d &\iff dm - d + 2m < 2dm \\ &\iff 2m < dm + d \iff \frac{2m}{m+1} < d \\ \text{es gilt } 1 < \frac{2m}{m+1} < 2 &\text{ für } m \geq 2. \\ \text{da } d \in \mathbb{N} \text{ muß also } \frac{2m}{m+1} < 2 \leq d &\text{ gelten.} \\ \text{also } m \text{ gerade: } (i-1)\frac{m}{d} \in I &\iff 2 \leq i \leq \frac{d}{2} + 1 \\ m \text{ ungerade: } (i-1)\frac{m}{d} \in I &\iff 2 \leq i \leq d\left(\frac{m-1}{2m}\right) + 1 = \frac{d}{2} + 1 - \frac{d}{2m} \end{aligned}$$

Das Ergebnis wird wieder als Satz formuliert:

**Satz 3.2 (egalitärer Gewichtsvektor)** Um einen normierten, egalitären Gewichtsvektor  $x \in \mathbb{R}^m$  (nach Def. 3.2) zu bestimmen, genügt die Bestimmung der  $x_i$  für  $i \in I$  mittels:

(E1)  $x$  genügt (G1), (G2) und (G3) aus Satz 3.1

(E2) folgende Gleichungen müssen erfüllt sein:  
für  $m$  gerade:

$$x_{\frac{m}{2}} = 2$$

$$\forall d|m \text{ mit } d \geq 3 > 2 :$$

$$\sum_{i=2}^{\left\lfloor \frac{d}{2} \right\rfloor + 1} x_{(i-1)\frac{m}{d}} + \sum_{i=\left\lfloor \frac{d}{2} \right\rfloor + 2}^d x_{m(1+\frac{1-i}{d})} = d$$

für  $m$  ungerade:

$$\forall d|m \text{ mit } d \geq 3 :$$

<sup>11</sup> $\zeta = 1$ , aber damit ist auch  $a \cdot x$  egalitärer Gewichtsvektor mit  $a \in \mathbb{R}$ .

### 3. Gewichte als Punkt im Polyeder

$$\sum_{i=2}^{\lfloor d \frac{m-1}{2m} \rfloor + 1} x_{(i-1) \frac{m}{d}} + \sum_{i=\lfloor d \frac{m-1}{2m} \rfloor + 2}^d x_{m(1+\frac{1-i}{d})} = d$$

Die restlichen  $x_i$  für  $i \notin I$  ergeben sich direkt aus den Vorüberlegungen.  $\square$

**Bemerkung 3.3** Dabei liefert (E2) also  $d_3 := |\{d \in \mathbb{N} \text{ mit } d|m \wedge 1 < d \leq m\}|$  Gleichungen:

$$T := \{d \in \mathbb{N} : d|m \wedge d > 1\}$$

$$T' := \{d \in \mathbb{N} : d|m \wedge d < m\}$$

$$d_3 = \sum_{d \in T} 1 = \sum_{d \in T'} 1 = |T| = |T'| = \tau(m) - 1$$

$$\text{für } m = \prod_{p \in \mathbb{P}} p^{\alpha_m(p)} : \tau(m) = \prod_{p \in \mathbb{P}} (1 + \alpha_m(p))$$

Dabei ist

$$\tau : \begin{cases} \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \\ m \mapsto |\{d \in \mathbb{N} : d|m \wedge 1 \leq d \leq m\}| \end{cases}$$

die Funktion, welche die Anzahl der Teiler einer Zahl angibt, und

$$\alpha_m : \begin{cases} \mathbb{P} \rightarrow \mathbb{N}_0 \\ p \mapsto x \text{ mit } p^x|m \wedge p^{x+1} \nmid m \end{cases}$$

eine Abbildung, die durch die Potenzen in der kanonischen Primfaktorzerlegung von  $m$  eindeutig bestimmt ist.

#### Beispiel 3.1 <sup>12</sup>

$$m = 2^3 \cdot 3^1 \cdot 5^2 \cdot 7^1 \cdot 11^1 = 46200$$

$$|T| = 4 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 - 1 = 95.$$

#### Beispiel 3.2

$$m = 2^3 \cdot 5^3 = 1000$$

$$d_3 = 4 \cdot 4 - 1 = 15.$$

---

<sup>12</sup>Mal andersherum betrachtet:

Die kleinste Zahl mit genau  $100 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5$  Teilern ist  $2^4 \cdot 3^4 \cdot 5^1 \cdot 7^1 = 45360$ .

Die kleinste Zahl mit genau 101 Teilern ist  $2^{100} = 1267650600228229401496703205376$ .

### 3.2.2. Vollständig egalitärer Gewichtsvektor

Im folgenden soll ein  $m$ -dimensionaler, normierter<sup>13</sup> und vollständig egalitärer Gewichtsvektor bestimmt werden:

Definition 3.3 (VE I) führt auf Satz 3.1.

Wegen Def. 3.1 (G I) und (G II) genügt es abermals  $x_i$  für  $i \in I$  zu bestimmen:

$$\begin{aligned} &\text{für } i = 0 : x_i = x_0 = 0 \\ &\text{für } i \in J \setminus I \setminus \{0\} : m - i \in I \wedge x_i = x_{m-i} \end{aligned}$$

(VE II) führt auf folgende Fälle:

$$\begin{aligned} z + (i-1)\frac{m}{d} \in I &\iff 1 \leq z + (i-1)\frac{m}{d} \leq \lfloor \frac{m}{2} \rfloor \iff \\ &1 \leq z + (i-1)\frac{m}{d} \leq \frac{m}{2} \\ 1 \leq z + (i-1)\frac{m}{d} &\iff i \neq 1 \vee z > 0 \\ z + (i-1)\frac{m}{d} \leq \frac{m}{2} &\iff z d + m i \leq \frac{m}{2} d + m \iff \\ i &\leq \frac{\frac{m}{2} d + m - z d}{m} = \frac{d}{2} - \frac{z d}{m} + 1 \end{aligned}$$

Nun zum Satz:

**Satz 3.3 (vollständig egalitärer Gewichtsvektor)** *Um einen normierten, vollständig egalitären Gewichtsvektor  $x \in \mathbb{R}^m$  (nach Def. 3.3) zu bestimmen, genügt die Bestimmung der  $x_i$  für  $i \in I$  mittels:*

**(VE1)**  $x$  genügt (G1), (G2) und (G3) aus Satz 3.1

**(VE2)**  $\forall d|m$  mit  $d \in \mathbb{P}$ :<sup>14</sup> <sup>15</sup>

$$\begin{aligned} &\sum_{i=2}^{\lfloor \frac{d}{2} \rfloor + 1} x_{(i-1)\frac{m}{d}} + \sum_{i=\lfloor \frac{d}{2} \rfloor + 2}^d x_{m-(i-1)\frac{m}{d}} = d \\ &\forall z \in \left[1; \frac{m}{2d}\right] \cap \mathbb{Z} : \sum_{i=1}^{\lfloor \frac{d}{2} - \frac{z d}{m} \rfloor + 1} x_{z+(i-1)\frac{m}{d}} + \sum_{i=\lfloor \frac{d}{2} - \frac{z d}{m} \rfloor + 2}^d x_{m-(z+(i-1)\frac{m}{d})} = d \end{aligned}$$

Die restlichen  $x_i$  für  $i \notin I$  ergeben sich direkt aus den Vorüberlegungen.  $\square$

**Bemerkung 3.4** Dabei liefert (VE2) also  $d_4 := |\{(d, z) \in \mathbb{Z}^2 : d|m \wedge d \in \mathbb{P} \wedge 0 \leq z \leq \frac{m}{2d}\}|$  Gleichungen:

$$T_{\mathbb{P}} := \{d \in \mathbb{P} : d|m\}$$

$$d_4 = \sum_{d \in T_{\mathbb{P}}} \sum_{z=0}^{\lfloor \frac{m}{2d} \rfloor} 1 = \sum_{d \in T_{\mathbb{P}}} \left\lfloor \frac{m}{2d} \right\rfloor + |T_{\mathbb{P}}|$$

<sup>13</sup> $\zeta = 1$ , aber damit ist auch  $a \cdot x$  vollständig egalitärer Gewichtsvektor mit  $a \in \mathbb{R}$ .

<sup>14</sup>Die Zahl 1 ist keine Primzahl:  $1 \notin \mathbb{P}$

<sup>15</sup>Die Menge  $\left[1; \frac{m}{2d}\right]$  ist für  $\frac{m}{2d} < 1$  nach Vereinbarung leer.

### 3. Gewichte als Punkt im Polyeder

**Beispiel 3.3** Für  $m \in \mathbb{P}$ :

$$T_{\mathbb{P}} = \{m\} \wedge \sum_{d \in T_{\mathbb{P}}} \left\lfloor \frac{m}{2d} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{1}{2} \right\rfloor = 0 \wedge d_4 = |T_{\mathbb{P}}| = 1$$

**Beispiel 3.4** Für  $m = 1000$ :

$$d_4 = 352$$

## 3.3. Ergebnis

### 3.3.1. Egalitärer Gewichtsvektor

Jeder  $m$ -dimensionale, normierte und egalitäre Gewichtsvektor  $w = (w_0, \dots, w_{m-1})^T$  läßt sich aus dem Hilfsvektor  $x = (x_1, \dots, x_{\lfloor \frac{m}{2} \rfloor})^T \in \mathbb{R}^{\lfloor \frac{m}{2} \rfloor}$  bestimmen durch

$$w_0 = 0$$

$$\forall i \text{ mit } 1 \leq i \leq \left\lfloor \frac{m}{2} \right\rfloor : \begin{cases} w_i = x_i \\ w_{m-i} = x_i \end{cases}$$

Dabei liegt  $x$  in dem Polytop  $M_e$ :

$$M_e := \{z \in \mathbb{R}^{\lfloor \frac{m}{2} \rfloor} : z > 0 \wedge U z \leq 0 \wedge G_e z = t_e\}$$

Dabei ergibt sich  $U$  aus Satz 3.1 (G2) und (G3), wobei

$$U \in \{-2, -1, 0, 1, 2\}^{d_1 \times d_2}$$

mit  $d_1$  und  $d_2$  nach Bemerkung 3.2 :

$$d_1 = \left\lfloor \frac{m}{2} \right\rfloor$$

$$d_2 = \frac{m^2 - 4m}{4} + \begin{cases} 1 & \text{für } m \equiv 0 \pmod{2} \\ \frac{3}{4} & \text{für } m \equiv 1 \pmod{2} \end{cases}$$

$G_e$  und  $t_e$  ergeben sich aus Satz 3.2 (E2), wobei

$$G_e \in \{0, 1, 2\}^{d_1 \times d_3} \text{ und } t \in \{d \in \mathbb{P} : d|m \wedge d > 1\}^{d_3} =: T^{d_3}$$

mit  $d_3$  nach Bemerkung 3.3 :

$$d_3 = |T| = \prod_{p \in \mathbb{P}} (1 + \alpha_m(p)) - 1$$

### 3. Gewichte als Punkt im Polyeder

#### 3.3.2. Vollständig egalitärer Gewichtsvektor

Jeder  $m$ -dimensionale, normierte und vollständig egalitäre Gewichtsvektor  $w = (w_0, \dots, w_{m-1})^T$  läßt sich aus dem Hilfsvektor  $x = (x_1, \dots, x_{\lfloor \frac{m}{2} \rfloor})^T \in \mathbb{R}^{\lfloor \frac{m}{2} \rfloor}$  bestimmen, durch

$$w_0 = 0$$

$$\forall i \text{ mit } 1 \leq i \leq \left\lfloor \frac{m}{2} \right\rfloor : \begin{cases} w_i = x_i \\ w_{m-i} = x_i \end{cases}$$

Dabei liegt  $x$  in dem Polytop  $M_{ve}$ :

$$M_{ve} := \{z \in \mathbb{R}^{\lfloor \frac{m}{2} \rfloor} : z > 0 \wedge U z \leq 0 \wedge G_{ve} z = t_{ve}\}$$

Dabei ergibt sich  $U$  aus Satz 3.1 (G2) und (G3), wobei

$$U \in \{-2, -1, 0, 1, 2\}^{d_1 \times d_2}$$

mit  $d_1$  und  $d_2$  nach Bemerkung 3.2 :

$$d_1 = \left\lfloor \frac{m}{2} \right\rfloor$$

$$d_2 = \frac{m^2 - 4m}{4} + \begin{cases} 1 & \text{für } m \equiv 0 \pmod{2} \\ \frac{3}{4} & \text{für } m \equiv 1 \pmod{2} \end{cases}$$

$G_{ve}$  und  $t_{ve}$  ergeben sich aus Satz 3.3 (VE2), wobei

$$G_{ve} \in \{0, 1, 2\}^{d_1 \times d_4} \text{ und } t \in \{d \in \mathbb{P} : d|m\}^{d_1} =: T_{\mathbb{P}}^{d_1}$$

mit  $d_4$  nach Bemerkung 3.4 :

$$d_4 = \sum_{d \in T_{\mathbb{P}}} \left\lfloor \frac{m}{2d} \right\rfloor + |T_{\mathbb{P}}|$$

#### 3.3.3. Eckenzahl des Polytops

Hier soll nicht die Eckenzahl des Polytops  $M_{e/ve}$  ausgerechnet, sondern lediglich abgeschätzt werden. Fangen wir mal beim Würfel an: Der  $n$ -dimensionale Würfel hat  $2n$  Seiten bzw. Hyperebenen.  $n$  Seiten bilden eine Ecke. Zu jeder Seite gibt es eine parallele Seite. 1 Seite schneidet nicht diese parallele, aber alle anderen Seiten, also  $2n - 2$  Seiten. 1 Seite bildet mit  $n - 1$  anderen Seiten eine Ecke. Der  $n$ -dimensionale Würfel hat also  $2^n$  Ecken aus  $2n$  Seiten.



### 3. Gewichte als Punkt im Polyeder

Jede weitere Seite, die der Würfel dazu bekommt, kann bis zu  $n - 1$  Ecken mehr bringen, indem diese neue Seite 1 Ecke abschneidet. Ein Polytop aus  $a$  Seiten (für  $a \geq 2n$ ) hat damit bis zu  $b$  Ecken:

$$b = 2^n + \sum_{j=2n+1}^a (n - 1) =$$

$$2^n + (n - 1)(a - (2n + 1) + 1) = 2^n + (n - 1)(a - 2n)$$

Für die Eckenzahl  $k$  des Polytops  $M$  eines  $m$ -dimensionalen (vollständig) egalitären Gewichtes ergibt sich nun mit den Bezeichnungen aus den vorhergehenden Abschnitten: Das Polytop  $M$  wird aus  $d_2$  Ungleichungen  $x_i \leq x_j + x_k$  und  $d_5 := \lfloor \frac{m}{2} \rfloor$  Ungleichungen der Form  $0 < x_i$  gebildet. Damit ergibt sich für  $k$ :

$$k \leq 2^{\lfloor \frac{m}{2} \rfloor} + \left( \left\lfloor \frac{m}{2} \right\rfloor - 1 \right) (d_5 + d_2 - 2^{\lfloor \frac{m}{2} \rfloor})$$

Für egalitäre Gewichte müssen / können noch  $d_3$  Gleichungen berücksichtigt werden. Diese reduzieren dann die Dimension des Polytops um den Rang der mit der rechten Seite  $t_e$  erweiterten Gleichungsmatrix  $G_e$  auf  $\lfloor \frac{m}{2} \rfloor - \text{rang}(G_e|t_e)$ . Für vollständig egalitäre Gewichte reduzieren die  $d_4$  Gleichungen die Dimension auf  $\lfloor \frac{m}{2} \rfloor - \text{rang}(G_{ve}|t_{ve})$ . Da nicht alle Ungleichungen innerhalb des Unterraumes liegen, der durch die Gleichungen bestimmt wird, reduziert sich die tatsächliche Eckenzahl nochmals.

Im nächsten Abschnitt werden einige Zahlenwerte präsentiert. Damit wird dann klar, daß die mögliche Eckenzahl des Polytops gewaltig ist und auch weder durch die Gleichungen noch durch die zuviel betrachteten Ungleichungen erheblich kleiner wird.

#### 3.3.4. Zahlenbeispiel

In Abb. 3 wird die Problemgröße für die Bestimmung eines Gewichtsvektors - sowohl egalitär als auch vollständig egalitär - gezeigt. Für Zahlen  $m$ , die durch 6 teilbar sind, wurde die Zeile frei gelassen, da hierfür keine egalitären und damit auch keine vollständig egalitären Gewichte existieren (Bem. 2.3,4.). Die  $d_{1...4}$  wurden nach den Formeln in Bem. 3.2, Bem. 3.3 und Bem. 3.4 berechnet; Bem. 3.2 gilt erst für  $m \geq 6$ . In Abb. 4 wurde diese Tabelle in ein Koordinatensystem eingetragen. In Abb. 5 wurden mehr Zahlen aufgetragen. Man erkennt Strukturen.

Die Strukturen in der Grafik für die Anzahl  $d_3$  Gleichungen um egalitäre Gewichte zu bestimmen (mittleres Koordinatensystem in Abb. 4 und 5), sind horizontale Linien. Es gilt  $d_3 = x$  für  $m \in H_x$  mit

$$H_x := \left\{ z = \prod_{p \in \mathbb{P}} p^{\alpha_z(p)} : \alpha_z(p) \in \mathbb{N}_0 \wedge \prod_{p \in \mathbb{P}} (1 + \alpha_z(p)) = x + 1 \right\}.$$

### 3. Gewichte als Punkt im Polyeder

Abbildung 3: Problemgröße der Bestimmung von Gewichtsvektoren im Zahlenbeispiel

$d_1$  Anzahl Unbekannte

$d_2$  Anzahl Ungleichungen für ein Gewicht

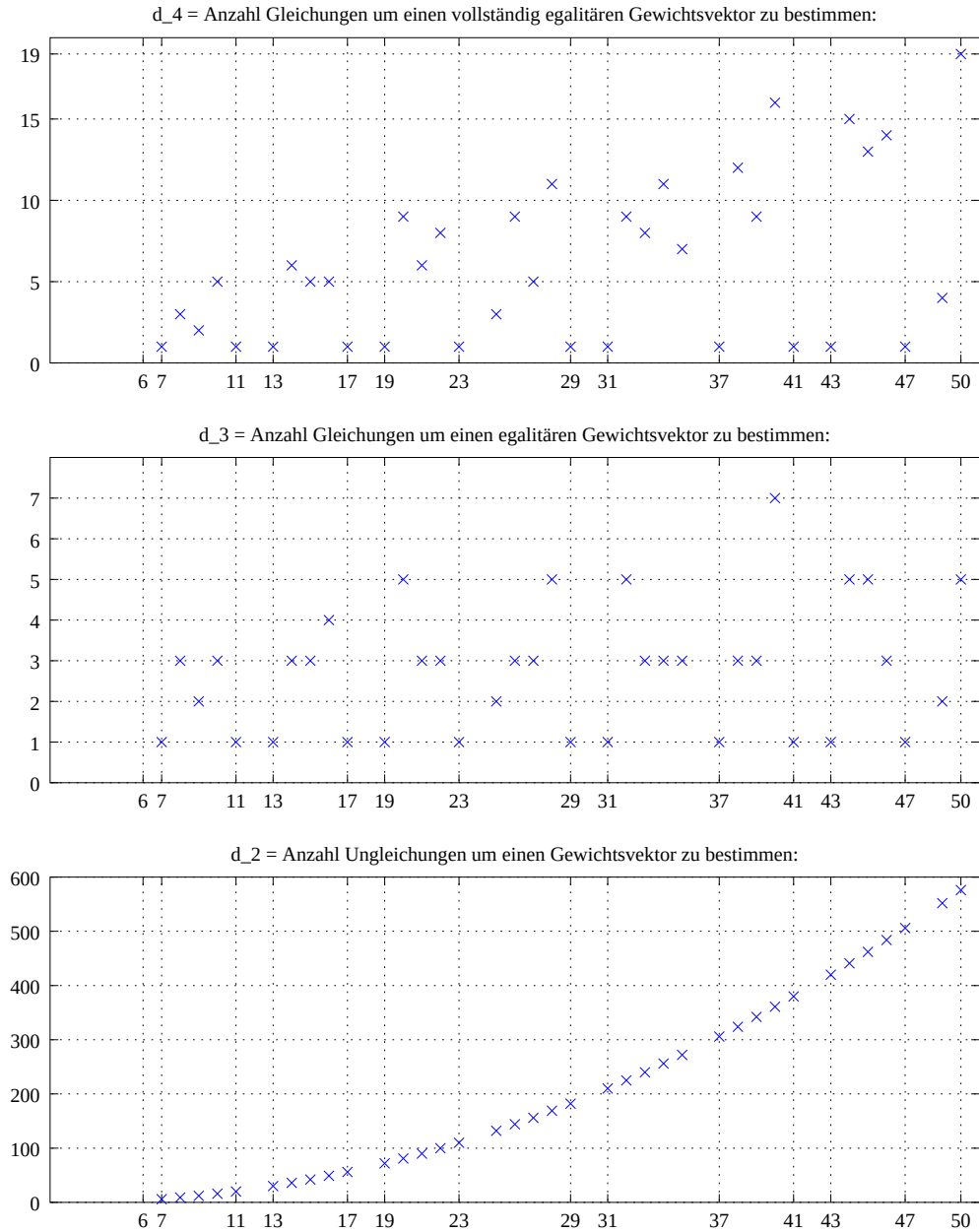
$d_3$  Anzahl Gleichungen für egalitär

$d_4$  Anzahl Gleichungen für vollständig egalitär

| m  | $d_1$ | $d_2$ | $d_3$ | $d_4$ | m  | $d_1$ | $d_2$ | $d_3$ | $d_4$ | m   | $d_1$ | $d_2$ | $d_3$ | $d_4$ |
|----|-------|-------|-------|-------|----|-------|-------|-------|-------|-----|-------|-------|-------|-------|
| 6  |       |       |       |       | 38 | 19    | 324   | 3     | 12    | 70  | 35    | 1156  | 7     | 32    |
| 7  | 3     | 6     | 1     | 1     | 39 | 19    | 342   | 3     | 9     | 71  | 35    | 1190  | 1     | 1     |
| 8  | 4     | 9     | 3     | 3     | 40 | 20    | 361   | 7     | 16    | 72  |       |       |       |       |
| 9  | 4     | 12    | 2     | 2     | 41 | 20    | 380   | 1     | 1     | 73  | 36    | 1260  | 1     | 1     |
| 10 | 5     | 16    | 3     | 5     | 42 |       |       |       |       | 74  | 37    | 1296  | 3     | 21    |
| 11 | 5     | 20    | 1     | 1     | 43 | 21    | 420   | 1     | 1     | 75  | 37    | 1332  | 5     | 21    |
| 12 |       |       |       |       | 44 | 22    | 441   | 5     | 15    | 76  | 38    | 1369  | 5     | 23    |
| 13 | 6     | 30    | 1     | 1     | 45 | 22    | 462   | 5     | 13    | 77  | 38    | 1406  | 3     | 10    |
| 14 | 7     | 36    | 3     | 6     | 46 | 23    | 484   | 3     | 14    | 78  |       |       |       |       |
| 15 | 7     | 42    | 3     | 5     | 47 | 23    | 506   | 1     | 1     | 79  | 39    | 1482  | 1     | 1     |
| 16 | 8     | 49    | 4     | 5     | 48 |       |       |       |       | 80  | 40    | 1521  | 9     | 30    |
| 17 | 8     | 56    | 1     | 1     | 49 | 24    | 552   | 2     | 4     | 81  | 40    | 1560  | 4     | 14    |
| 18 |       |       |       |       | 50 | 25    | 576   | 5     | 19    | 82  | 41    | 1600  | 3     | 23    |
| 19 | 9     | 72    | 1     | 1     | 51 | 25    | 600   | 3     | 11    | 83  | 41    | 1640  | 1     | 1     |
| 20 | 10    | 81    | 5     | 9     | 52 | 26    | 625   | 5     | 17    | 84  |       |       |       |       |
| 21 | 10    | 90    | 3     | 6     | 53 | 26    | 650   | 1     | 1     | 85  | 42    | 1722  | 3     | 12    |
| 22 | 11    | 100   | 3     | 8     | 54 |       |       |       |       | 86  | 43    | 1764  | 3     | 24    |
| 23 | 11    | 110   | 1     | 1     | 55 | 27    | 702   | 3     | 9     | 87  | 43    | 1806  | 3     | 17    |
| 24 |       |       |       |       | 56 | 28    | 729   | 7     | 20    | 88  | 44    | 1849  | 7     | 28    |
| 25 | 12    | 132   | 2     | 3     | 57 | 28    | 756   | 3     | 12    | 89  | 44    | 1892  | 1     | 1     |
| 26 | 13    | 144   | 3     | 9     | 58 | 29    | 784   | 3     | 17    | 90  |       |       |       |       |
| 27 | 13    | 156   | 3     | 5     | 59 | 29    | 812   | 1     | 1     | 91  | 45    | 1980  | 3     | 11    |
| 28 | 14    | 169   | 5     | 11    | 60 |       |       |       |       | 92  | 46    | 2025  | 5     | 27    |
| 29 | 14    | 182   | 1     | 1     | 61 | 30    | 870   | 1     | 1     | 93  | 46    | 2070  | 3     | 18    |
| 30 |       |       |       |       | 62 | 31    | 900   | 3     | 18    | 94  | 47    | 2116  | 3     | 26    |
| 31 | 15    | 210   | 1     | 1     | 63 | 31    | 930   | 5     | 16    | 95  | 47    | 2162  | 3     | 13    |
| 32 | 16    | 225   | 5     | 9     | 64 | 32    | 961   | 6     | 17    | 96  |       |       |       |       |
| 33 | 16    | 240   | 3     | 8     | 65 | 32    | 992   | 3     | 10    | 97  | 48    | 2256  | 1     | 1     |
| 34 | 17    | 256   | 3     | 11    | 66 |       |       |       |       | 98  | 49    | 2304  | 5     | 33    |
| 35 | 17    | 272   | 3     | 7     | 67 | 33    | 1056  | 1     | 1     | 99  | 49    | 2352  | 5     | 22    |
| 36 |       |       |       |       | 68 | 34    | 1089  | 5     | 21    | 100 | 50    | 2401  | 8     | 37    |
| 37 | 18    | 306   | 1     | 1     | 69 | 34    | 1122  | 3     | 14    | 101 | 50    | 2450  | 1     | 1     |

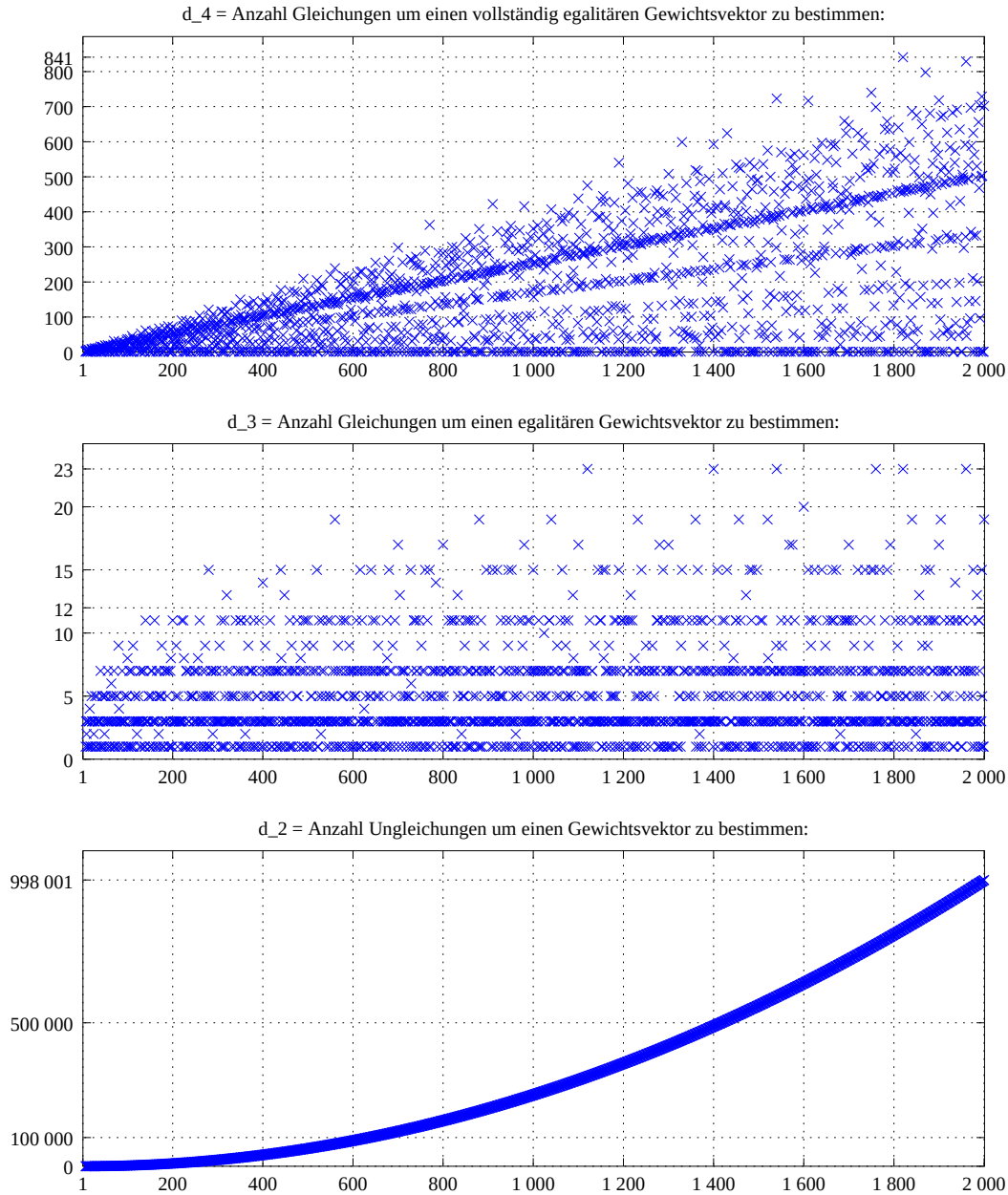
### 3. Gewichte als Punkt im Polyeder

Abbildung 4: Problemgröße der Bestimmung von Gewichtsvektoren im Zahlenbeispiel



### 3. Gewichte als Punkt im Polyeder

Abbildung 5: Problemgröße der Bestimmung von Gewichtsvektoren im Zahlenbeispiel



### 3. Gewichte als Punkt im Polyeder

#### Beispiel 3.5 Beispiele für horizontale Linien $d_3$

$$H_1 = \mathbb{P}$$

$$\forall(\beta + 1) \in \mathbb{P} : H_\beta = \{p^\beta : p \in \mathbb{P}\}$$

$$H_7 = \{p^7 : p \in \mathbb{P}\} \cup \\ \{(p_1 + p_2^3) : p_1, p_2 \in \mathbb{P}\} \cup \\ \{(p_1 + p_2 + p_3) : p_1, p_2, p_3 \in \mathbb{P}\}$$

In Abb. 5 (mittleres Koordinatensystem) erkennt man bei  $d_3 = 12$  eine scheinbare Lücke; die kleinste Zahl  $m$  bei der  $d_3 = 12$  Gleichungen für egalitäre Gewichte auftreten ist  $2^{12} = 4096$ , da  $12 + 1 \in \mathbb{P}$ .

Die diagonalen Linien in der Grafik für die Anzahl  $d_4$  Gleichungen um vollständig egalitäre Gewichte zu bestimmen (oberes Koordinatensystem in Abb. 4 und 5), rühren aus der Formel her. Der zweite Summand  $|T_{\mathbb{P}}|$  ergibt alleine aufgetragen ähnliche horizontale Linien wie bei  $d_3$ . Diese werden durch den ersten Summanden, der für eine festgehaltene Menge  $T_{\mathbb{P}}$  monoton wächst, in Diagonale verdreht. Häufungen treten durch mehrere dieser Diagonalen zu verschiedenen Zahlen auf, die alle gleiche Steigung und fast gleichen Achsenabschnitt haben.

#### Beispiel 3.6 für $T_{\mathbb{P}} = \{2\}$ :

|                                                            |   |   |   |    |    |    |     |     |     |      |
|------------------------------------------------------------|---|---|---|----|----|----|-----|-----|-----|------|
| $m$                                                        | 2 | 4 | 8 | 16 | 32 | 64 | 128 | 256 | 512 | 1024 |
| $\sum_{d \in T_{\mathbb{P}}} \lfloor \frac{m}{2d} \rfloor$ | 0 | 1 | 2 | 4  | 8  | 16 | 32  | 64  | 128 | 256  |
| $ T_{\mathbb{P}} $                                         | 1 | 1 | 1 | 1  | 1  | 1  | 1   | 1   | 1   | 1    |
| $d_4$                                                      | 1 | 2 | 3 | 5  | 9  | 17 | 33  | 65  | 129 | 257  |

#### Beispiel 3.7 für $T_{\mathbb{P}} = \{2; 5\}$ :

|                                                            |    |    |    |    |    |     |     |     |     |     |     |     |
|------------------------------------------------------------|----|----|----|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $m$                                                        | 10 | 20 | 40 | 50 | 80 | 100 | 160 | 200 | 250 | 320 | 400 | 500 |
| $\sum_{d \in T_{\mathbb{P}}} \lfloor \frac{m}{2d} \rfloor$ | 3  | 7  | 14 | 17 | 28 | 35  | 56  | 70  | 87  | 112 | 140 | 175 |
| $ T_{\mathbb{P}} $                                         | 2  | 2  | 2  | 2  | 2  | 2   | 2   | 2   | 2   | 2   | 2   | 2   |
| $d_4$                                                      | 5  | 9  | 16 | 19 | 30 | 37  | 58  | 72  | 89  | 114 | 142 | 177 |

## 4. Gewichte im Einzelnen - Beispiele

Nach der Theorie der bisherigen Kapitel nun einige Beispiele. Soweit es leicht möglich ist, werden die Beispiele vorgerechnet. Bei größeren Problemen wird dann der Computer zur Hilfe gezogen.

### 4.1. per Hand berechnet

Die ersten Beispiele werden noch sehr ausführlich behandelt; mit der Zeit werden dann immer mehr Schritte übersprungen.

#### 4.1.1. Gewichte für $m = 2$

Der Gewichtsvektor  $x$  ist aus dem  $\mathbb{R}^2$ . Das Intervall  $I$  aus dem vorherigen Abschnitt ergibt sich zu  $I = [1; 1] \cap \mathbb{Z} = \{1\}$ .

Für ein Gewicht müssen nach Satz 3.1 folgende Gleichungen und Ungleichungen erfüllt sein:

$$(G1) \quad \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_1 > 0 \end{cases}$$

$$(G2) \quad \text{_____}$$

$$(G3) \quad \text{_____}$$

Für ein normiertes egalitäres Gewicht muß nach Satz 3.2 zusätzlich gelten:

$$(E2) \quad x_1 = 2$$

Für ein normiertes vollständig egalitäres Gewicht ergibt sich nach Satz 3.3 nochmals die gleiche Bedingung:

$$(VE2) \quad x_1 = 2$$

Es ist also das normierte egalitäre und damit auch das normierte vollständig egalitäre Gewicht auf  $\mathbb{Z}_2$  eindeutig:

$$\begin{array}{c|c} w(0) = x_0 & w(1) = x_1 \\ \hline 0 & 2 \end{array}$$

#### 4.1.2. Gewichte für $m = 3$

Hier ergibt sich:  $x \in \mathbb{R}^3$ ;  $I = [1; \frac{3}{2}] \cap \mathbb{Z} = \{1\}$

$$(G1) \quad \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_1 > 0 \end{cases}$$

$$(G2) \quad \text{_____}$$

#### 4. Gewichte im Einzelnen - Beispiele

**(G3)** 

**(E2)**  $2 \cdot x_1 = 3$

**(VE2)**  $2 \cdot x_1 = 3$

Also ist auch hier das normierte egalitäre und damit das normierte vollständig egalitäre Gewicht auf  $\mathbb{Z}_3$  eindeutig:

$$\begin{array}{c|c|c} w(0) = x_0 & w(1) = x_1 & w(2) = x_2 = x_1 \\ \hline 0 & \frac{3}{2} & \frac{3}{2} \end{array}$$

##### 4.1.3. Gewichte für $m = 4$

$$x \in \mathbb{R}^4; I = [1; 2] \cap \mathbb{Z} = \{1; 2\}$$

**(G1)**  $\begin{cases} x_0 = 0 \\ x_1 > 0 \\ x_2 > 0 \end{cases}$

**(G2)**  $\begin{cases} x_2 \leq x_1 + x_1 \\ x_1 \leq x_1 + x_2 \end{cases}$

**(G3)** 

**(E2)**  $\begin{cases} x_2 = 2 \\ x_1 + x_2 + x_1 = 4 \end{cases}$

**(VE2)**  $\begin{cases} x_2 = 2 \\ x_1 + x_1 = 2 \end{cases}$

Abermals ist das normierte egalitäre und damit das normierte vollständig egalitäre Gewicht auf  $\mathbb{Z}_4$  eindeutig:

$$\begin{array}{c|c|c|c} w(0) = x_0 & w(1) = x_1 & w(2) = x_2 & w(3) = x_3 = x_1 \\ \hline 0 & 1 & 2 & 1 \end{array}$$

##### 4.1.4. Gewichte für $m = 5$

$$x \in \mathbb{R}^5; I = \{1; 2\}$$

**(G1)**  $\begin{cases} x_0 = 0 \\ x_1 > 0 \\ x_2 > 0 \end{cases}$

**(G2)**  $\begin{cases} x_2 \leq x_1 + x_1 \\ x_1 \leq x_2 + x_2 \end{cases}$

**(G3)** 

**(E2)**  $x_1 + x_2 + x_2 + x_1 = 5$

#### 4. Gewichte im Einzelnen - Beispiele

**(VE2)**  $x_1 + x_2 + x_2 + x_1 = 5$

Erinnerung:  $x_0 = 0$ ,  $x_4 = x_1$  und  $x_3 = x_2$

Jedes normierte egalitäre Gewicht ist also auch normiert vollständig egalitär. Die Menge aller normierter egalitärer Gewichte auf  $\mathbb{Z}_5$  besitzt einen Freiheitsgrad - siehe Abb. 6.

Für  $m = 6$  wird nichts aufgestellt und berechnet, da keine egalitären Gewichte existieren. (Bem. 2.3)

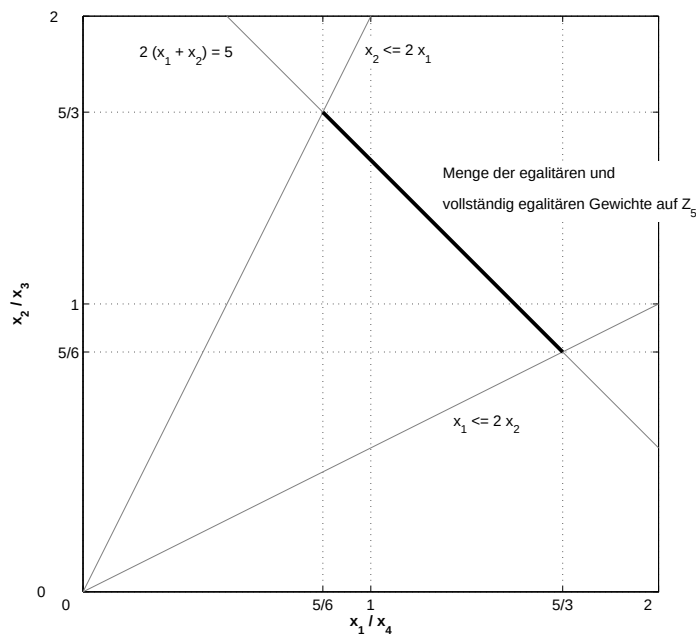


Abbildung 6: normierte egalitäre Gewichte auf  $\mathbb{Z}_5$  als Strecke im  $\mathbb{R}^2$

##### 4.1.5. Gewichte für $m = 7$

$$x \in \mathbb{R}^7; I = \{1; 2; 3\}$$

$$(G1) \quad \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_1 > 0 \\ x_2 > 0 \\ x_3 > 0 \end{cases}$$

$$(G2) \quad \begin{cases} x_2 \leq x_1 + x_1 \\ x_3 \leq x_1 + x_2 \\ x_3 \leq x_2 + x_2 \\ x_1 \leq x_3 + x_3 \end{cases}$$

$$(G3) \quad \begin{cases} x_2 \leq x_1 + x_3 \\ x_1 \leq x_2 + x_3 \end{cases}$$



#### 4. Gewichte im Einzelnen - Beispiele

$$(E2) \quad x_1 + x_2 + x_3 + x_3 + x_2 + x_1 = 7$$

$$(VE2) \quad x_1 + x_2 + x_3 + x_3 + x_2 + x_1 = 7$$

Jedes normierte egalitäre Gewicht ist also auch normiert vollständig egalitär. Die Menge aller normierter egalitärer Gewichte auf  $\mathbb{Z}_7$  bildet ein 2-dimensionales Polytop - siehe Abb. 7.

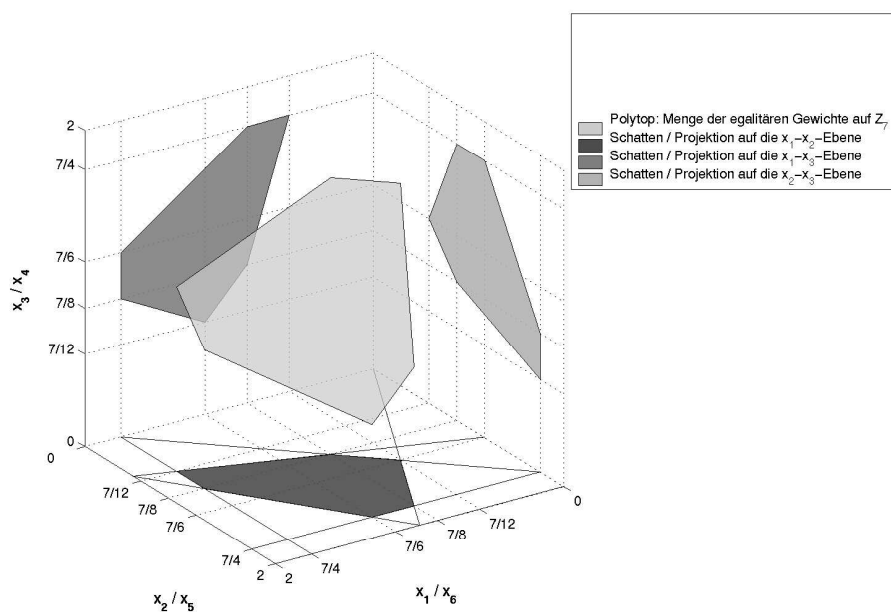


Abbildung 7: normierte egalitäre Gewichte auf  $\mathbb{Z}_7$  als Fläche im  $\mathbb{R}^3$

##### 4.1.6. Gewichte für $m = 8$

$$x \in \mathbb{R}^8; I = \{1; 2; 3; 4\}$$

$$(G1) \quad \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_1 > 0 \\ x_2 > 0 \\ x_3 > 0 \\ x_4 > 0 \end{cases}$$

$$(G2) \quad \begin{cases} x_2 \leq 2x_1 \\ x_3 \leq x_1 + x_2 \\ x_4 \leq x_1 + x_3 \\ x_3 \leq x_1 + x_4 \\ x_4 \leq 2x_2 \\ x_2 \leq 2x_3 \\ x_1 \leq x_3 + x_4 \end{cases}$$

#### 4. Gewichte im Einzelnen - Beispiele

$$(G3) \quad \begin{cases} x_2 \leq x_1 + x_3 \\ x_1 \leq x_2 + x_3 \end{cases}$$

$$(E2) \quad \begin{cases} x_4 = 2 \\ 2x_2 + x_4 = 4 \\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 8 \end{cases}$$

$$(VE2) \quad \begin{cases} x_4 = 2 \\ x_1 + x_3 = 2 \\ 2x_2 = 2 \end{cases}$$

(E2) und (VE2) liefern also beide:

$$\begin{aligned} x_4 &= 2 \\ x_2 &= 1 \\ x_3 &= 2 - x_1 \end{aligned}$$

Damit ist also wieder jedes normierte egalitäre Gewicht auch normiert vollständig egalitär. Das zugehörige Polytop ist 1-dimensional, siehe Abb. 8.

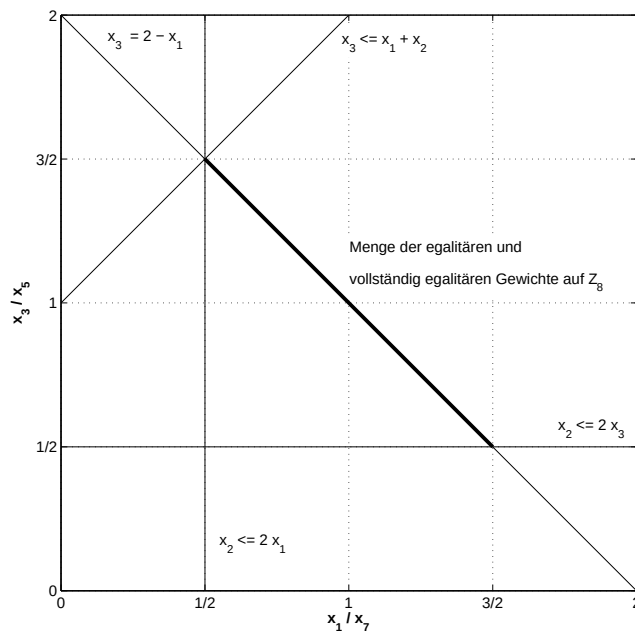


Abbildung 8: normierte egalitäre Gewichte auf  $\mathbb{Z}_8$  als Strecke im  $\mathbb{R}^2$

##### 4.1.7. Gewichte für $m = 9$

$$x \in \mathbb{R}^9; I = \{1; 2; 3; 4\}$$

#### 4. Gewichte im Einzelnen - Beispiele

$$(G1) \quad \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_1 > 0 \\ x_2 > 0 \\ x_3 > 0 \\ x_4 > 0 \end{cases}$$

$$(G2) \quad \begin{cases} x_2 \leq 2x_1 \\ x_3 \leq x_1 + x_2 \\ x_4 \leq x_1 + x_3 \\ x_4 \leq 2x_2 \\ x_4 \leq x_2 + x_3 \\ x_3 \leq x_2 + x_4 \\ x_2 \leq x_3 + x_4 \\ x_1 \leq 2x_4 \end{cases}$$

$$(G3) \quad \begin{cases} x_2 \leq x_1 + x_3 \\ x_3 \leq x_1 + x_4 \\ x_1 \leq x_2 + x_3 \\ x_1 \leq x_3 + x_4 \end{cases}$$

$$(E2) \quad \begin{cases} x_3 + x_3 = 3 \\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 9 \end{cases}$$

$$(VE2) \quad \begin{cases} x_3 + x_3 = 3 \\ x_1 + x_2 + x_4 = 3 \end{cases}$$

Abermals gibt es keinen Unterschied zwischen dem Polytop für egalitäre und vollständig egalitäre Gewichte. Dieses 2-dimensionale Polytop ist in Abbildung 9 dargestellt.

##### 4.1.8. Gewichte für $m = 10$

$$x \in \mathbb{R}^{10}; I = \{1; 2; 3; 4; 5\}$$

$$(G1) \quad \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_1 > 0 \\ x_2 > 0 \\ x_3 > 0 \\ x_4 > 0 \\ x_5 > 0 \end{cases}$$

#### 4. Gewichte im Einzelnen - Beispiele

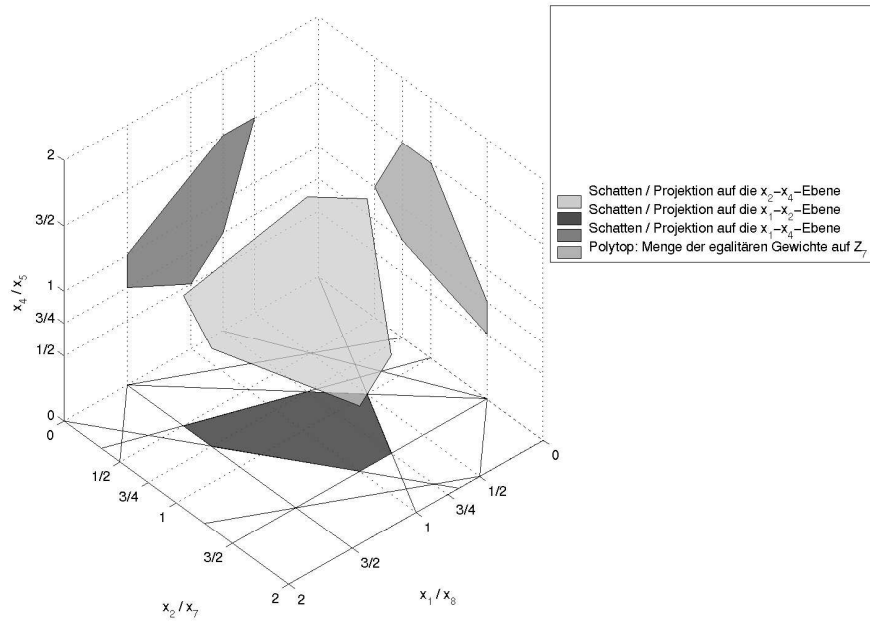


Abbildung 9: normierte vollständig egalitäre Gewichte auf  $\mathbb{Z}_9$  als Fläche im  $\mathbb{R}^3$

$$(G2) \quad \left\{ \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & -2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} \leq 0 \right.$$

$$(G3) \quad \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} \leq 0 \right.$$

$$(E2) \quad \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 10 \end{pmatrix} \right.$$

#### 4. Gewichte im Einzelnen - Beispiele

$$(VE2) \quad \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \\ 5 \\ 5 \end{pmatrix} \right.$$

Hier ergibt sich nun ein Unterschied in den Gleichungen für egalitäre und vollständig egalitäre Gewichte.

**egalitär:** Es ergibt sich aus den Gleichungen (E2):

$$\begin{aligned} x_5 &= 2 \\ x_4 &= \frac{5-2x_2}{2} \\ x_3 &= \frac{3}{2} - x_1 \end{aligned}$$

$x_1$  und  $x_2$  bleiben als freie Parameter. Hierbei darf man nun die Ungleichungen nicht vergessen. Die 4. Ungleichung von (G2) liefert nach Einsetzen der Ergebnisse aus den Gleichungen:

$$x_5 \leq x_1 + x_4 \implies x_2 \leq x_1 + \frac{1}{2}$$

Aus der 7. Ungleichung gewinnt man:

$$x_5 \leq x_2 + x_3 \implies x_1 + \frac{1}{2} \leq x_2$$

Also die gleiche Beziehung, die auch aus den Gleichungen für vollständig egalitär folgt:

$$x_2 = x_1 + \frac{1}{2}$$

**vollständig egalitär:** Es ergibt sich aus den Gleichungen (VE2):

$$\begin{aligned} x_5 &= 2 \\ x_4 &= 2 - x_1 \\ x_3 &= \frac{3}{2} - x_1 \\ x_2 &= x_1 + \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$x_1$  bleibt als freier Parameter.

**egalitär und vollständig egalitär:** Es bleibt also in beiden Fällen  $x_1$  als einziger freier Parameter. Das zugehörige 1-dimensionale Polytop ist in Abb. 10 dargestellt. Um alle  $x_i$  darzustellen, wurden die Achsen doppelt verwendet.

### 4.2. mit Hilfe des Computers berechnet

Die zu lösenden Ungleichungen und Gleichungen haben bei  $m = 10$  ja bereits eine Seite gefüllt, daher nun der Schritt, den Computer als Hilfsmittel zu verwenden.

#### 4. Gewichte im Einzelnen - Beispiele

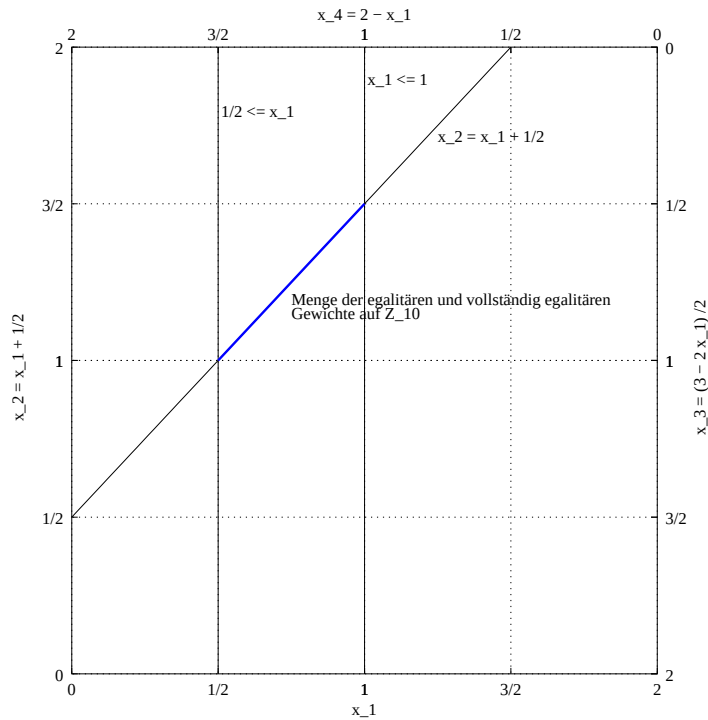


Abbildung 10: normierte vollständig egalitäre Gewichte auf  $\mathbb{Z}_{10}$

##### 4.2.1. Gewichte für $m = 11$

$$x \in \mathbb{R}^{11}; I = \{1; 2; 3; 4; 5\}; x \geq 0$$

$$(G2) \text{ und } (G3) \quad \left\{ \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & -2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -2 \\ -1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} \leq 0 \right.$$

#### 4. Gewichte im Einzelnen - Beispiele

$$(\mathbf{E2}) = (\mathbf{VE2}) \quad \left\{ \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 \end{pmatrix} \right.$$

Da 11 eine Primzahl ist, sind die Gleichungen und damit auch die Gewichte für egalitär und vollständig egalitär identisch. Das 4-dimensionale Polytop hat 20 Seiten aus 26 Ecken. Die Ecken mit der größten Entfernung bzgl.  $x_1$  sind:

$$\begin{pmatrix} \frac{11}{30} \\ \frac{11}{11} \\ \frac{15}{11} \\ \frac{10}{22} \\ \frac{15}{11} \\ \frac{11}{6} \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \begin{pmatrix} \frac{11}{6} \\ \frac{11}{11} \\ \frac{30}{22} \\ \frac{15}{11} \\ \frac{15}{11} \\ \frac{11}{10} \end{pmatrix}$$

Die selben Entfernungen mit den gleichen Schranken können auf allen Komponenten erreicht werden.

$$\begin{pmatrix} \frac{11}{6} \\ \frac{11}{11} \\ \frac{30}{22} \\ \frac{15}{11} \\ \frac{10}{11} \\ \frac{15}{10} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{11}{9} \\ \frac{11}{11} \\ \frac{6}{11} \\ \frac{18}{11} \\ \frac{18}{11} \\ \frac{11}{9} \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} \frac{22}{15} \\ \frac{11}{11} \\ \frac{10}{11} \\ \frac{30}{11} \\ \frac{6}{11} \\ \frac{11}{15} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{11}{15} \\ \frac{15}{22} \\ \frac{15}{11} \\ \frac{6}{11} \\ \frac{10}{11} \\ \frac{30}{10} \end{pmatrix};$$

$$\begin{pmatrix} \frac{11}{10} \\ \frac{11}{11} \\ \frac{6}{11} \\ \frac{15}{11} \\ \frac{30}{22} \\ \frac{11}{15} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{11}{12} \\ \frac{11}{11} \\ \frac{12}{11} \\ \frac{12}{11} \\ \frac{6}{11} \\ \frac{11}{12} \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} \frac{11}{15} \\ \frac{15}{22} \\ \frac{15}{11} \\ \frac{6}{11} \\ \frac{10}{11} \\ \frac{11}{30} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{11}{30} \\ \frac{11}{11} \\ \frac{15}{11} \\ \frac{10}{22} \\ \frac{15}{11} \\ \frac{11}{6} \end{pmatrix}.$$

##### 4.2.2. Gewichte für $m = 13$

$$x \in \mathbb{R}^{13}; I = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}; x \geq 0$$

#### 4. Gewichte im Einzelnen - Beispiele

$$\begin{aligned}
 \text{(G2) und (G3)} \quad & \left\{ \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & -2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 \\ -1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{pmatrix} \leq 0 \right. \\
\text{(E2) = (VE2)} \quad & \left\{ \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 \end{pmatrix} \right\}
\end{aligned}$$

Da 13 eine Primzahl ist, sind die Gleichungen und damit auch die Gewichte für egalitär und vollständig egalitär identisch. Das 5-dimensionale Polytop hat 30 Seiten aus 43 Ecken. Die Ecken mit der größten Entfernung bzgl.  $x_1$  sind:

$$\begin{pmatrix} \frac{13}{42} \\ \frac{13}{13} \\ \frac{21}{13} \\ \frac{14}{26} \\ \frac{21}{65} \\ \frac{42}{13} \\ \frac{7}{7} \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \begin{pmatrix} \frac{13}{7} \\ \frac{13}{13} \\ \frac{14}{13} \\ \frac{14}{13} \\ \frac{14}{13} \\ \frac{14}{13} \\ \frac{14}{14} \end{pmatrix}$$

Hier bietet sich das selbe Bild wie bei  $m = 11$ : Die Schranken können auf allen Komponenten erreicht werden.



#### 4.2.3. Gewichte für $m = 14$

$$x \in \mathbb{R}^{14}; I = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$$

Auch hier ergibt sich kein Unterschied zwischen dem Polytop für egalitär und für vollständig egalitär. Das 2-dimensionale Polytop hat 3 Ecken. Die Ecken mit der größten Entfernung bzgl.  $x_1$  sind

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \\ 1 \\ 6 \\ 1 \\ 4 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 1 \\ 6 \\ 1 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}. \quad \text{Die dritte Ecke ist} \quad \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ 3 \\ 3 \\ 4 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \\ 1 \\ 3 \\ 3 \\ 1 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Der Abstand von  $\frac{4}{3} - \frac{1}{3} = 1$  in  $x_1$ -Richtung kann auf allen Komponenten außer der letzten erreicht werden, da  $x_7$  durch die Gleichungen auf 2 fixiert ist. Dies soll jetzt nicht heißen, daß z. B.  $x_2$  auch den Wert  $\frac{1}{3}$  annehmen kann. Folgende Schranken lassen sich ablesen:

$$\frac{1}{3} \leq x_1, x_3, x_5 \leq \frac{4}{3}; \quad \frac{2}{3} \leq x_2, x_4, x_6 \leq \frac{5}{3}; \quad x_7 = 2$$

#### 4.2.4. Gewichte für $m = 15$

$$x \in \mathbb{R}^{15}; I = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$$

Hier ergibt sich nun erstmals ein Unterschied zwischen dem Polytop für egalitär und für vollständig egalitär. Es gilt in beiden Fällen  $x_5 = \frac{3}{2}$ .

**egalitär:** Das 4 dimensionale Polytop hat 22 Seiten aus 36 Ecken. Es gelten folgende Schranken:

$$\frac{3}{10} \leq x_1, x_2, x_4, x_7 \leq \frac{3}{2}; \quad \frac{5}{6} \leq x_3, x_6 \leq \frac{5}{3}; \quad x_5 = \frac{3}{2}$$

**vollständig egalitär:** Das 3 dimensionale Polytop aus 12 Ecken mit 10 Seiten ist in Abb. 11 abgebildet. Die restlichen  $x_i$  lassen sich direkt aus  $x_1, x_2$  und  $x_3$  berechnen:

$$x_4 = \frac{1}{2} - x_1 + x_3; \quad x_5 = \frac{3}{2}; \quad x_6 = \frac{5 - 2x_3}{2}; \quad x_7 = 3 - x_2 - x_3$$

Es gelten folgende Schranken:

$$\frac{1}{3} \leq x_1, x_2, x_4, x_7 \leq \frac{3}{2}; \quad 1 \leq x_3, x_6 \leq \frac{3}{2}; \quad x_5 = \frac{3}{2}$$

#### 4. Gewichte im Einzelnen - Beispiele

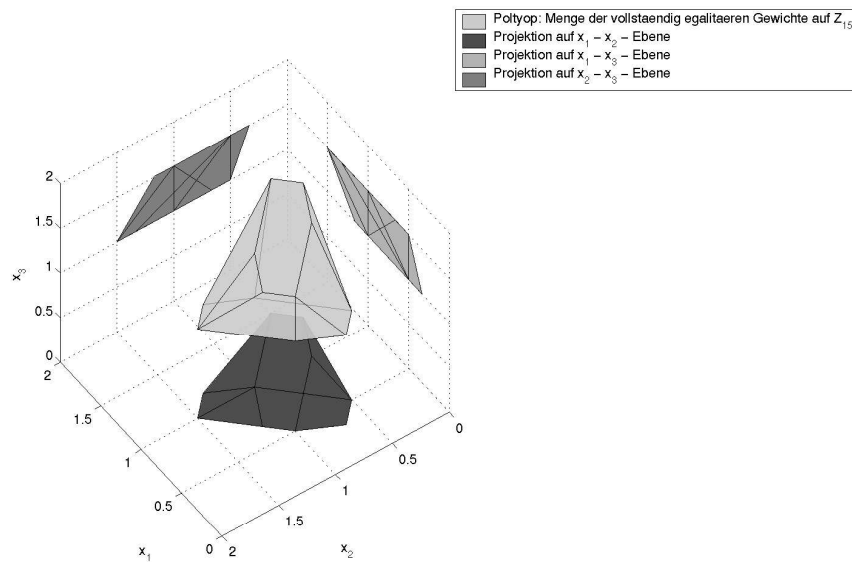


Abbildung 11: normierte vollständig egalitäre Gewichte auf  $\mathbb{Z}_{15}$

## 5. Extrema

In diesem Kapitel kann endlich direkt das Thema dieser Diplomarbeit aufgegriffen werden. Nach allen bisherigen Vorüberlegungen werden jetzt die Extrema berechnet und angegeben. Es wird zwar auf den nächsten Seiten schnell klar, wie man die Extrema findet, doch kommen auch danach noch weitere sinnvolle Sätze, die die Suche nach Extrema stark beschleunigen können.

### 5.1. Definitionen

An dieser Stelle ist das Wort Definition wohl sehr hochtrabend, aber es müssen einfach ein paar Begriffe vereinbart werden.

Die Abbildung  $\zeta(w)$  bezeichne einfach den Normalisator  $\zeta$  in den Definitionen für egalitär und vollständig egalitär (Def. 1.2, 1.5, 3.2, 3.3). Abgebildet wird dabei das Gewicht  $w$ . Es läßt sich schreiben:

$$\zeta(w) := \frac{1}{m} w(\mathbb{Z}_m) := \frac{1}{m} \sum_{x \in \mathbb{Z}_m} w(x), \text{ wobei } w \text{ egalitär}$$

Damit kann zu jedem Gewicht  $w$  auch leicht das normierte Gewicht  $\frac{w}{\zeta(w)}$  aufgeschrieben werden.

Zu jedem auf diese Weise normierten Gewicht  $\frac{w}{\zeta(w)}$  bezeichne<sup>16</sup>  $\zeta_{\min}(w)$  den kleinsten, positiven Wert<sup>17</sup> (Minimum) des Gewichtes und  $\zeta_{\max}(w)$  den größten Wert (Maximum):

$$\zeta_{\min}(w) := \min \left\{ \frac{w(x)}{\zeta(w)} : w(x) \neq 0 \right\}$$

$$\zeta_{\max}(w) := \max \left\{ \frac{w(x)}{\zeta(w)} : w(x) \neq 0 \right\}$$

Es ist klar, daß diese drei Abbildungen nur für egalitäre und im besonderen vollständig egalitäre Gewichte einen Sinn geben - daher auch nur für solche definiert sind.

#### Beispiel 5.1 Lee-Gewicht

Das Gewicht  $w_{\text{Lee}} : \mathbb{Z}_m \rightarrow \mathbb{Q}, x \mapsto \min\{x, m-x\}$  heißt Lee-Gewicht. Für  $m$  eine ungerade Primzahl ist das Lee-Gewicht offensichtlich vollständig egalitär. Wenn man sich die Struktur der Gleichungen für vollständig egalitär vergegenwärtigt, sieht man auch leicht, daß für  $m = 2^k$  das Lee-Gewicht diese Gleichungen erfüllt.<sup>18</sup>

<sup>16</sup>Der stets gewählte Buchstabe  $\zeta$  ist aus der Literatur übernommen. Man beachte den Index:  $\zeta$  hat zwar etwas mit  $\zeta(w)$  zu tun, aber  $\zeta_{\min}(w)$  und  $\zeta_{\max}(w)$  sind Werte der Abbildung  $w$ .

<sup>17</sup>Null ist nicht positiv!

<sup>18</sup>Es läßt sich auch zeigen, daß nur genau für diese Fälle das Lee-Gewicht vollständig egalitär ist. In den anderen Fällen ist es auch nicht egalitär.

## 5. Extrema

Für gerade  $m = 2^k$ : Es muß folgende Gleichung gelten:

$$w\left(\frac{m}{2}\right) = 2 \cdot \zeta(w_{Lee})$$

Weiterhin gilt:

$$w\left(\frac{m}{2}\right) = \frac{m}{2}$$

Damit ergibt sich der Normalisator vom Lee-Gewicht zu:

$$\zeta(w_{Lee}) = \frac{m}{4}$$

Für ungerade  $m \in \mathbb{P}$ : Es muß folgende Gleichung gelten:

$$\sum_{x \in \mathbb{Z}_m} w(x) = \zeta(w_{Lee}) \cdot m$$

Weiterhin gilt:

$$\sum_{x \in \mathbb{Z}_m} w(x) = 2 \sum_{x=0}^{\lfloor \frac{m}{2} \rfloor} x = \frac{m^2 - 1}{4}$$

Damit ergibt sich der Normalisator vom Lee-Gewicht zu:

$$\zeta(w_{Lee}) = \frac{m^2 - 1}{4m}$$

Das Gewicht  $\frac{w_{Lee}}{\zeta(w_{Lee})}$  ist also für  $m = 2^k$  und für ungerade  $m \in \mathbb{P}$  ein normiertes vollständig egalitäres Gewicht.

Mit  $\min \zeta_{\text{egalitär}}$  und  $\max \zeta_{\text{egalitär}}$  bzw.  $\min \zeta_{\text{egalitär}}^{\text{vollständig}}$  und  $\max \zeta_{\text{egalitär}}^{\text{vollständig}}$  seien noch weitere Abkürzungen eingeführt:

$$\min \zeta_{\text{egalitär}} := \min\{\zeta_{\min}(w) : w \text{ ist egalitäres Gewicht}\}$$

$$\max \zeta_{\text{egalitär}} := \max\{\zeta_{\max}(w) : w \text{ ist egalitäres Gewicht}\}$$

$$\min \zeta_{\text{egalitär}}^{\text{vollständig}} := \min\{\zeta_{\min}(w) : w \text{ ist vollständig egalitäres Gewicht}\}$$

$$\max \zeta_{\text{egalitär}}^{\text{vollständig}} := \max\{\zeta_{\max}(w) : w \text{ ist vollständig egalitäres Gewicht}\}$$

Die entsprechenden Bezeichnungen gelten auch für die Gewichtsvektoren nach Kapitel 3.

## 5.2. Maximum

In Kapitel 3 wurde bereits im Hinblick auf lineare Programmierung<sup>19</sup> ein Gewicht als Punkt in einem Polytop dargestellt. Wenn man nun das Maximum<sup>20</sup> bzgl.  $x_1$  eines normierten Gewichtes haben möchte, führt dies direkt auf folgendes lineare Programm:

$$c^T \cdot x \longrightarrow \max.$$

$$U \cdot x \leq 0$$

$$G \cdot x = b$$

$$x \geq 0; \quad c^T = (1, 0, \dots, 0)$$

Dabei ergibt sich U aus den Ungleichungen nach Satz 3.1 (G2), G(3) und die Gleichungen<sup>21</sup> aus Satz 3.2 oder Satz 3.3, je nachdem ob egalitäre oder vollständig egalitäre Gewichte gesucht werden. Die Ungleichungen aus Satz 3.1 (G1) werden für  $6 \nmid m$  implizit angenommen. Für  $6|m$  existiert aber kein egalitäres Gewicht.  $c$  ist hier die erste Spalte der Einheitsmatrix. Um in andere Richtungen das Maximum zu suchen, kann statt der ersten auch jede andere Spalte gewählt werden.

Die Lösungen dieser Probleme seien den gewählten Spalten entsprechend mit  $x_{e.1}, x_{e.2}, \dots, x_{e.\lfloor \frac{m}{2} \rfloor}$  für egalitäre Gewichte und mit  $x_{ve.1}, x_{ve.2}, \dots, x_{ve.\lfloor \frac{m}{2} \rfloor}$  für vollständig egalitäre Gewichte bezeichnet. Damit lassen sich die Maxima wie folgt schreiben:

$$\max \zeta_{\text{egalitär}} := \max\{\zeta_{\max}(x_{e.1}), \zeta_{\max}(x_{e.2}), \dots, \zeta_{\max}(x_{e.\lfloor \frac{m}{2} \rfloor})\}$$

$$\max \zeta_{\text{egalitär}}^{\text{vollständig}} := \max\{\zeta_{\max}(x_{ve.1}), \zeta_{\max}(x_{ve.2}), \dots, \zeta_{\max}(x_{ve.\lfloor \frac{m}{2} \rfloor})\}$$

Wie findet man nun die Lösung? Die Standardantwort ist sicherlich: Maximiere mit Hilfe des Simplex-Verfahrens in jede mögliche Richtung. Wenn man sich nochmals die Problemgrößen aus Kapitel 3.3.4 vergegenwärtigt, dann ist klar: nicht ohne Computer! Es ist aber noch viel schlimmer, denn selbst mit Computer dauert es lange. Daher noch ein paar Vereinfachungen.

### 5.2.1. Vereinfachungen

**Satz 5.1 (symmetrische Richtungen für ein Gewicht)** *Die Richtungen  $r_1$  und  $r_2$  im Polytop für Gewichte (also nur durch die Ungleichungen nach Satz 3.1 gebildet) sind symmetrisch<sup>22</sup>, wenn  $ggT(r_1, m) = ggT(r_2, m)$ .*

<sup>19</sup>lineare Optimierungsprobleme

<sup>20</sup>Ich fange hier von oben mit Maximieren an, da in der Literatur meistens nur Maximierungsprobleme behandelt werden und somit der Vergleich leichter fällt.

<sup>21</sup>also die Gleichungsmatrix G und die rechte Seite b

<sup>22</sup>Mit symmetrisch ist hier gemeint, daß sich die Richtungen gleich verhalten. Also in beide Richtungen die gleichen Extrema zu finden sind.

## 5. Extrema

### Beweis:

Setze  $x + y = r_1$  und  $a + b = r_2$ .

Wann treten für  $a + b$  und  $x + y$  die identischen Ungleichungen auf?

1. 
$$\begin{cases} (x + y) \text{ id. Ungl. nach Satz 3.1 (G2) wie } (a + b) \iff \\ w(a + b) \leq w(x) + w(y) \text{ ist gültige Ungleichung } \iff \\ a + b \equiv x + y \pmod{m} \iff \text{ggT}(a + b, m) = \text{ggT}(x + y, m) \end{cases}$$
2. 
$$\begin{cases} \text{ggT}(r_1, m) = \text{ggT}(r_2, m) \Rightarrow \\ w(z) \leq w(r_1) + w(z - r_1) = w(r_2) + w(z - r_1) \\ \text{ist Ungl. nach Satz 3.1 (G3)} \end{cases}$$

Für  $r_1$  und  $r_2$  treten also die gleichen Ungleichungen auf, wenn  $\text{ggT}(r_1, m) = \text{ggT}(r_2, m)$  gilt. Mehr ist nicht verlangt.  $\square$

**Satz 5.2 (symmetrische Richtungen für ein egalitäres Gewicht)** *Die Richtungen  $r_1$  und  $r_2$  im Polytop für egalitäre Gewichte sind symmetrisch, wenn  $\text{ggT}(r_1, m) = \text{ggT}(r_2, m)$  gilt.*

### Beweis:

Satz 5.1 und die Eigenschaft

$$\forall d \mid m : \text{ggT}(d, m) = d.$$

Damit ergibt sich nämlich:

$$\text{ggT}(r_1, m) = \text{ggT}(r_2, m) \implies \forall U \triangleleft \mathbb{Z}_m : (r_1 \in U \iff r_2 \in U)$$

$$\text{für } r_1 \in U : \sum_{x \in U} w(x) = w(r_1) + w(r_2) + \sum_{x \in U \wedge r_1 \neq x \neq r_2} w(x)$$

$$\text{für } r_1 \notin U : \sum_{x \in U} w(x) = \sum_{x \in U \wedge r_1 \neq x \neq r_2} w(x)$$

$\square$

**Bemerkung 5.1** *In der Praxis hat sich gezeigt, daß die Aussage von Satz 5.2 auch umgedreht richtig ist. Also: Die Richtungen  $r_1$  und  $r_2$  im Polytop für egalitäre Gewichte sind genau dann symmetrisch, wenn  $\text{ggT}(r_1, m) = \text{ggT}(r_2, m)$  gilt.*

Wie sieht es mit symmetrischen Richtungen für ein vollständig egalitäres Gewicht aus? Es müsste stets gelten:  $\forall U \triangleleft \mathbb{Z}_m : \forall z \in \mathbb{Z}_m : (r_1 \in U + z \iff r_2 \in U + z)$ . Dies ist aber falsch. Gegenbeispiel:

$$m = 10; U = \{0; 5\}; r_1 = 2; r_2 = 4; \implies \text{ggT}(2, 10) = 2 = \text{ggT}(4, 10)$$

## 5. Extrema

aber:  $r_1 \in U + 2$ ;  $r_2 \in U + 4$ ;  $r_2 \notin U + 2$ ;  $-r_2 \in U + 1$

Was noch zu retten ist, besagt der folgende Satz:

### Satz 5.3 (symmetrische Richtungen für ein vollständig egalitäres Gewicht)

Die Richtungen  $r_1$  und  $r_2$  im Polytop für vollständig egalitäre Gewichte sind symmetrisch, wenn

1.  $ggT(r_1, m) = ggT(r_2, m)$
2.  $\forall U \triangleleft \mathbb{Z}_m : \forall z \in \mathbb{Z}_m : (r_1 \in U + z \iff (r_2 \in U + z \vee -r_2 \in U + z))$

gilt.

#### Beweis:

Durch Satz 5.1 ist bereits der erste Teil gezeigt. Aus der zweiten Voraussetzung folgt unmittelbar

$$\text{für } r_1 \in z + U : \sum_{x \in U+z} w(x) = w(r_1) + w(r_2) + \sum_{x \in U+z \wedge r_1 \neq x \neq r_2} w(x)$$

$$\text{für } r_1 \notin z + U : \sum_{x \in U+z} w(x) = \sum_{x \in U+z \wedge r_1 \neq x \neq r_2} w(x)$$

□

**Bemerkung 5.2** Durch die letzten beiden Sätze 5.1 und 5.3 zerfallen die Richtungen beim Optimieren in Äquivalenzklassen. Die zweite Voraussetzung in Satz 5.3 kann softwaretechnisch durch Spaltenvergleich in der verhältnismäßig kleinen Matrix  $G$  aus obigem linearen Programm überprüft werden.

Diese Sätze sind ein Teil der Vermutung „Aussage 2“ in [4].

### 5.2.2. Simplex-Verfahren

Um das Simplex-Verfahren anwenden zu können, muß obiges lineare Programm als erstes in die Standardform überführt werden:

$$c^T \cdot x \longrightarrow \max.$$

$$\left( \begin{array}{c|c} U & I \\ \hline G & 0 \end{array} \right) \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ b \end{pmatrix}$$

$$x \geq 0; \quad y \geq 0; \quad c^T = (1, 0, \dots, 0)$$

Dabei wurde der neue Vektor  $y$  als Schlupfvariablen eingeführt. Es gibt also so viele Schlupfvariablen, wie Ungleichungen ( $\doteq \mathcal{O}(m^2)$ ). Das normale Simplex-Verfahren baut aus diesem Problem nun das Simplex-Tableau auf. Dies ist eine Matrix mit ungefähr  $d_2 + d_{3/4}$  Zeilen und  $d_1 - d_{3/4}$  Spalten, also z. B. für

## 5. Extrema

$m = 100$ : 2409 bzw. 2438 Zeilen und 42 bzw. 13 Spalten. Mit dieser Matrix sollte also nun gerechnet werden und dies am besten exakt, also in  $\mathbb{Q}$ . Bereits bei  $m = 50$  treten in Zwischenergebnissen echte 64-Bit-Maschinenzahlen<sup>23</sup> im Zähler und Nenner auf, die nicht gekürzt werden können. Um mit dem Speicher heutiger Rechner auszukommen, habe ich mich auf den revidierten Simplex beschränkt. Hierbei wird das Tableau nie vollständig aufgebaut, sondern immer nur die entsprechenden Zeile und Spalten, die benötigt werden. Ebenso wird die Einheitsmatrix der Schlupfvariablen nicht explizit gespeichert.

Die Startecke kann beispielsweise mit dem 2-Phasen-Simplex gefunden werden. Erläuterungen zu den Ungleichungen in Kapitel 5.4.2 führen zu weiterer Einsparung. In Richtung  $x_i$  werden beim Minimieren im ersten Schritt nur die Ungleichungen verwendet, in denen  $x_i$  mit  $-1$  auftritt. Damit kommt man zu einer dual-zulässigen Lösung.<sup>24</sup> Alle nun verletzten Ungleichungen werden hinzugenommen. Mittels dualen Simplex kann daraus eine primal-zulässige Ecke erzeugt werden. Um auch hierbei auf den Speicher zu achten, habe ich den revidierten dualen Simplex<sup>25</sup> implementiert. Hierbei wird im Gegensatz zum revidierten primalen Simplex keine Rechenzeit eingespart, sondern nur Speicher. Da der duale Simplex entweder viel Zeit oder Speicher benötigt, kann stattdessen auch der 2-Phasen-Simplex angewendet werden. Welche Möglichkeit den Vorzug hat, entscheide ich nach der Anzahl der verletzten bzw. neu hinzugenommenen Ungleichungen.

**für egalitär:** Nach Satz 5.2 muß nun nicht in jede Richtung maximiert werden, sondern die Richtungen zerfallen in Äquivalenzklassen:

**Beispiel 5.2** *egalitäre Gewichte für  $m = 7$*

$$ggT(1, 7) = ggT(2, 7) = ggT(3, 7) = 1$$

*Es genügt also in eine Richtung zu maximieren.*

**Beispiel 5.3** *egalitäre Gewichte für  $m = 8$*

$$ggT(1, 8) = ggT(3, 8) = 1$$

$$ggT(2, 8) = 2$$

$$ggT(4, 8) = 4$$

*Somit muß in 3 Richtungen maximiert werden.*

---

<sup>23</sup>also Zahlen in der Größenordnung  $2147483647 = 2^{31} - 1$

<sup>24</sup>Im Fall  $i = 1$  ist diese aus Erfahrung meistens sogar primal zulässig. Die Software überprüft dies.

<sup>25</sup>Der Begriff „revidierter dualer Simplex“ findet sich zwar nicht in der Literatur, ist aber einfach angelehnt an die Bezeichnung des primalen revidierten Simplex.



## 5. Extrema

**Beispiel 5.4** *egalitäre Gewichte für  $m = 10$*

$$ggT(1, 10) = ggT(3, 10) = 1$$

$$ggT(2, 10) = ggT(4, 10) = 2$$

$$ggT(5, 10) = 5$$

*Somit muß in 3 Richtungen maximiert werden.*

**für vollständig egalitär:** Nach Satz 5.3 muß nun nicht in jede Richtung maximiert werden, sondern die Richtungen zerfallen in Äquivalenzklassen:

**Beispiel 5.5** *vollständig egalitäre Gewichte für  $m = 10$*

$$ggT(1, 10) = ggT(3, 10) = 1$$

$$ggT(2, 10) = ggT(4, 10) = 2$$

$$ggT(5, 10) = 5$$

$$G = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

*Somit muß in alle 5 Richtungen maximiert werden.*

**Beispiel 5.6** *vollständig egalitäre Gewichte für  $m = 15$*

$$ggT(1, 15) = ggT(2, 15) = ggT(4, 15) = ggT(7, 15) = 1$$

$$ggT(3, 15) = ggT(6, 15) = 3$$

$$ggT(5, 15) = 5$$

$$G = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

*Somit muß in 5 Richtungen (1, 2, 3, 5, 6) maximiert werden.*

### 5.3. Minimum

Das Minimum findet sich genauso wie das Maximum. Eine negative Zielfunktion zu maximieren ist eigentlich ein Minimieren. Das lineare Programm

$$-c^T \cdot x \longrightarrow \max.$$

$$U \cdot x \leq 0$$

$$G \cdot x = b$$

$$x \geq 0$$

ist identisch mit

$$c^T \cdot x \longrightarrow \min.$$

$$U \cdot x \leq 0$$

$$G \cdot x = b$$

$$x \geq 0.$$

Die Lösungen dieser Probleme seien den gewählten Spalten entsprechend mit  $x_{e.1}, x_{e.2}, \dots, x_{e.\lfloor \frac{m}{2} \rfloor}$  für egalitäre Gewichte und mit  $x_{ve.1}, x_{ve.2}, \dots, x_{ve.\lfloor \frac{m}{2} \rfloor}$  für vollständig egalitäre Gewichte bezeichnet. Damit lassen sich die Minima wie folgt schreiben:

$$\min \zeta_{\text{egalitär}} := \min\{\zeta_{\min}(x_{e.1}), \zeta_{\min}(x_{e.2}), \dots, \zeta_{\min}(x_{e.\lfloor \frac{m}{2} \rfloor})\}$$

$$\min \zeta_{\text{egalitär}}^{\text{vollständig}} := \min\{\zeta_{\min}(x_{ve.1}), \zeta_{\min}(x_{ve.2}), \dots, \zeta_{\min}(x_{ve.\lfloor \frac{m}{2} \rfloor})\}$$

### 5.4. Ergebnisse

#### 5.4.1. Numerisch bestimmte Schranken

Die angesprochenen Simplex-Verfahren habe ich in C++ implementiert, um einige Schranken zu finden. In Tabelle 1 und Tabelle 2 sind auf diese Weise berechnete Werte dargestellt - weitere Werte finden sich im Anhang.

In Abb. 12 sind die Schranken graphisch veranschaulicht. Man kann gut erkennen, das für wachsende  $m$  die Extrema gegen 0 und 2 streben.

Um nochmals auf den Aufwand zu sprechen zu kommen, ist in Abb. 13 die benötigte CPU-Zeit um Minima zu berechnen aufgetragen. Man beachte dabei den logarithmischen Maßstab der Zeitachse. Mit „ee“ wird ein Verfahren bezeichnet, welches eine Startecke sucht und danach von dieser durch das gesamte Polytop für egalitäre Gewichte entlang aller nach Satz 5.2 relevanter Extrema wandert. Mit „se“ wird ein Verfahren bezeichnet, welches in alle nötigen Richtungen im Polytop für egalitäre Gewichte erneut eine Startecke bestimmt,

## 5. Extrema

| m  | egalitär         |                 | vollständig egalitär |                 |
|----|------------------|-----------------|----------------------|-----------------|
|    | $\zeta_{\min}$   | $\zeta_{\max}$  | $\zeta_{\min}$       | $\zeta_{\max}$  |
| 4  | 1                | 2               | 1                    | 2               |
| 5  | $\frac{5}{6}$    | $\frac{5}{3}$   | $\frac{5}{6}$        | $\frac{5}{3}$   |
| 7  | $\frac{7}{12}$   | $\frac{7}{4}$   | $\frac{7}{12}$       | $\frac{7}{4}$   |
| 8  | $\frac{1}{2}$    | 2               | $\frac{1}{2}$        | 2               |
| 9  | $\frac{1}{2}$    | $\frac{3}{2}$   | $\frac{1}{2}$        | $\frac{3}{2}$   |
| 10 | $\frac{1}{2}$    | 2               | $\frac{1}{2}$        | 2               |
| 11 | $\frac{11}{30}$  | $\frac{11}{6}$  | $\frac{11}{30}$      | $\frac{11}{6}$  |
| 13 | $\frac{13}{42}$  | $\frac{13}{7}$  | $\frac{13}{42}$      | $\frac{13}{7}$  |
| 14 | $\frac{1}{2}$    | 2               | $\frac{1}{2}$        | 2               |
| 15 | $\frac{3}{10}$   | $\frac{5}{3}$   | $\frac{3}{10}$       | $\frac{5}{3}$   |
| 16 | $\frac{1}{4}$    | 2               | $\frac{1}{4}$        | 2               |
| 17 | $\frac{17}{72}$  | $\frac{17}{9}$  | $\frac{17}{72}$      | $\frac{17}{9}$  |
| 19 | $\frac{19}{90}$  | $\frac{19}{10}$ | $\frac{19}{90}$      | $\frac{19}{10}$ |
| 20 | $\frac{1}{4}$    | 2               | $\frac{1}{4}$        | 2               |
| 21 | $\frac{3}{14}$   | $\frac{38}{21}$ | $\frac{3}{14}$       | $\frac{38}{21}$ |
| 22 | $\frac{1}{5}$    | 2               | $\frac{1}{5}$        | 2               |
| 23 | $\frac{23}{132}$ | $\frac{23}{12}$ | $\frac{23}{132}$     | $\frac{23}{12}$ |
| 25 | $\frac{1}{6}$    | $\frac{25}{13}$ | $\frac{1}{6}$        | $\frac{25}{13}$ |
| 26 | $\frac{1}{6}$    | 2               | $\frac{1}{6}$        | 2               |
| 27 | $\frac{1}{6}$    | $\frac{36}{19}$ | $\frac{1}{6}$        | $\frac{36}{19}$ |
| 28 | $\frac{1}{6}$    | 2               | $\frac{1}{6}$        | 2               |
| 29 | $\frac{29}{210}$ | $\frac{29}{15}$ | $\frac{29}{210}$     | $\frac{29}{15}$ |
| 31 | $\frac{31}{240}$ | $\frac{31}{16}$ | $\frac{31}{240}$     | $\frac{31}{16}$ |
| 32 | $\frac{1}{8}$    | 2               | $\frac{1}{8}$        | 2               |
| 33 | $\frac{3}{22}$   | $\frac{36}{19}$ | $\frac{3}{22}$       | $\frac{36}{19}$ |
| 34 | $\frac{1}{8}$    | 2               | $\frac{1}{8}$        | 2               |
| 35 | $\frac{5}{42}$   | $\frac{23}{12}$ | $\frac{5}{42}$       | $\frac{23}{12}$ |
| 37 | $\frac{37}{342}$ | $\frac{37}{19}$ | $\frac{37}{342}$     | $\frac{37}{19}$ |
| 38 | $\frac{1}{9}$    | 2               | $\frac{1}{9}$        | 2               |
| 39 | $\frac{3}{26}$   | $\frac{86}{45}$ | $\frac{3}{26}$       | $\frac{86}{45}$ |
| 40 | $\frac{1}{8}$    | 2               | $\frac{1}{8}$        | 2               |
| 41 | $\frac{41}{420}$ | $\frac{41}{21}$ | $\frac{41}{420}$     | $\frac{41}{21}$ |
| 43 | $\frac{43}{462}$ | $\frac{43}{22}$ | $\frac{43}{462}$     | $\frac{43}{22}$ |
| 44 | $\frac{1}{10}$   | 2               | $\frac{1}{10}$       | 2               |
| 45 | $\frac{1}{10}$   | $\frac{25}{13}$ | $\frac{1}{10}$       | $\frac{25}{13}$ |
| 46 | $\frac{1}{11}$   | 2               | $\frac{1}{11}$       | 2               |

| m  | egalitär          |                   | vollständig egalitär |                   |
|----|-------------------|-------------------|----------------------|-------------------|
|    | $\zeta_{\min}$    | $\zeta_{\max}$    | $\zeta_{\min}$       | $\zeta_{\max}$    |
| 47 | $\frac{47}{552}$  | $\frac{47}{24}$   | $\frac{47}{552}$     | $\frac{47}{24}$   |
| 49 | $\frac{1}{12}$    | $\frac{49}{25}$   | $\frac{1}{12}$       | $\frac{49}{25}$   |
| 50 | $\frac{1}{10}$    | 2                 | $\frac{1}{10}$       | 2                 |
| 51 | $\frac{3}{34}$    | $\frac{126}{65}$  | $\frac{3}{34}$       | $\frac{126}{65}$  |
| 52 | $\frac{1}{12}$    | 2                 | $\frac{1}{12}$       | 2                 |
| 53 | $\frac{53}{702}$  | $\frac{53}{27}$   | $\frac{53}{702}$     | $\frac{53}{27}$   |
| 55 | $\frac{5}{66}$    | $\frac{218}{111}$ | $\frac{5}{66}$       | $\frac{218}{111}$ |
| 56 | $\frac{1}{12}$    | 2                 | $\frac{1}{12}$       | 2                 |
| 57 | $\frac{3}{38}$    | $\frac{134}{69}$  | $\frac{3}{38}$       | $\frac{134}{69}$  |
| 58 | $\frac{1}{14}$    | 2                 | $\frac{1}{14}$       | 2                 |
| 59 | $\frac{59}{870}$  | $\frac{59}{30}$   | $\frac{59}{870}$     | $\frac{59}{30}$   |
| 61 | $\frac{61}{930}$  | $\frac{61}{31}$   | $\frac{61}{930}$     | $\frac{61}{31}$   |
| 62 | $\frac{1}{15}$    | 2                 | $\frac{1}{15}$       | 2                 |
| 63 | $\frac{1}{14}$    | $\frac{113}{58}$  | $\frac{1}{14}$       | $\frac{113}{58}$  |
| 64 | $\frac{1}{16}$    | 2                 | $\frac{1}{16}$       | 2                 |
| 65 | $\frac{5}{78}$    | $\frac{65}{33}$   | $\frac{5}{78}$       | $\frac{65}{33}$   |
| 67 | $\frac{67}{1122}$ | $\frac{67}{34}$   | $\frac{67}{1122}$    | $\frac{67}{34}$   |
| 68 | $\frac{1}{16}$    | 2                 | $\frac{1}{16}$       | 2                 |
| 69 | $\frac{3}{46}$    | $\frac{45}{23}$   | $\frac{3}{46}$       | $\frac{45}{23}$   |
| 70 | $\frac{1}{10}$    | 2                 | $\frac{1}{10}$       | 2                 |
| 71 | $\frac{71}{1260}$ | $\frac{71}{36}$   | $\frac{71}{1260}$    | $\frac{71}{36}$   |
| 73 | $\frac{73}{1332}$ | $\frac{73}{37}$   | $\frac{73}{1332}$    | $\frac{73}{37}$   |
| 74 | $\frac{1}{18}$    | 2                 | $\frac{1}{18}$       | 2                 |
| 75 | $\frac{3}{50}$    | $\frac{166}{85}$  | $\frac{3}{50}$       | $\frac{166}{85}$  |
| 76 | $\frac{1}{18}$    | 2                 | $\frac{1}{18}$       | 2                 |
| 77 | $\frac{7}{132}$   | $\frac{77}{39}$   | $\frac{7}{132}$      | $\frac{77}{39}$   |
| 79 | $\frac{79}{1560}$ | $\frac{79}{40}$   | $\frac{79}{1560}$    | $\frac{79}{40}$   |
| 80 | $\frac{1}{16}$    | 2                 | $\frac{1}{16}$       | 2                 |
| 81 | $\frac{1}{18}$    | $\frac{63}{32}$   | $\frac{1}{18}$       | $\frac{63}{32}$   |
| 82 | $\frac{1}{20}$    | 2                 | $\frac{1}{20}$       | 2                 |
| 83 | $\frac{83}{1722}$ | $\frac{83}{42}$   | $\frac{83}{1722}$    | $\frac{83}{42}$   |
| 85 | $\frac{5}{102}$   | $\frac{85}{43}$   | $\frac{5}{102}$      | $\frac{85}{43}$   |
| 86 | $\frac{1}{21}$    | 2                 | $\frac{1}{21}$       | 2                 |
| 87 | $\frac{3}{58}$    | $\frac{234}{119}$ | $\frac{3}{58}$       | $\frac{234}{119}$ |
| 88 | $\frac{1}{20}$    | 2                 | $\frac{1}{20}$       | 2                 |
| 89 | $\frac{89}{1980}$ | $\frac{89}{45}$   | $\frac{89}{1980}$    | $\frac{89}{45}$   |

Tabelle 1: Schranken für normierte egalitäre und vollständig egalitäre Gewichte

## 5. Extrema

| m   | egalitär           |                   | vollständig egalitär |                  |
|-----|--------------------|-------------------|----------------------|------------------|
|     | $\zeta_{min}$      | $\zeta_{max}$     | $\zeta_{min}$        | $\zeta_{max}$    |
| 91  | $\frac{7}{156}$    | $\frac{91}{46}$   | $\frac{1}{21}$       | $\frac{91}{46}$  |
| 92  | $\frac{1}{22}$     | 2                 | $\frac{1}{22}$       | 2                |
| 93  | $\frac{3}{62}$     | $\frac{230}{117}$ | $\frac{1}{20}$       | $\frac{3}{2}$    |
| 94  | $\frac{1}{23}$     | 2                 | $\frac{1}{23}$       | 2                |
| 95  | $\frac{5}{114}$    | $\frac{95}{48}$   | $\frac{1}{22}$       | $\frac{95}{48}$  |
| 97  | $\frac{97}{2352}$  | $\frac{97}{49}$   | $\frac{97}{2352}$    | $\frac{97}{49}$  |
| 98  | $\frac{1}{21}$     | 2                 | $\frac{1}{21}$       | 2                |
| 99  | $\frac{1}{22}$     | $\frac{156}{79}$  | $\frac{1}{21}$       | $\frac{3}{2}$    |
| 100 | $\frac{1}{20}$     | 2                 | $\frac{1}{20}$       | 2                |
| 101 | $\frac{101}{2550}$ | $\frac{101}{51}$  | $\frac{101}{2550}$   | $\frac{101}{51}$ |
| 103 | $\frac{103}{2652}$ | $\frac{103}{52}$  | $\frac{103}{2652}$   | $\frac{103}{52}$ |
| 104 | $\frac{1}{24}$     | 2                 | $\frac{1}{24}$       | 2                |
| 105 | $\frac{3}{70}$     | $\frac{211}{108}$ | $\frac{25}{482}$     | $\frac{3}{2}$    |
| 106 | $\frac{1}{26}$     | 2                 | $\frac{1}{26}$       | 2                |
| 107 | $\frac{107}{2862}$ | $\frac{107}{54}$  | $\frac{107}{2862}$   | $\frac{107}{54}$ |
| 109 | $\frac{109}{2970}$ | $\frac{109}{55}$  | $\frac{109}{2970}$   | $\frac{109}{55}$ |
| 110 | $\frac{1}{22}$     | 2                 | $\frac{1}{20}$       | 2                |
| 111 | $\frac{3}{74}$     | $\frac{278}{141}$ | $\frac{1}{24}$       | $\frac{3}{2}$    |
| 112 | $\frac{1}{24}$     | 2                 | $\frac{1}{24}$       | 2                |
| 113 | $\frac{113}{3192}$ | $\frac{113}{57}$  | $\frac{113}{3192}$   | $\frac{113}{57}$ |
| 115 | $\frac{5}{138}$    | $\frac{115}{58}$  | $\frac{1}{27}$       | $\frac{115}{58}$ |
| 116 | $\frac{1}{28}$     | 2                 | $\frac{1}{28}$       | 2                |
| 117 | $\frac{1}{26}$     | $\frac{160}{81}$  | $\frac{1}{24}$       | $\frac{3}{2}$    |
| 118 | $\frac{1}{29}$     | 2                 | $\frac{1}{29}$       | 2                |
| 119 | $\frac{7}{204}$    | $\frac{119}{60}$  | $\frac{1}{28}$       | $\frac{119}{60}$ |
| 121 | $\frac{1}{30}$     | $\frac{121}{61}$  | $\frac{1}{30}$       | $\frac{121}{61}$ |
| 122 | $\frac{1}{30}$     | 2                 | $\frac{1}{30}$       | 2                |
| 123 | $\frac{3}{82}$     | $\frac{342}{173}$ | $\frac{1}{27}$       | $\frac{3}{2}$    |
| 124 | $\frac{1}{30}$     | 2                 | $\frac{1}{30}$       | 2                |
| 125 | $\frac{1}{30}$     | $\frac{125}{63}$  | $\frac{1}{30}$       | $\frac{125}{63}$ |
| 127 | $\frac{127}{4032}$ | $\frac{127}{64}$  | $\frac{127}{4032}$   | $\frac{127}{64}$ |
| 128 | $\frac{1}{32}$     | 2                 | $\frac{1}{32}$       | 2                |
| 129 | $\frac{3}{86}$     | $\frac{326}{165}$ | $\frac{1}{28}$       | $\frac{3}{2}$    |
| 130 | $\frac{1}{26}$     | 2                 | $\frac{1}{24}$       | 2                |
| 131 | $\frac{131}{4290}$ | $\frac{131}{66}$  | $\frac{131}{4290}$   | $\frac{131}{66}$ |
| 133 | $\frac{7}{228}$    | $\frac{133}{67}$  | $\frac{1}{32}$       | $\frac{133}{67}$ |
| 134 | $\frac{1}{33}$     | 2                 | $\frac{1}{33}$       | 2                |
| 135 | $\frac{1}{30}$     | $\frac{608}{307}$ | $\frac{1}{27}$       | $\frac{3}{2}$    |
| 136 | $\frac{1}{32}$     | 2                 | $\frac{1}{32}$       | 2                |
| 137 | $\frac{137}{4692}$ | $\frac{137}{69}$  | $\frac{137}{4692}$   | $\frac{137}{69}$ |
| 139 | $\frac{139}{4830}$ | $\frac{139}{70}$  | $\frac{139}{4830}$   | $\frac{139}{70}$ |
| 140 | $\frac{1}{20}$     | 2                 | $\frac{1}{14}$       | 2                |
| 141 | $\frac{3}{94}$     | $\frac{99}{50}$   | $\frac{1}{31}$       | $\frac{3}{2}$    |
| 142 | $\frac{1}{35}$     | 2                 | $\frac{1}{35}$       | 2                |
| 143 | $\frac{11}{390}$   | $\frac{143}{72}$  | $\frac{1}{35}$       | $\frac{143}{72}$ |
| 145 | $\frac{5}{174}$    | $\frac{145}{73}$  | $\frac{1}{34}$       | $\frac{145}{73}$ |
| 146 | $\frac{1}{36}$     | 2                 | $\frac{1}{36}$       | 2                |
| 147 | $\frac{3}{98}$     | $\frac{374}{189}$ | $\frac{1}{28}$       | $\frac{3}{2}$    |
| 148 | $\frac{1}{36}$     | 2                 | $\frac{1}{36}$       | 2                |
| 149 | $\frac{149}{5550}$ | $\frac{149}{75}$  | $\frac{149}{5550}$   | $\frac{149}{75}$ |
| 151 | $\frac{151}{5700}$ | $\frac{151}{76}$  | $\frac{151}{5700}$   | $\frac{151}{76}$ |
| 152 | $\frac{1}{36}$     | 2                 | $\frac{1}{36}$       | 2                |
| 153 | $\frac{1}{34}$     | $\frac{123}{62}$  | $\frac{1}{33}$       | $\frac{3}{2}$    |
| 154 | $\frac{1}{33}$     | 2                 | $\frac{1}{129}$      | 2                |
| 155 | $\frac{5}{186}$    | $\frac{155}{78}$  | $\frac{1}{36}$       | $\frac{155}{78}$ |
| 157 | $\frac{157}{6162}$ | $\frac{157}{79}$  | $\frac{157}{6162}$   | $\frac{157}{79}$ |
| 158 | $\frac{1}{39}$     | 2                 | $\frac{1}{39}$       | 2                |
| 159 | $\frac{3}{106}$    | $\frac{450}{227}$ | $\frac{1}{35}$       | $\frac{3}{2}$    |
| 160 | $\frac{1}{32}$     | 2                 | $\frac{1}{32}$       | 2                |
| 161 | $\frac{7}{276}$    | $\frac{161}{81}$  | $\frac{1}{39}$       | $\frac{161}{81}$ |
| 163 | $\frac{163}{6642}$ | $\frac{163}{82}$  | $\frac{163}{6642}$   | $\frac{163}{82}$ |
| 164 | $\frac{1}{40}$     | 2                 | $\frac{1}{40}$       | 2                |
| 165 | $\frac{3}{110}$    | $\frac{378}{191}$ | $\frac{1}{30}$       | $\frac{3}{2}$    |
| 166 | $\frac{1}{41}$     | 2                 | $\frac{1}{41}$       | $\frac{81}{41}$  |
| 167 | $\frac{167}{6972}$ | $\frac{167}{84}$  | $\frac{167}{6972}$   | $\frac{167}{84}$ |
| 169 | $\frac{1}{42}$     | $\frac{169}{85}$  | $\frac{1}{42}$       | $\frac{169}{85}$ |
| 170 | $\frac{1}{34}$     | $\frac{67}{34}$   | $\frac{1}{32}$       | $\frac{63}{32}$  |
| 171 | $\frac{1}{38}$     | $\frac{119}{60}$  | $\frac{1}{36}$       | $\frac{3}{2}$    |
| 172 | $\frac{1}{42}$     | 2                 | $\frac{1}{42}$       | 2                |
| 173 | $\frac{173}{7482}$ | $\frac{173}{87}$  | $\frac{173}{7482}$   | $\frac{173}{87}$ |
| 175 | $\frac{1}{42}$     | $\frac{163}{82}$  | $\frac{1}{40}$       | $\frac{139}{70}$ |
| 176 | $\frac{1}{40}$     | $\frac{79}{40}$   | $\frac{1}{40}$       | 2                |

Tabelle 2: Schranken für normierte egalitäre und vollständig egalitäre Gewichte

## 5. Extrema

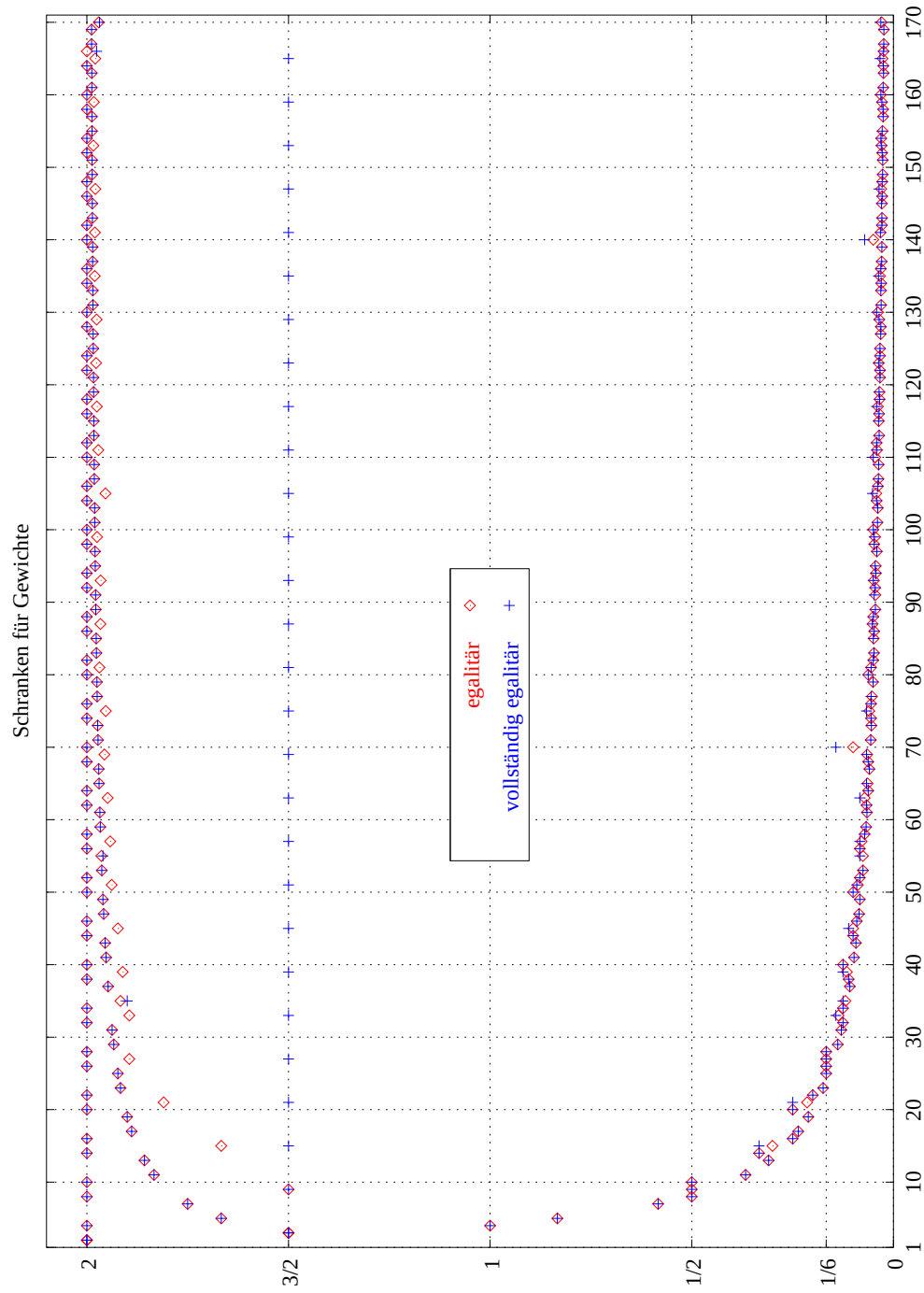


Abbildung 12: Grafik: Schranken für normierte egalitäre und vollständig egalitäre Gewichte 2...170

## 5. Extrema

wobei sukzessive Ungleichungen hinzu genommen werden, bis keine verletzten Ungleichungen mehr existieren. Es wurden Ausgleichsgeraden<sup>26</sup> eingezeichnet, da diese auf einen Blick einen Vergleich dieser Verfahren ermöglichen. Das Verfahren „se“ erweist sich auf Grund der niedrigeren Steigung für große  $m$  als effizienter.

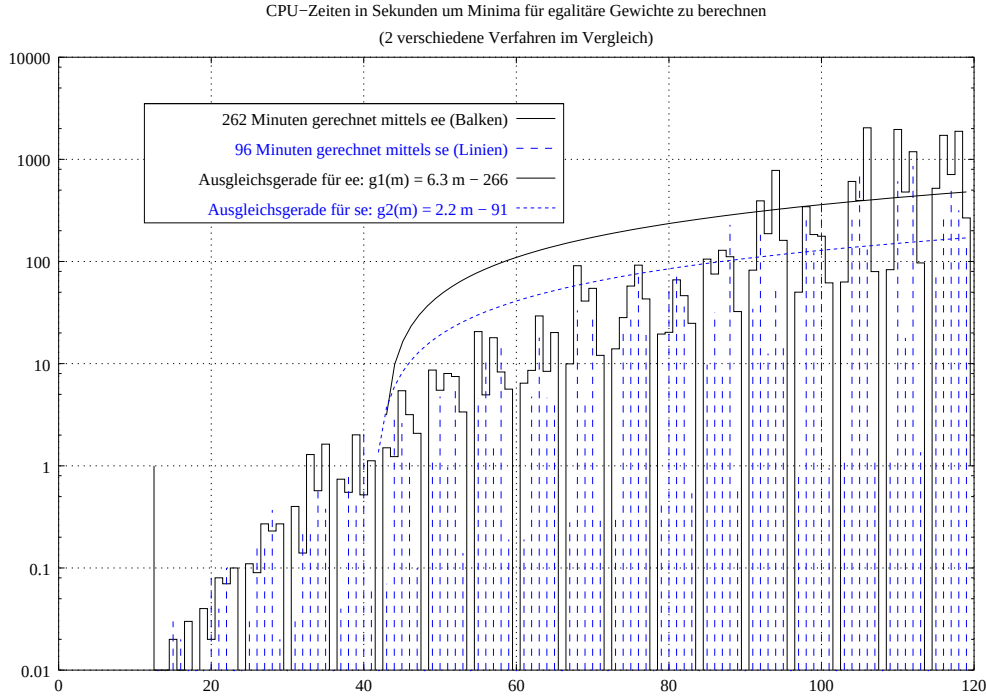


Abbildung 13: Rechenzeit für Schranken von normierten egalitären Gewichten

### 5.4.2. Primzahlen

Wie schaut nun das Polytop für  $m \in \mathbb{P}$  aus? Wo liegen die Extrema? Die Ungleichungen nach Satz 3.1 bilden offensichtlich einen symmetrischen<sup>27</sup> Kegel. Die einzige Gleichung die sich nach den Sätzen 3.2 für egalitäre und 3.3 für vollständig egalitäre Gewichte ergibt ist

$$2x_1 + 2x_2 + \dots + 2x_{\lfloor \frac{m}{2} \rfloor} = m,$$

also eine einfache Hyperebene, die wie der Kegel symmetrisch zur Einheitsraumdiagonalen  $\lambda(1, 1, \dots, 1)^T$  ist. Diese Hyperebene erzeugt natürlich einen symmetrischen Schnitt aus dem Kegel. Jeden Wert den  $x_i$  im Polytop annehmen kann, kann auch  $x_j$  annehmen.

<sup>26</sup>Die Anzahl der Ungleichungen wächst quadratisch in  $m$ , daher ist auch ein quadratischer Anwachs der benötigten Rechenzeit zu erwarten. Da ich auf verschiedenen Rechnern mit unterschiedlichen CPU's gerechnet habe, beschränkt sich die Grafik auf Daten, die speziell dafür auf 1 Rechner erzeugt wurden.

<sup>27</sup>Die Symmetrie wurde in Satz 5.1 gezeigt. Der Kegel kann an der Einheitsraumdiagonalen  $\lambda(1, 1, \dots, 1)^T$  gespiegelt werden und geht dabei wieder in sich über.

## 5. Extrema

Die  $\lfloor \frac{m}{2} \rfloor - 1$  Ungleichungen für eine ungerade Primzahl  $m \in \mathbb{P}$ , die  $x_1$  nach unten beschränken sind nach Satz 3.1 und der gezeigten Symmetrie in Abb. 2:

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 1 & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ -1 & & & & 0 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & & & & 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{\lfloor \frac{m}{2} \rfloor} \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$$

Die  $\lfloor \frac{m}{2} \rfloor - 1$  Ungleichungen für eine ungerade Primzahl  $m \in \mathbb{P}$ , die  $x_1$  nach oben beschränken sind nach Satz 3.1:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & -2 \\ 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & -1 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{\lfloor \frac{m}{2} \rfloor} \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$$

Ein Extrema eines Polytopes ist eine Ecke. Eine Ecke ist z. B. gegeben durch Ungleichungen als Gleichungen aufgefaßt, also die zusätzliche Forderung an die Ungleichungen, daß diese aktiv in der Ecke sind.

**Das Minimum** in  $x_1$ -Richtung ergibt sich also als Lösung der obigen Ungleichungen, die  $x_1$  nach unten beschränken, als Gleichungen, und der Gleichung:

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & \cdots & \cdots & \cdots & 2 \\ -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 1 & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ -1 & & & & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & & & & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & & & & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{\lfloor \frac{m}{2} \rfloor} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$$

Alle aus Ungleichungen gewonnenen Gleichungen auf die erste Gleichung addiert liefert:

$$\begin{pmatrix} (2 - \lfloor \frac{m}{2} \rfloor) & 2 & 2 & 2 & 2 & \cdots & \cdots & \cdots & 2 & 0 \\ -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 1 & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ -1 & & & & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & & & & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & & & & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot x = \begin{pmatrix} m \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$$

## 5. Extrema

Eine sukzessive Erzeugung von weiteren Nullen in der ersten Gleichung liefert für die erste Komponente dieser Gleichung die Folge:

$$\text{im 1. Schritt: } a_1 = 2 - 2 + (-1) \cdot \left( \left\lfloor \frac{m}{2} \right\rfloor - 2 \right) = 2 - \left\lfloor \frac{m}{2} \right\rfloor$$

$$\text{im 2. Schritt: } a_2 = a_1 - 2 + (-1) \cdot \left( \left\lfloor \frac{m}{2} \right\rfloor - 3 \right) = 3 - 2 \cdot \left\lfloor \frac{m}{2} \right\rfloor$$

$$\text{im 3. Schritt: } a_3 = a_2 - 2 + (-1) \cdot \left( \left\lfloor \frac{m}{2} \right\rfloor - 4 \right) = 5 - 3 \cdot \left\lfloor \frac{m}{2} \right\rfloor$$

$$\text{im } i\text{-ten Schritt: } a_i = a_{i-1} - 2 + (-1) \cdot \left( \left\lfloor \frac{m}{2} \right\rfloor - (i+1) \right)$$

Letztlich ergibt sich für  $x_1$  die Gleichung:

$$a_{\lfloor \frac{m}{2} \rfloor - 1} \cdot x_1 = m$$

Per Induktion läßt sich dann zeigen:

$$\begin{aligned} a_{\lfloor \frac{m}{2} \rfloor - 1} &= \frac{m^2 - 1}{4} \\ \implies x_1 &= \frac{4m}{m^2 - 1} \end{aligned}$$

**Das Maximum** in  $x_1$ -Richtung ergibt sich als Lösung der obigen Ungleichungen, die  $x_1$  nach oben beschränken, als Gleichungen, und der Gleichung:

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & \cdots & \cdots & \cdots & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & -2 \\ 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & & & & & & & \vdots \\ 1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{\lfloor \frac{m}{2} \rfloor} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$$

Die unteren  $\lfloor \frac{m}{2} \rfloor - 2 = \frac{m-5}{2}$  Gleichungen haben alle die gleiche Struktur. Wenn dies eine ungerade Anzahl ist, so kann man einfach das doppelte jeder zweiten Gleichung auf die erste addieren (1. Zeile + 2 · 3. Zeile + 2 · 5. Zeile + ... + 2 · Zeile  $\lfloor \frac{m}{2} \rfloor$ ) und erhält als erste Zeile:

$$\begin{aligned} \left( \left( 2 + 2 \cdot \frac{m-3}{4} \right), 0, \dots, 0 \right) \cdot x &= \frac{m+1}{2} \cdot x_1 = m \\ \implies x_1 &= \frac{2m}{m+1} \end{aligned}$$



## 5. Extrema

Wenn die Anzahl der unteren Gleichungen identischer Struktur gerade ist, so ersetzt man die letzte Gleichung durch die zweite Gleichung in obiger Rechnung (1. Zeile + 2. Zeile + 2 · 3. Zeile + 2 · 5. Zeile + ... + 2 · Zeile ( $\lfloor \frac{m}{2} \rfloor - 1$ )) und erhält:

$$\begin{aligned} & \left( (2 + 1 + 2 \cdot \frac{m-5}{4}), 0, \dots, 0 \right) \cdot x = \frac{m+1}{2} \cdot x_1 = m \\ & \implies x_1 = \frac{2m}{m+1} \end{aligned}$$

Das Ergebnis fassen wir noch in einen Satz:

**Satz 5.4 (Schranken für ungerade Primzahlen)** *Für ungerade Primzahlen  $m \in \mathbb{P}$  gilt für egalitäre und vollständig egalitäre Gewichtsvektoren in jeder Richtung  $i$  die scharfe Beschränkung*

$$\frac{4m}{m^2 - 1} \leq x_i \leq \frac{2m}{m + 1}.$$

Das Minimum in  $x_1$  Richtung wird angenommen für den Vektor

$$x_{\min} = \begin{pmatrix} x_1 = \frac{4m}{m^2-1} \\ x_2 = 2x_1 \\ x_3 = x_1 + x_2 \\ \vdots \\ x_k = x_1 + x_{k-1} \\ \vdots \\ x_{\lfloor \frac{m}{2} \rfloor} = x_1 + x_{\lfloor \frac{m}{2} \rfloor - 1} \end{pmatrix}.$$

Das Maximum in  $x_1$  Richtung wird angenommen für den Vektor

$$x_{\max} = \begin{pmatrix} x_1 = \frac{2m}{m+1} \\ x_2 = x_1 - x_3 \\ \vdots \\ x_k = x_1 - x_{k+1} \\ \vdots \\ x_{\lfloor \frac{m}{2} \rfloor - 1} = x_1 - x_{\lfloor \frac{m}{2} \rfloor} \\ x_{\lfloor \frac{m}{2} \rfloor} = \frac{x_1}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 = \frac{2m}{m+1} \\ x_2 = \frac{m}{m+1} \\ \vdots \\ x_{\lfloor \frac{m}{2} \rfloor} = \frac{m}{m+1} \end{pmatrix}.$$

**Bemerkung 5.3** In Abb. 7 sieht man, daß die angegebenen Vektoren für das Minimum bzw. Maximum nicht eindeutig sind. Die Schranken sind also

$$\min \zeta_{\text{egalitär}} = \min \zeta_{\text{egalitär}}^{\text{vollständig}} = \frac{4m}{m^2 - 1} \text{ und}$$

$$\max \zeta_{\text{egalitär}} = \max \zeta_{\text{egalitär}}^{\text{vollständig}} = \frac{2m}{m + 1}.$$

### 5.4.3. Abschätzungen und weitere Vereinfachungen

In diesem Abschnitt werden einige nützliche Abschätzungen zusammengetragen. Einige sind schon weiter oben weniger formalistisch erwähnt, andere Aussagen sind aus [5] übernommen.

**Satz 5.5 (Abschätzung von  $\min \zeta_{\text{egalitär}}$ )** Für ein egalitäres Gewicht<sup>28</sup>  $w : \mathbb{Z}_m \rightarrow \mathbb{R}$  gilt:

$$\min \zeta_{\text{egalitär}} \geq \begin{cases} \frac{4}{m} & \text{für } m \equiv 0 \pmod{2} \\ \frac{4m}{m^2-1} & \text{für } m \equiv 1 \pmod{2} \end{cases}$$

**Beweis:**

Betrachtet werden nun lediglich normierte Gewichte, da  $\min \zeta_{\text{egalitär}}$  nach Definition das Minimum des entsprechend normierten Gewichtes ist.

Def. 1.2 (EW II) liefert

$$\sum_{x \in \mathbb{Z}_m} w(x) = 1 \cdot m.$$

Für  $m \equiv 0 \pmod{2}$  gilt weiterhin:

$$\begin{aligned} \sum_{x \in \mathbb{Z}_m} w(x) &= w\left(\frac{m}{2}\right) + \sum_{x=0}^{\frac{m}{2}-1} (w(x) + w(-x)) \\ &\leq \left( \frac{m}{2} + 2 \cdot \sum_{x=0}^{\frac{m}{2}-1} x \right) \cdot w(1) = \frac{m^2}{4} \cdot w(1) \end{aligned}$$

$w(\frac{m}{2})$  kann natürlich auch durch 2 dargestellt werden. Dies liefert aber die gleiche Abschätzung - die geforderte Aussage für  $w(1)$ .

Für  $m \equiv 1 \pmod{2}$ : gilt:

$$\begin{aligned} \sum_{x \in \mathbb{Z}_m} w(x) &= \sum_{x=0}^{\lfloor \frac{m}{2} \rfloor} (w(x) + w(-x)) \\ &\leq \left( 2 \cdot \sum_{x=0}^{\frac{m-1}{2}} x \right) \cdot w(1) = \frac{m^2-1}{4} \cdot w(1) \end{aligned}$$

Dies ist die geforderte Aussage für  $w(1)$ .

Was ist mit den anderen Richtungen?

Sei  $r$  eine Richtung. Nach Satz 5.2 kann das Minimum in Richtung  $r$  auch in Richtung  $d := \text{ggT}(r, m)$  erreicht werden. Für jedes egalitäre Gewicht  $w : \mathbb{Z}_m \rightarrow \mathbb{R}$  existiert auf jeder Restriktion auf eine Untergruppe von  $\mathbb{Z}_m$  ein

<sup>28</sup>Damit im Besonderen auch für vollständig egalitäre Gewichte

## 5. Extrema

entsprechendes egalitäres Gewicht  $\bar{w} : \mathbb{Z}_{|U|} \rightarrow \mathbb{R}$ . Im Besonderen also zu einer Untergruppe  $U$  mit der Mächtigkeit  $\frac{m}{d}$ :

$$U := \{k \in \mathbb{Z}_m : k = \lambda \cdot d \text{ mit } \lambda \in \mathbb{Z}\} \triangleleft \mathbb{Z}_m$$

Mit  $\forall \lambda : u_\lambda := \lambda \cdot d$  läßt sich  $U = \{u_0, u_1, \dots, u_{|U|}\}$  schreiben, wobei  $|U| = \frac{m}{d}$  gilt.

$$\bar{w} : \mathbb{Z}_{\frac{m}{d}} \rightarrow \mathbb{R}; \quad \forall \lambda : \bar{w}(\lambda) := w(u_\lambda)$$

Die Eigenschaften (W I) und (W II) aus Definition 1.1 sind offensichtlich erfüllt. Nach folgender Aussage gilt auch (W III):

$$\bar{w}(x+y) \leq \bar{w}(x) + \bar{w}(y) \iff \underbrace{w(u_{x+y})}_{=w((x+y) \cdot d)} \leq \underbrace{w(u_x)}_{=w(x \cdot d)} + \underbrace{w(u_y)}_{=w(y \cdot d)}$$

Definition 1.2 ist auch erfüllt.<sup>29</sup> Nachdem für  $w(1)$  und damit auch für  $\bar{w}(1)$  die Behauptung bereits gezeigt wurde, ist die Behauptung auch für jede andere Richtung gezeigt.<sup>30</sup>

$$\begin{aligned} w(d) = \bar{w}(1) &\geq \begin{cases} \frac{4d}{m} & \text{für } d \equiv 0 \pmod{2} \\ \frac{4 \frac{m}{d}}{(\frac{m}{d})^2 - 1} & \text{für } d \equiv 1 \pmod{2} \end{cases} \\ &\geq \begin{cases} \frac{4}{m} & \text{für } m \equiv 0 \pmod{2} \\ \frac{4m}{m^2 - 1} & \text{für } m \equiv 1 \pmod{2} \end{cases} \end{aligned}$$

Für  $d \neq 1$  gilt sogar:

$$w(d) = \bar{w}(1) > \begin{cases} \frac{4}{m} & \text{für } m \equiv 0 \pmod{2} \\ \frac{4m}{m^2 - 1} & \text{für } m \equiv 1 \pmod{2} \end{cases}$$

□

**Bemerkung 5.4** Der letzte Teil des Beweises zu Satz 5.5 zusammen mit Satz 5.2 liefert noch eine weitere Aussage: Wenn das Minimum  $\min \zeta_{\text{egalitär}} < \min(\{\frac{4d}{m} : d|m \wedge d > 1 \wedge 2|d\} \cup \{\frac{4 \frac{m}{d}}{(\frac{m}{d})^2 - 1} : d|m \wedge d > 1 \wedge 2 \nmid d\})$  ist, kann das Minimum nur in Richtung 1 angenommen werden. Dies mag zwar nicht besonders spannend klingen, doch in der Praxis<sup>31</sup> hat sich gezeigt, daß dies stets der Fall ist.

**Satz 5.6 (Abschätzung von  $\min \zeta_{\text{egalitär}}^{\text{vollständig}}$ )** Für ein vollständig egalitäres Gewicht  $w : \mathbb{Z}_m \rightarrow \mathbb{R}$  gilt:

$$\min \zeta_{\text{egalitär}}^{\text{vollständig}} \geq \begin{cases} \frac{4}{m} & \text{für } m \equiv 0 \pmod{2} \\ \frac{4m}{m^2 - 1} & \text{für } m \equiv 1 \pmod{2} \end{cases}$$

<sup>29</sup> $\forall \bar{U} \triangleleft \mathbb{Z}_{\frac{m}{d}} : \{u_i : i \in \bar{U}\} \triangleleft \mathbb{Z}_m$

<sup>30</sup> $d|m$  und  $d \leq m$

<sup>31</sup>also in numerischen Experimenten

## 5. Extrema

### Beweis:

Satz 5.5 und Bemerkung 1.2. □

**Bemerkung 5.5** *Bemerkung 1.2 sagt vor allem, daß jedes vollständig egalitäre Gewicht auch ein egalitäres Gewicht ist. Demzufolge müssen die in Bemerkung 5.4 ausgenützten Schranken auch für vollständig egalitäre Gewichte gelten. Auch hier zeigt sich in der Praxis, daß dies stets der Fall ist.*

**Bemerkung 5.6** *Die Abschätzungen in Satz 5.6 werden für  $m = 2^k$  und für ungerade  $m \in \mathbb{P}$  durch das Lee-Gewicht aus Bsp. 5.1 angenommen.<sup>32</sup>*

$$w_{Lee}(1) = 1 \implies \zeta_{min}(w_{Lee}) = \frac{w_{Lee}(1)}{\zeta(w_{Lee})}$$

**Satz 5.7 (Abschätzung von  $^{max}\zeta_{egalitär}$ )** *Für ein egalitäres Gewicht  $w : \mathbb{Z}_m \rightarrow \mathbb{R}$  gilt:*

$$^{max}\zeta_{egalitär} \leq \begin{cases} 2 & \text{für } m \equiv 0 \pmod{2} \\ \frac{2m}{m+1} & \text{für } m \equiv 1 \pmod{2} \end{cases}$$

### Beweis:

Betrachtet werden lediglich normierte Gewichte.

$m \equiv 0 \pmod{2}$ : Für jedes  $x \in \mathbb{Z}_m$  lassen sich die Ungleichungen  $w(x) \leq w(y) + w(x - y)$  über alle  $y \in \mathbb{Z}_m$  summieren, zu:

$$\underbrace{\sum_{y \in \mathbb{Z}_m} w(x)}_{=m \cdot w(x)} \leq \sum_{y \in \mathbb{Z}_m} w(y) + \sum_{y \in \mathbb{Z}_m} w(x - y) = 2 \cdot m$$

Die erste Summe auf der rechten Seite ist nach Def. 1.2 (EW II) bzw. Def. 1.5 (SEW II) gleich  $|\mathbb{Z}_m|$  und damit  $m$ . Die zweite Summe auf der größeren Seite ist ebenfalls eine Summe über alle  $z \in \mathbb{Z}_m$ ; ihr Wert ist somit gleichfalls  $m$ . Auflösen liefert die geforderte Aussage.

$m \equiv 1 \pmod{2}$ : Gleiche Argumentation wie für gerade  $m$  liefert die gleiche Abschätzung. Aber die Aussage des Satzes ist schärfer.

Für ungerade  $x$  gilt: Summation über  $w(x) \leq w(1 + 2y) + w(x - (1 + 2y))$  liefert:

$$\sum_{y \in \mathbb{Z}_m \wedge 1 \leq 1+2y < m} w(x) \leq \sum_{y \in \mathbb{Z}_m \wedge 1 \leq 1+2y < m} w(1 + 2y) + w(x - (1 + 2y))$$

---

<sup>32</sup>Für diese Fälle ist jedes egalitäre Gewicht auch vollständig egalitär, daher sind die Schranken in Satz 5.5 ebenfalls scharf.

## 5. Extrema

Da  $m$  ungerade, ist

$$\sum_{y \in \mathbb{Z}_m \wedge 1 \leq 1+2y < m} 1 = \frac{m+1}{2}.$$

Auf der rechten Seite der Ungleichung ergänzen sich die Summanden genau zu einer vollständigen Summe über alle  $z \in \mathbb{Z}_m$ . Es bleibt

$$\frac{m+1}{2} \cdot w(x) \leq m.$$

Für gerade  $x$  führt die Summation über  $w(x) \leq w(2y) + w(x-2y)$  zum Erfolg:

$$\begin{aligned} \frac{m+1}{2} w(x) &= \sum_{y \in \mathbb{Z}_m \wedge 1 \leq 2y < m} w(x) \leq \\ &\sum_{y \in \mathbb{Z}_m \wedge 1 \leq 2y < m} w(2y) + w(x-2y) = m \end{aligned}$$

□

**Bemerkung 5.7** Das Hilfgewicht  $\bar{w}$ , welches im Beweis zu Satz 5.5 konstruiert wurde, kann natürlich auch angewendet werden, um die Aussage für das Maximum zu spezifizieren: Das Maximum  $\max \zeta_{\text{egalitär}}$  kann nur in Richtung 1 erreicht werden, wenn das Maximum groß genug ist und nicht ein Wert auf 2 fixiert ist. Leider ist dies genau so langweilig wie es klingt, da dies in der Praxis nicht erfüllt ist.

**Satz 5.8 (Abschätzung von  $\max \zeta_{\text{egalitär}}^{\text{vollständig}}$ )** Für ein vollständig egalitäres Gewicht  $w : \mathbb{Z}_m \rightarrow \mathbb{R}$  gilt:

$$\max \zeta_{\text{egalitär}}^{\text{vollständig}} \leq \begin{cases} 2 & \text{für } m \equiv 0 \pmod{2} \\ \frac{2m}{m+1} & \text{für } m \equiv 1 \pmod{2} \end{cases}$$

**Beweis:**

siehe Beweis von Satz 5.7. □

Was in Bemerkung 5.7 über  $\max \zeta_{\text{egalitär}}$  gesagt wurde, gilt auch für das Maximum  $\max \zeta_{\text{egalitär}}^{\text{vollständig}}$ .

**Bemerkung 5.8** Für  $m \equiv 0 \pmod{2}$  wird die Schranke aus Satz 5.7 auch stets angenommen, denn eine Gleichung für egalitäre und vollständig egalitäre Gewichte besagt:

$$w\left(\left\lfloor \frac{m}{2} \right\rfloor\right) = w\left(\frac{m}{2}\right) = 2$$

Für ungerade  $m$  wird die Schranke aus Satz 5.7 auch angenommen, z. B. nach Satz 5.4 für ungerade Primzahlen.

## 5. Extrema

**Satz 5.9 (egalitär gleich vollständig egalitär)** Für  $m = 2^k$  ist jedes egalitäre Gewicht  $w : \mathbb{Z}_{2^k} \rightarrow \mathbb{R}$  vollständig egalitär.

**Bemerkung 5.9** Für ein egalitäres Gewicht auf  $m = 2^k$  gelten die scharfen Schranken aus Satz 5.6 und Satz 5.8. Diese werden nach Bem. 5.6 für das Lee-Gewicht angenommen.

**Beispiel 5.7** Potenzen von geraden Primzahlen

|       |   |   |   |    |    |    |     |     |     |      |
|-------|---|---|---|----|----|----|-----|-----|-----|------|
| $k$   | 1 | 2 | 3 | 4  | 5  | 6  | 7   | 8   | 9   | 10   |
| $2^k$ | 2 | 4 | 8 | 16 | 32 | 64 | 128 | 256 | 512 | 1024 |

**Satz 5.10 (Minimum für Potenzen von ungeraden Primzahlen)** Für ungerade Primzahlen<sup>33</sup>  $p$  und  $w : \mathbb{Z}_{p^k} \rightarrow \mathbb{R}$  ein vollständig egalitäres Gewicht gilt:

$$\min \zeta_{\text{egalitär}}^{\text{vollständig}} \geq \frac{4}{p^{k-2}(p^2 - 1)}$$

**Bemerkung 5.10** Gleichheit in Satz 5.10 läßt sich durch das Vihren-Gewicht  $w_{Vih} : \mathbb{Z}_{p^k} \rightarrow \mathbb{Q}$  erreichen:

$$w_{Vih}(x) = \begin{cases} w_{Lee}(x) & \text{für } x \leq \frac{p-1}{2} \cdot p^{k-1} \vee x \geq \frac{p+1}{2} \cdot p^{k-1} \\ \frac{p-1}{2} \cdot p^{k-1} & \text{für } \frac{p-1}{2} \cdot p^{k-1} < x < \frac{p+1}{2} \cdot p^{k-1} \end{cases}$$

**Beispiel 5.8** Hier nur der Anfang einer Liste von Potenzen von ungeraden Primzahlen: 3, 5, 7, 9, 11, 13, 17, 19, 23, 25, 27, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 49, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 81, 83, 89, 97, 101, 103, 107, 109, 113, 121, 125, 127, 131, 137, 139, 149, 151, 157, 163, 167, 169, 173, 179, 181, 191, 193, 197, 199, 211, 223, 227, 229, 233, 239, 241, 243, 251, 257, 263, 269, 271, 277, 281, 283, 289, 293, 307, 311, 313, 317, 331, 337, 343, 347, 349, 353, 359, 361, 367, 373, 379, 383, 389, 397, 401, 409, 419, 421, 431, 433, 439, 443, 449, 457, 461, 463, 467, 479, 487, 491, 499, 503, 509, 521, 523, 529, 541, 547, 557, 563, 569, 571, 577, 587, 593, 599, 601, 607, 613, 617, 619, 625, 631, 641, 643, 647, 653, 659, 661, 673, 677, 683, 691, 701, 709, 719, 727, 729, 733, 739, 743, 751, 757, 761, 769, 773, 787, 797, 809, 811, 821, 823, 827, 829, 839, 841, 853, 857, 859, 863, 877, 881, 883, 887, 907, 911, 919, 929, 937, 941, 947, 953, 961, 967, 971, 977, 983, 991, 997, ...

---

<sup>33</sup>Potenzen von geraden Primzahlen wurden in Satz 5.9 vollständig behandelt.

#### 5.4.4. fremde Vermutungen

In [4] wurden einige Vermutungen aufgestellt. Die Vermutung „Aussage 1“ in [4] besagt lediglich, daß für jedes  $m$  mit  $6 \nmid m$  ein egalitäres und ein vollständig egalitäres Gewicht existiert. Es wurden in den vorigen Kapiteln einige Gewichte explizit angegeben. Damit ist also diese Aussage gültig.

Die Vermutung „Aussage 2“ in [4] besagt: Für alle  $m$ ,  $6 \nmid m$ , gilt: Ist  $\text{ggT}(i, m) = \text{ggT}(j, m)$ , so sind die Richtungen  $i$  und  $j$  für egalitäre und vollständig egalitäre Gewichte symmetrisch.

Die Sätze 5.2 und 5.3 unterstützen bzw. sind ein Teil der Vermutung „Aussage 2“ in [4].

Für egalitäre Gewichte ist die Vermutung „Aussage 2“ in [4] also richtig. Für vollständig egalitäre Gewichte habe ich bisher kein Gegenbeispiel gefunden.

Die Vermutung „Aussage 3“ in [4] besagt:

1. Für alle  $m$ ,  $6 \nmid m$ , gilt: Das Minimum kann in Richtung 1 erreicht werden.
2. Ist  $m$  ungerade gilt: Das Maximum kann in Richtung 1 erreicht werden.

Der erste Teil konnte experimentell bestätigt werden - siehe dazu auch Bem. 5.4 und Bem. 5.5. Für den zweiten Teil ist  $m = 15$  bereits ein Gegenbeispiel für egalitär; allerdings auch das einzige, welches ich für diesen Fall gefunden habe. Für  $m \in \{121, 145, 166, 170, 187\}$  sind Gegenbeispiele für vollständig egalitär gegeben.

Die Vermutung „Aussage 4“ in [4] besagt: Für alle  $m$ ,  $6 \nmid m$ , gilt: Ist  $m$  gerade und kein Vielfaches von 70, so gilt:  $\min \zeta_{\text{egalitär}} = \min \zeta_{\text{egalitär}}^{\text{vollständig}} = \frac{2}{\phi(m)}$ .

Für egalitäre und vollständig egalitäre Gewichte gibt es einige Gegebenbeispiele: Tabelle 3 nennt alle  $m \leq 500$ , für die  $\min \zeta_{\text{egalitär}}^{\text{vollständig}} \neq \frac{2}{\phi(m)} \neq \min \zeta_{\text{egalitär}}$  gilt.

Für  $m \in A := \{110, 130, 140, 154, 170, 182, 190, 220, 230, 260, 266, 280, 286, 290, 308, 310, 340, 350, 364, 370, 380, 410, 430, 440, 460, 470, 490\}$  gilt:<sup>34</sup>  
 $\min \zeta_{\text{egalitär}} \neq \min \zeta_{\text{egalitär}}^{\text{vollständig}}$

Für  $m \in \{x \leq 500 : x \notin A \wedge 2|x \wedge x \neq 382\}$  gilt:  $\min \zeta_{\text{egalitär}} = \min \zeta_{\text{egalitär}}^{\text{vollständig}}$

Die in Tabelle 3 aufgeführten  $m$  sind alle geraden  $m$  kleiner als 500 mit genau drei Primteilern.

Die Vermutung „Aussage 4“ in [4] könnte also verbessert lauten:<sup>35</sup> Für alle  $m$ ,  $6 \nmid m$ , gilt: Ist  $m$  gerade und hat genau 2 Primteiler, so gilt:  $\min \zeta_{\text{egalitär}} = \min \zeta_{\text{egalitär}}^{\text{vollständig}} = \frac{2}{\phi(m)}$ .

#### 5.4.5. Beobachtungen

Wenn man sich die nun vorhandenen Schranken<sup>36</sup> ansieht, fällt auf, daß experimentell für alle  $m$  mit  $3|m$  gilt  $\max \zeta_{\text{egalitär}}^{\text{vollständig}} = \frac{3}{2}$ . Da dies noch nicht analytisch gezeigt wurde, hier der passende Satz:

<sup>34</sup>Die Menge  $A$  wurde aus den Daten im Anhang heraus gelesen. Für  $m \in \{382\}$  liegen keine Werte vor; dies ist die einzige Lücke für gerade  $m$  kleiner 500.

<sup>35</sup>Zumindest nach meinen numerischen Experimenten stimmt diese Aussage.

<sup>36</sup>sowohl die experimentellen, als auch die analytische gezeigten

## 5. Extrema

| $m$ | $\min \zeta_{\text{egalitär}}$ | $\min \zeta_{\text{egalitär}}^{\text{vollständig}}$ | $\frac{2}{\phi(m)}$             |
|-----|--------------------------------|-----------------------------------------------------|---------------------------------|
| 70  | $\frac{1}{10}$                 | $\frac{1}{7}$                                       | $\frac{2}{24} = \frac{1}{12}$   |
| 110 | $\frac{1}{22}$                 | $\frac{1}{20}$                                      | $\frac{2}{40} = \frac{1}{20}$   |
| 130 | $\frac{1}{26}$                 | $\frac{1}{24}$                                      | $\frac{2}{48} = \frac{1}{24}$   |
| 140 | $\frac{1}{20}$                 | $\frac{1}{14}$                                      | $\frac{2}{48} = \frac{1}{24}$   |
| 154 | $\frac{1}{33}$                 | $\frac{1}{129}$                                     | $\frac{2}{60} = \frac{1}{30}$   |
| 170 | $\frac{1}{34}$                 | $\frac{1}{32}$                                      | $\frac{2}{64} = \frac{1}{32}$   |
| 182 | $\frac{1}{39}$                 | $\frac{1}{38}$                                      | $\frac{2}{72} = \frac{1}{36}$   |
| 190 | $\frac{1}{38}$                 | $\frac{1}{110}$                                     | $\frac{2}{72} = \frac{1}{36}$   |
| 220 | $\frac{1}{44}$                 | $\frac{1}{40}$                                      | $\frac{2}{80} = \frac{1}{40}$   |
| 230 | $\frac{1}{46}$                 | $\frac{1}{44}$                                      | $\frac{2}{88} = \frac{1}{44}$   |
| 238 | $\frac{1}{51}$                 | $\frac{1}{51}$                                      | $\frac{2}{96} = \frac{1}{48}$   |
| 260 | $\frac{1}{52}$                 | $\frac{1}{48}$                                      | $\frac{2}{96} = \frac{1}{48}$   |
| 266 | $\frac{1}{57}$                 | $\frac{1}{282}$                                     | $\frac{2}{108} = \frac{1}{54}$  |
| 280 | $\frac{1}{40}$                 | $\frac{1}{28}$                                      | $\frac{2}{96} = \frac{1}{48}$   |
| 286 | $\frac{1}{65}$                 | $\frac{1}{1968}$                                    | $\frac{2}{120} = \frac{1}{60}$  |
| 290 | $\frac{1}{58}$                 | $\frac{1}{57}$                                      | $\frac{2}{112} = \frac{1}{56}$  |
| 308 | $\frac{1}{66}$                 | $\frac{1}{129}$                                     | $\frac{2}{120} = \frac{1}{60}$  |
| 310 | $\frac{1}{62}$                 | $\frac{1}{61}$                                      | $\frac{2}{120} = \frac{1}{60}$  |
| 322 | $\frac{1}{69}$                 | $\frac{1}{69}$                                      | $\frac{2}{132} = \frac{1}{66}$  |
| 340 | $\frac{1}{68}$                 | $\frac{1}{64}$                                      | $\frac{2}{128} = \frac{1}{64}$  |
| 350 | $\frac{1}{50}$                 | $\frac{1}{35}$                                      | $\frac{2}{120} = \frac{1}{60}$  |
| 364 | $\frac{1}{78}$                 | $\frac{1}{76}$                                      | $\frac{2}{144} = \frac{1}{72}$  |
| 370 | $\frac{1}{74}$                 | $\frac{1}{72}$                                      | $\frac{2}{144} = \frac{1}{72}$  |
| 374 | $\frac{1}{85}$                 | $\frac{1}{85}$                                      | $\frac{2}{160} = \frac{1}{80}$  |
| 380 | $\frac{1}{76}$                 | $\frac{1}{220}$                                     | $\frac{2}{144} = \frac{1}{72}$  |
| 406 | $\frac{1}{87}$                 | $\frac{1}{87}$                                      | $\frac{2}{168} = \frac{1}{84}$  |
| 410 | $\frac{1}{82}$                 | $\frac{1}{81}$                                      | $\frac{2}{160} = \frac{1}{80}$  |
| 418 | $\frac{1}{95}$                 | $\frac{1}{95}$                                      | $\frac{2}{180} = \frac{1}{90}$  |
| 430 | $\frac{1}{86}$                 | $\frac{1}{84}$                                      | $\frac{2}{168} = \frac{1}{84}$  |
| 434 | $\frac{1}{93}$                 | $\frac{1}{93}$                                      | $\frac{2}{180} = \frac{1}{90}$  |
| 440 | $\frac{1}{88}$                 | $\frac{1}{80}$                                      | $\frac{2}{160} = \frac{1}{80}$  |
| 442 | $\frac{1}{102}$                | $\frac{1}{102}$                                     | $\frac{2}{192} = \frac{1}{96}$  |
| 460 | $\frac{1}{92}$                 | $\frac{1}{88}$                                      | $\frac{2}{176} = \frac{1}{88}$  |
| 470 | $\frac{1}{94}$                 | $\frac{1}{92}$                                      | $\frac{2}{184} = \frac{1}{92}$  |
| 476 | $\frac{1}{102}$                | $\frac{1}{102}$                                     | $\frac{2}{192} = \frac{1}{96}$  |
| 490 | $\frac{1}{70}$                 | $\frac{1}{49}$                                      | $\frac{2}{168} = \frac{1}{84}$  |
| 494 | $\frac{1}{114}$                | $\frac{1}{114}$                                     | $\frac{2}{216} = \frac{1}{108}$ |

Tabelle 3: Gegenbeispiele Vermutung „Aussage 4“



## 5. Extrema

**Satz 5.11** ( $\max \zeta_{\text{egalitär}}^{\text{vollständig}}$  für Vielfache von 3) Für ein vollständig egalitäres Gewicht mit  $3|m$  ist das Maximum klar:

$$\forall m \in \mathbb{N} \text{ mit } 3|m : \max \zeta_{\text{egalitär}}^{\text{vollständig}} = \frac{3}{2}$$

**Beweis:**

Sei  $m \in \mathbb{N}$  mit  $3|m$  und  $w : \mathbb{Z}_m \rightarrow \mathbb{R}$  normiertes vollständig egalitäres Gewicht. Satz 2.5 liefert bereits:

$$w\left(\frac{m}{3}\right) = \frac{3}{2}$$

Nach Definition muß gelten:

$$\begin{aligned} \forall z \in \mathbb{Z} : 3 &= w(z) + w\left(\frac{m}{3} + z\right) + w\left(\frac{2m}{3} + z\right) = \\ &= w(z) + w\left(\frac{m}{3} + z\right) + w\left(\frac{m}{3} - z\right) \end{aligned}$$

Unter Zuhilfenahme der Ungleichungen muß weiter gelten:

$$w\left(\frac{m}{3} + z\right) + \underbrace{w\left(\frac{m}{3}\right)}_{\text{Ungleichung}} \leq w(z) + w\left(\frac{m}{3} - z\right) + w\left(\frac{m}{3} + z\right) = 3$$

Also bleibt:

$$\forall x = \frac{m}{3} + z \in \mathbb{Z}_m : w\left(\frac{m}{3} + z\right) \leq 3 - \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$$

□

Es scheint als wäre  $\min \zeta_{\text{egalitär}}^{\text{vollständig}}$  stets von der Form  $\frac{1}{\dots}$ . Doch dies ist nicht richtig für  $m \in \{105, 154, 190, 266, 285, 286, 308, 315, 380, 455, 525, 532, 572\}$ . Dies sind alles Zahlen mit genau 3 Primteilern.

Im folgenden noch weitere Beobachtungen, die sich mit meinem Zahlenmaterial nicht widerlegen lassen:

**Hypothese 5.1** ( $\min \zeta_{\text{egalitär}}$  für zusammengesetzte Zahlen) Das Minimum eines egalitären Gewichtes läßt sich auf das Minimum des kleinsten Primteilers zurückführen, wenn dieser größer als 3 ist.<sup>37</sup>

$$\forall m : \min \zeta_{\text{egalitär}}(m) = \frac{p}{m} \cdot \min \zeta_{\text{egalitär}}(p)$$

$$\text{wobei } p = \min \{x \in \mathbb{P} : x|m\} \geq 5$$

---

<sup>37</sup>Wenn der kleinste Primteiler 2 ist, so gilt die Aussage z. B. nicht für  $m = 10$ . Wenn der kleinste Primteiler 3 ist, so gilt die Aussage z. B. nicht für  $m = 273$ .

## 5. Extrema

**Hypothese 5.2 (Minima für zusammengesetzte Zahlen)** Die Minima von egalitären und vollständig egalitären Gewichten lassen sich auf das Minima der quadratfreien Kerne zurückführen:

$$\forall m : \min \zeta_{\text{egalitär}}(m) = \frac{\overline{m}}{m} \cdot \min \zeta_{\text{egalitär}}(\overline{m})$$

$$\forall m : \min \zeta_{\text{egalitär}}^{\text{vollständig}}(m) = \frac{\overline{m}}{m} \cdot \min \zeta_{\text{egalitär}}^{\text{vollständig}}(\overline{m})$$

$\overline{m} = p_1 \cdot p_2 \cdot \dots \cdot p_n$  bezeichnet hierbei den quadratfreien Kern von  $m = p_1^{k_1} \cdot p_2^{k_2} \cdot \dots \cdot p_n^{k_n}$ .

**Hypothese 5.3 (Minima für gerade Zahlen mit 2 Primteilern)** Für alle  $m = 2^j \cdot p^k$  mit  $p \in \mathbb{P}$ ,  $p > 3$  und  $j, k \in \mathbb{N}$  gilt:

$$\min \zeta_{\text{egalitär}} = \min \zeta_{\text{egalitär}}^{\text{vollständig}} = \frac{2}{\phi(m)} = \frac{2^{2-j}}{p^{k-1} \cdot (p-1)} = \frac{4 \cdot p}{m \cdot (p-1)}$$

**Hypothese 5.4 ( $\min \zeta_{\text{egalitär}}$  für Vielfache von 3 mit einer Primzahl)** Für alle  $m = 3 \cdot p$  mit  $p \in \mathbb{P}$  und  $p > 3$  gilt:

$$\min \zeta_{\text{egalitär}} = \frac{3}{\phi(m) + 2} = \frac{3}{2 \cdot p}$$

**Hypothese 5.5 ( $\min \zeta_{\text{egalitär}}$  für Produkt zweier Primzahlen)** Für alle  $m = p_1 \cdot p_2$  mit  $p_1, p_2 \in \mathbb{P}$  und  $3 \leq p_1 \leq p_2$  gilt:

$$\min \zeta_{\text{egalitär}}(m) = \frac{1}{p_2} \cdot \min \zeta_{\text{egalitär}}(p_1)$$

Diese Hypothesen beantworten bereits sehr viele Fragen: Mittels Hypothese 5.2 bleiben für die Minima nur noch Produkte von Primzahlen. Nach Hypothese 5.1 und Satz 5.4 sind die Minima von egalitären Gewichten für  $2 \nmid m \wedge 3 \nmid m$  beantwortet. Für  $2|m$  gibt Hypothese 5.3 einen Teil der Antwort.  $3|m$  ist durch Hypothese 5.4 für egalitäre Gewichte teilweise gelöst. Was bleibt, sind die Fälle  $2|m$  und  $3|m$  für mehr als 2 Primteiler und für vollständig egalitäre Gewichte  $m$  als Vielfaches von 3.<sup>38</sup> Bis auf einige Ausnahmen lassen sich alle bisher errechneten Ergebnisse auf einen Nenner bringen:

---

<sup>38</sup>Das genau die beiden Teiler 2 und 3 zu Unregelmäßigkeiten führen ist durch  $w(\frac{m}{2}) = 2$  bzw.  $w(\frac{m}{3}) = \frac{3}{2}$  naheliegend.

## 5. Extrema

**Hypothese 5.6** ( $\min\zeta_{\text{egalitär}}$  **bis auf Ausnahmen**) Für  $m \notin \{x : x = k \cdot 70 \text{ mit } k \in \mathbb{N}\} \cup \{x : x = k \cdot 273 \text{ mit } k \in \mathbb{N}\}$  und  $6 \nmid m$  mit  $m = p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \cdot \dots \cdot p_s$ ;  $p_1, p_2, p_3, \dots, p_s \in \mathbb{P}$  und  $p_1 < p_2 < p_3 < \dots < p_s$  gilt:

$$\min\zeta_{\text{egalitär}} = \begin{cases} \frac{f_g(p_1, p_2)}{p_3 \cdot \dots \cdot p_s} & \text{für } p_1 \text{ gerade} \\ \frac{f_u(p_1)}{p_2 \cdot p_3 \cdot \dots \cdot p_s} & \text{für } p_1 \text{ ungerade} \end{cases}$$

mit

$$f_g(p_1, p_2) = \frac{p_1}{p_2 - 1} = \frac{2}{p_2 - 1}$$

$$f_u(p_1) = \frac{4 \cdot p_1}{p_1^2 - 1}$$

Kommen in  $m$  Potenzen von Primzahlen vor, so muß  $m$  nach Hypothese 5.2 auf  $\overline{m}$  zurückgeführt werden.

Warum diese Ausnahmen und warum genau diese? Diese Frage muß ich offen lassen. Trotzdem hier noch eine Tabelle dazu, die zwar Gemeinsamkeiten zeigt, doch keine Gemeinsamkeit, die alle anderen Zahlen ausschließt:

| $m$                          | $\min\zeta_{\text{egalitär}}$                        | $\phi(m)$ | $\tau(m)$ | $ G(m) $ | $\sigma(m)$ | $\lambda(m)$ | $\pi(m)$ |
|------------------------------|------------------------------------------------------|-----------|-----------|----------|-------------|--------------|----------|
| $70 = 2 \cdot 5 \cdot 7$     | $\frac{1}{10} = \frac{1}{2 \cdot 5}$                 | 24        | 8         | 5        | 144         | 12           | 19       |
| $140 = 2^2 \cdot 5 \cdot 7$  | $\frac{1}{20} = \frac{1}{2 \cdot 2 \cdot 5}$         | 48        | 12        | 7        | 336         | 12           | 34       |
| $273 = 3 \cdot 7 \cdot 13$   | $\frac{1}{59}$                                       | 144       | 8         | 105      | 448         | 12           | 58       |
| $280 = 2^3 \cdot 5 \cdot 7$  | $\frac{1}{40} = \frac{1}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5}$ | 96        | 16        | 14       | 720         | 12           | 59       |
| $350 = 2 \cdot 5^2 \cdot 7$  | $\frac{1}{50} = \frac{1}{2 \cdot 5 \cdot 5}$         | 120       | 12        | 13       | 744         | 60           | 70       |
| $490 = 2 \cdot 5 \cdot 7^2$  | $\frac{1}{70} = \frac{1}{2 \cdot 5 \cdot 7}$         | 168       | 12        | 19       | 1026        | 84           | 93       |
| $819 = 3^2 \cdot 7 \cdot 13$ | $\frac{1}{177} = \frac{1}{3 \cdot 59}$               | 288       | 12        | 521      | 1456        | 12           | 14       |

Dabei ist  $\phi(\dots)$  die Euler'sche  $\phi$ -Funktion;  $\tau(m)$  gibt die Anzahl Teiler von  $m$  an;  $G(m) = \{(p_1, p_2) : p_1, p_2 \in \mathbb{P} \setminus \{2\} \wedge p_1 \neq p_2 \wedge p_1 + p_2 = m\}$  für  $m$  gerade und  $G(m) = \{(p_1, p_2, p_3) : p_1, p_2, p_3 \in \mathbb{P} \setminus \{2\} \wedge p_1 \neq p_2 \neq p_3 \neq p_1 \wedge p_1 + p_2 + p_3 = m\}$  für  $m$  ungerade nach der Goldbach'schen Vermutung die Menge aller Tuppel von 2 bzw. 3 verschiedenen und ungeraden Primzahlen, die in der Summe  $m$  ergeben;  $\sigma(m)$  die Summe aller Teiler von  $m$ ;  $\lambda(m)$  die Carmichael's  $\lambda$ -Funktion und  $\pi(m)$  die Anzahl von Primzahlen kleinergleich  $m$ .

Alle bisherigen Hypothesen gehen davon aus, daß  $\min\zeta_{\text{egalitär}}$  sich als Produkt darstellen läßt. Bei  $m = 273$  jedoch ist 59 eine Primzahl. Ein Zusammenhang zwischen 59 und 273 läßt sich nur konstatuieren:  $59 = \pi(273) + 1 = 59 + 83 + 131 = 59 + 101 + 113$ . Das Zurückführen auf den quadratfreien Kern nach Hypothese 5.2 funktioniert auch bei diesen Ausnahmen.

Für die Maxima ergibt sich auch - bis auf Ausnahmen - ein Zusammenhang, der gleichzeitig eine Gleichheit bei den Minima und damit der egalitären und vollständig egalitären Gewichte liefert.<sup>39</sup>

<sup>39</sup>Hierbei sind allerdings erheblich weniger Meßwerte als bei Minima verfügbar, da der Rechenaufwand zu groß ist. Die kleinste Zahl mit 3 Primteilern der Form  $m = 5 + 6k$  oder der Form  $m = 7 + 6k$  ist  $715 = 5 \cdot 11 \cdot 13$ . Also weit von meinen Ergebnissen entfernt.

## 5. Extrema

| $m$ | $\min\zeta_{\text{egalitär}}$ | $\zeta(w) = \frac{1}{\min\zeta_{\text{egalitär}}}$ | Beispielgewichtsvektor $w$ für $\min\zeta_{\text{egalitär}}$                                                                                               |
|-----|-------------------------------|----------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 5   | $\frac{5}{6}$                 | $\frac{6}{5}$                                      | (1, 2)                                                                                                                                                     |
| 7   | $\frac{7}{12}$                | $\frac{12}{7}$                                     | (1, 2, 3)                                                                                                                                                  |
| 8   | $\frac{1}{2}$                 | 2                                                  | (1, 2, 3, 4)                                                                                                                                               |
| 9   | $\frac{1}{2}$                 | 2                                                  | (1, 2, 3, 3)                                                                                                                                               |
| 10  | $\frac{1}{2}$                 | 2                                                  | (1, 2, 2, 3, 4)                                                                                                                                            |
| 11  | $\frac{11}{30}$               | $\frac{30}{11}$                                    | (1, 2, 3, 4, 5)                                                                                                                                            |
| 13  | $\frac{13}{42}$               | $\frac{42}{13}$                                    | (1, 2, 3, 4, 5, 6)                                                                                                                                         |
| 14  | $\frac{1}{3}$                 | 3                                                  | (1, 2, $\frac{5}{2}$ , $\frac{7}{2}$ , 4, 5, 6)                                                                                                            |
| 15  | $\frac{3}{10}$                | $\frac{10}{3}$                                     | (1, 2, 3, 4, 5, $\frac{16}{3}$ , $\frac{14}{3}$ )                                                                                                          |
| 16  | $\frac{1}{4}$                 | 4                                                  | (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8)                                                                                                                                   |
| 17  | $\frac{17}{72}$               | $\frac{72}{17}$                                    | (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8)                                                                                                                                   |
| 19  | $\frac{19}{90}$               | $\frac{90}{19}$                                    | (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9)                                                                                                                                |
| 20  | $\frac{1}{4}$                 | 4                                                  | (1, 2, 3, 4, 4, 4, 5, 6, 7, 8)                                                                                                                             |
| 21  | $\frac{3}{14}$                | $\frac{14}{3}$                                     | (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, $\frac{22}{3}$ , $\frac{22}{3}$ , $\frac{19}{3}$ )                                                                                   |
| 22  | $\frac{1}{5}$                 | 5                                                  | (1, 2, $\frac{11}{4}$ , $\frac{15}{4}$ , $\frac{9}{2}$ , $\frac{11}{2}$ , $\frac{25}{4}$ , $\frac{29}{4}$ , 8, 9, 10)                                      |
| 23  | $\frac{23}{132}$              | $\frac{132}{23}$                                   | (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11)                                                                                                                        |
| 25  | $\frac{1}{6}$                 | 6                                                  | (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, $\frac{21}{2}$ , $\frac{19}{2}$ )                                                                                          |
| 26  | $\frac{1}{6}$                 | 6                                                  | (1, 2, $\frac{14}{5}$ , $\frac{19}{5}$ , $\frac{23}{5}$ , $\frac{28}{5}$ , $\frac{32}{5}$ , $\frac{37}{5}$ , $\frac{41}{5}$ , $\frac{46}{5}$ , 10, 11, 12) |
| 27  | $\frac{1}{6}$                 | 6                                                  | (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 9, 8, 9, 10)                                                                                                                   |
| 28  | $\frac{1}{6}$                 | 6                                                  | (1, 2, 3, 4, 5, 5, 6, 7, 7, 8, 9, 10, 11, 12)                                                                                                              |
| 29  | $\frac{29}{210}$              | $\frac{210}{29}$                                   | (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14)                                                                                                            |

Tabelle 4: Nicht normierte egalitäre Gewichtsvektoren

**Hypothese 5.7** ( $\max\zeta_{\text{egalitär}}$  bis auf Ausnahmen) Für  $m \notin \{35, 245\}$  mit  $m = 5 + k \cdot 6$  und maximal 2 Primteilern gilt:<sup>40</sup>

$$\max\zeta_{\text{egalitär}} = \max\zeta_{\text{vollständig}} = \frac{m}{3 \cdot (k+1)} \text{ und}$$

$$\min\zeta_{\text{egalitär}} = \min\zeta_{\text{vollständig}}$$

Für  $m \notin \{55, 175\}$  mit  $m = 7 + k \cdot 6$  und maximal 2 Primteilern gilt:

$$\max\zeta_{\text{egalitär}} = \max\zeta_{\text{vollständig}} = \frac{m}{4 + 3 \cdot k} \text{ und}$$

$$\min\zeta_{\text{egalitär}} = \min\zeta_{\text{vollständig}}$$

Da für  $2|m \wedge 6 \nmid m$  das Maximum 2 und für vollständig egalitäre Gewichte das Maximum für  $m = 3k$  gleich  $\frac{3}{2}$  ist, bleiben nur noch die Fälle  $m = 9 + 6k$ , also Vielfache von 3, für egalitäre Gewichte übrig.

Auch bei der Struktur der Gewichte gibt es Beobachtungen: siehe Tabelle 4

<sup>40</sup>Die Einschränkung auf 2 Primteiler mache ich nur, da ich kein Beispiel für 3 Primteiler berechnen konnte und Hypothese 5.3 zeigt, daß diese Differenzierung nötig sein kann.

## 5. Extrema

| $m$ | $\min \zeta_{\text{egalitär}}^{\text{vollständig}}$ | $\zeta(w) = \frac{1}{\min \zeta_{\text{egalitär}}^{\text{vollständig}}}$ | Beispielgewichtsvektor $w$ für $\min \zeta_{\text{egalitär}}^{\text{vollständig}}$ |
|-----|-----------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|
| 5   | $\frac{5}{6}$                                       | $\frac{6}{5}$                                                            | (1, 2)                                                                             |
| 7   | $\frac{7}{12}$                                      | $\frac{12}{7}$                                                           | (1, 2, 3)                                                                          |
| 8   | $\frac{1}{2}$                                       | 2                                                                        | (1, 2, 3, 4)                                                                       |
| 9   | $\frac{1}{2}$                                       | 2                                                                        | (1, 2, 3, 3)                                                                       |
| 10  | $\frac{1}{2}$                                       | 2                                                                        | (1, 2, 2, 3, 4)                                                                    |
| 11  | $\frac{11}{30}$                                     | $\frac{30}{11}$                                                          | (1, 2, 3, 4, 5)                                                                    |
| 13  | $\frac{13}{42}$                                     | $\frac{42}{13}$                                                          | (1, 2, 3, 4, 5, 6)                                                                 |
| 14  | $\frac{1}{3}$                                       | 3                                                                        | (1, 2, $\frac{5}{2}$ , $\frac{7}{2}$ , 4, 5, 6)                                    |
| 15  | $\frac{1}{3}$                                       | 3                                                                        | (1, 2, 3, $\frac{7}{2}$ , $\frac{9}{2}$ , $\frac{9}{2}$ , 4)                       |
| 16  | $\frac{1}{4}$                                       | 4                                                                        | (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8)                                                           |
| 17  | $\frac{17}{72}$                                     | $\frac{72}{17}$                                                          | (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8)                                                           |
| 19  | $\frac{19}{90}$                                     | $\frac{90}{19}$                                                          | (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9)                                                        |
| 20  | $\frac{1}{4}$                                       | 4                                                                        | (1, 2, 3, 4, 4, 4, 5, 6, 7, 8)                                                     |
| 21  | $\frac{1}{4}$                                       | 4                                                                        | (1, 2, 3, 4, 5, 6, 6, 5, 5, 5)                                                     |
| 22  | $\frac{1}{5}$                                       | 5                                                                        | (1, 2, 3, 4, $\frac{9}{2}$ , $\frac{11}{2}$ , 6, 7, 8, 9, 10)                      |
| 23  | $\frac{23}{132}$                                    | $\frac{132}{23}$                                                         | (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11)                                                |
| 25  | $\frac{1}{6}$                                       | 6                                                                        | (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 10, 10)                                            |
| 26  | $\frac{1}{6}$                                       | 6                                                                        | (1, 2, 3, 4, 5, 6, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12)                                         |
| 27  | $\frac{1}{6}$                                       | 6                                                                        | (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 9, 9, 9, 9)                                            |
| 28  | $\frac{1}{6}$                                       | 6                                                                        | (1, 2, 3, 4, 5, 5, 6, 7, 7, 8, 9, 10, 11, 12)                                      |
| 29  | $\frac{29}{210}$                                    | $\frac{210}{29}$                                                         | (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14)                                    |

Tabelle 5: Nicht normierte vollständig egalitäre Gewichtsvektoren

Jedes egalitäre Gewicht, welches das Minimum in Richtung 1 hat und minimal ist, beginnt - bei geeigneter Normierung - wie das Lee-Gewicht.

$$\forall w \text{ egalitäres Gewicht mit } \frac{w(1)}{\zeta(w)} = \min \zeta_{\text{egalitär}} :$$

$$\exists k : \forall 0 \leq i \leq k : w(i) = i \cdot \zeta(w) \cdot \min \zeta_{\text{egalitär}}$$

Im Besonderen liefert diese Beobachtung das Vihren-Gewicht aus Bem. 5.10.<sup>41</sup>  
Bei vollständig egalitären Gewichten ist dieses  $k$  deutlich größer: siehe Tabelle 5

$$\forall w \text{ vollständig egalitäres Gewicht mit } \frac{w(1)}{\zeta(w)} = \min \zeta_{\text{egalitär}}^{\text{vollständig}} :$$

$$\exists k : \forall 0 \leq i \leq k : w(i) = i \cdot \zeta(w) \cdot \min \zeta_{\text{egalitär}}^{\text{vollständig}}$$

Konstruktiv könnte man also zu  $\min \zeta_{\text{egalitär}}^{\text{vollständig}}$  ein vollständig egalitäres Gewicht finden, indem man das kleinste  $k$  mit  $w(i) = i$ ,  $0 \leq i \leq k$  bestimmt, so daß die noch unbekannten  $w(i)$ ,  $k < i \leq \lfloor \frac{m}{2} \rfloor$  aus den linear unabhängigen

<sup>41</sup>Die angegebenen Gewichtsvektoren sind nicht eindeutig, daher die Abweichungen zum Vihren-Gewicht.

## 5. Extrema

Gleichungen<sup>42</sup> für ein vollständig egalitäres Gewicht eindeutig bestimmt werden können. Damit ist nun die Forderung für vollständig egalitär erfüllt. Es bleibt die Überprüfung der nötigen Ungleichungen für ein Gewicht.

Somit kann zu fast jedem  $m$  nach den Hypothesen das Minimum vorhergesagt werden und mittels der Konstruktion aus dem vorhergehenden Absatz überprüft werden, ob diese angenommen wird. Letztlich hat man damit eine obere Schranke für  $\min \zeta_{\text{egalitär}}^{\text{vollständig}}$ .

Die  $\min \zeta_{\text{egalitär}}^{\text{vollständig}}$  zu einem  $m$ , die nicht durch die Hypothesen abgedeckt werden, liefern in der Konstruktion  $w(i = \frac{m}{2}) = 2 \cdot \zeta$ ,  $k < i \leq \lfloor \frac{m}{2} \rfloor$  bzw.  $w(i = \frac{m}{3}) = \frac{3}{2} \cdot \zeta$ ,  $k < i \leq \lfloor \frac{m}{2} \rfloor$ . Dies stützt wieder die Unregelmäßigkeiten für die Teiler 2 und 3.

Ich hoffe mit dieser Arbeit einen Teil der Fragen zu extremalen egalitären Gewichten beantwortet zu haben. Die Ausführungen in diesem Abschnitt bieten sicherlich Denkanstöße für weitere Arbeiten zu diesem Thema.

---

<sup>42</sup>Die bereits gesetzten  $w(i) = i$  führen ggf. zu einer linearen Abhängigkeit einzelner Gleichungen.

## A. Schranken, Beispielgewichte

### A.1. Schranken, egalitär und vollständig egalitär

#### A.1.1. fortlaufend, aufsteigend

| m  | egalitär         |                 | vollständig egalitär |                 |
|----|------------------|-----------------|----------------------|-----------------|
|    | $\zeta_{\min}$   | $\zeta_{\max}$  | $\zeta_{\min}$       | $\zeta_{\max}$  |
| 4  | 1                | 2               | 1                    | 2               |
| 5  | $\frac{5}{6}$    | $\frac{5}{3}$   | $\frac{5}{6}$        | $\frac{5}{3}$   |
| 7  | $\frac{7}{12}$   | $\frac{7}{4}$   | $\frac{7}{12}$       | $\frac{7}{4}$   |
| 8  | $\frac{1}{2}$    | 2               | $\frac{1}{2}$        | 2               |
| 9  | $\frac{1}{2}$    | $\frac{3}{2}$   | $\frac{1}{2}$        | $\frac{3}{2}$   |
| 10 | $\frac{1}{2}$    | 2               | $\frac{1}{2}$        | 2               |
| 11 | $\frac{11}{30}$  | $\frac{11}{6}$  | $\frac{11}{30}$      | $\frac{11}{6}$  |
| 13 | $\frac{13}{42}$  | $\frac{13}{7}$  | $\frac{13}{42}$      | $\frac{13}{7}$  |
| 14 | $\frac{1}{3}$    | 2               | $\frac{1}{3}$        | 2               |
| 15 | $\frac{3}{10}$   | $\frac{5}{3}$   | $\frac{3}{10}$       | $\frac{5}{3}$   |
| 16 | $\frac{1}{4}$    | 2               | $\frac{1}{4}$        | 2               |
| 17 | $\frac{17}{72}$  | $\frac{17}{9}$  | $\frac{17}{72}$      | $\frac{17}{9}$  |
| 19 | $\frac{19}{90}$  | $\frac{19}{10}$ | $\frac{19}{90}$      | $\frac{19}{10}$ |
| 20 | $\frac{1}{4}$    | 2               | $\frac{1}{4}$        | 2               |
| 21 | $\frac{3}{14}$   | $\frac{38}{21}$ | $\frac{3}{14}$       | $\frac{38}{21}$ |
| 22 | $\frac{1}{5}$    | 2               | $\frac{1}{5}$        | 2               |
| 23 | $\frac{23}{132}$ | $\frac{23}{12}$ | $\frac{23}{132}$     | $\frac{23}{12}$ |
| 25 | $\frac{1}{6}$    | $\frac{25}{13}$ | $\frac{1}{6}$        | $\frac{25}{13}$ |
| 26 | $\frac{1}{6}$    | 2               | $\frac{1}{6}$        | 2               |
| 27 | $\frac{1}{6}$    | $\frac{36}{19}$ | $\frac{1}{6}$        | $\frac{36}{19}$ |
| 28 | $\frac{1}{6}$    | 2               | $\frac{1}{6}$        | 2               |
| 29 | $\frac{29}{210}$ | $\frac{29}{15}$ | $\frac{29}{210}$     | $\frac{29}{15}$ |
| 31 | $\frac{31}{240}$ | $\frac{31}{16}$ | $\frac{31}{240}$     | $\frac{31}{16}$ |
| 32 | $\frac{1}{8}$    | 2               | $\frac{1}{8}$        | 2               |
| 33 | $\frac{3}{22}$   | $\frac{36}{19}$ | $\frac{3}{22}$       | $\frac{36}{19}$ |
| 34 | $\frac{1}{8}$    | 2               | $\frac{1}{8}$        | 2               |
| 35 | $\frac{5}{42}$   | $\frac{23}{12}$ | $\frac{5}{42}$       | $\frac{23}{12}$ |
| 37 | $\frac{37}{342}$ | $\frac{37}{19}$ | $\frac{37}{342}$     | $\frac{37}{19}$ |
| 38 | $\frac{1}{9}$    | 2               | $\frac{1}{9}$        | 2               |
| 39 | $\frac{3}{26}$   | $\frac{86}{45}$ | $\frac{3}{26}$       | $\frac{86}{45}$ |
| 40 | $\frac{1}{8}$    | 2               | $\frac{1}{8}$        | 2               |
| 41 | $\frac{41}{420}$ | $\frac{41}{21}$ | $\frac{41}{420}$     | $\frac{41}{21}$ |
| 43 | $\frac{43}{462}$ | $\frac{43}{22}$ | $\frac{43}{462}$     | $\frac{43}{22}$ |
| 44 | $\frac{1}{10}$   | 2               | $\frac{1}{10}$       | 2               |
| 45 | $\frac{1}{10}$   | $\frac{25}{13}$ | $\frac{1}{10}$       | $\frac{25}{13}$ |
| 46 | $\frac{1}{11}$   | 2               | $\frac{1}{11}$       | 2               |

| m  | egalitär          |                   | vollständig egalitär |                   |
|----|-------------------|-------------------|----------------------|-------------------|
|    | $\zeta_{\min}$    | $\zeta_{\max}$    | $\zeta_{\min}$       | $\zeta_{\max}$    |
| 47 | $\frac{47}{552}$  | $\frac{47}{24}$   | $\frac{47}{552}$     | $\frac{47}{24}$   |
| 49 | $\frac{1}{12}$    | $\frac{49}{25}$   | $\frac{1}{12}$       | $\frac{49}{25}$   |
| 50 | $\frac{1}{10}$    | 2                 | $\frac{1}{10}$       | 2                 |
| 51 | $\frac{3}{34}$    | $\frac{126}{65}$  | $\frac{3}{34}$       | $\frac{126}{65}$  |
| 52 | $\frac{1}{12}$    | 2                 | $\frac{1}{12}$       | 2                 |
| 53 | $\frac{53}{702}$  | $\frac{53}{27}$   | $\frac{53}{702}$     | $\frac{53}{27}$   |
| 55 | $\frac{5}{66}$    | $\frac{218}{111}$ | $\frac{5}{66}$       | $\frac{218}{111}$ |
| 56 | $\frac{1}{12}$    | 2                 | $\frac{1}{12}$       | 2                 |
| 57 | $\frac{3}{38}$    | $\frac{134}{69}$  | $\frac{3}{38}$       | $\frac{134}{69}$  |
| 58 | $\frac{1}{14}$    | 2                 | $\frac{1}{14}$       | 2                 |
| 59 | $\frac{59}{870}$  | $\frac{59}{30}$   | $\frac{59}{870}$     | $\frac{59}{30}$   |
| 61 | $\frac{61}{930}$  | $\frac{61}{31}$   | $\frac{61}{930}$     | $\frac{61}{31}$   |
| 62 | $\frac{1}{15}$    | 2                 | $\frac{1}{15}$       | 2                 |
| 63 | $\frac{1}{14}$    | $\frac{113}{58}$  | $\frac{1}{14}$       | $\frac{113}{58}$  |
| 64 | $\frac{1}{16}$    | 2                 | $\frac{1}{16}$       | 2                 |
| 65 | $\frac{5}{78}$    | $\frac{65}{33}$   | $\frac{5}{78}$       | $\frac{65}{33}$   |
| 67 | $\frac{67}{1122}$ | $\frac{67}{34}$   | $\frac{67}{1122}$    | $\frac{67}{34}$   |
| 68 | $\frac{1}{16}$    | 2                 | $\frac{1}{16}$       | 2                 |
| 69 | $\frac{3}{46}$    | $\frac{45}{23}$   | $\frac{3}{46}$       | $\frac{45}{23}$   |
| 70 | $\frac{1}{10}$    | 2                 | $\frac{1}{10}$       | 2                 |
| 71 | $\frac{71}{1260}$ | $\frac{71}{36}$   | $\frac{71}{1260}$    | $\frac{71}{36}$   |
| 73 | $\frac{73}{1332}$ | $\frac{73}{37}$   | $\frac{73}{1332}$    | $\frac{73}{37}$   |
| 74 | $\frac{1}{18}$    | 2                 | $\frac{1}{18}$       | 2                 |
| 75 | $\frac{3}{50}$    | $\frac{166}{85}$  | $\frac{3}{50}$       | $\frac{166}{85}$  |
| 76 | $\frac{1}{18}$    | 2                 | $\frac{1}{18}$       | 2                 |
| 77 | $\frac{7}{132}$   | $\frac{77}{39}$   | $\frac{7}{132}$      | $\frac{77}{39}$   |
| 79 | $\frac{79}{1560}$ | $\frac{79}{40}$   | $\frac{79}{1560}$    | $\frac{79}{40}$   |
| 80 | $\frac{1}{16}$    | 2                 | $\frac{1}{16}$       | 2                 |
| 81 | $\frac{1}{18}$    | $\frac{63}{32}$   | $\frac{1}{18}$       | $\frac{63}{32}$   |
| 82 | $\frac{1}{20}$    | 2                 | $\frac{1}{20}$       | 2                 |
| 83 | $\frac{83}{1722}$ | $\frac{83}{42}$   | $\frac{83}{1722}$    | $\frac{83}{42}$   |
| 85 | $\frac{5}{102}$   | $\frac{85}{43}$   | $\frac{5}{102}$      | $\frac{85}{43}$   |
| 86 | $\frac{1}{21}$    | 2                 | $\frac{1}{21}$       | 2                 |
| 87 | $\frac{3}{58}$    | $\frac{234}{119}$ | $\frac{3}{58}$       | $\frac{234}{119}$ |
| 88 | $\frac{1}{20}$    | 2                 | $\frac{1}{20}$       | 2                 |
| 89 | $\frac{89}{1980}$ | $\frac{89}{45}$   | $\frac{89}{1980}$    | $\frac{89}{45}$   |

A. Schranken, Beispielgewichte

| m   | egalitär           |                   | vollständig egalitär |                  |
|-----|--------------------|-------------------|----------------------|------------------|
|     | $\zeta_{min}$      | $\zeta_{max}$     | $\zeta_{min}$        | $\zeta_{max}$    |
| 91  | $\frac{7}{156}$    | $\frac{91}{46}$   | $\frac{1}{21}$       | $\frac{91}{46}$  |
| 92  | $\frac{1}{22}$     | 2                 | $\frac{1}{22}$       | 2                |
| 93  | $\frac{3}{62}$     | $\frac{230}{117}$ | $\frac{1}{20}$       | $\frac{3}{2}$    |
| 94  | $\frac{1}{23}$     | 2                 | $\frac{1}{23}$       | 2                |
| 95  | $\frac{5}{114}$    | $\frac{95}{48}$   | $\frac{1}{22}$       | $\frac{95}{48}$  |
| 97  | $\frac{97}{2352}$  | $\frac{97}{49}$   | $\frac{97}{2352}$    | $\frac{97}{49}$  |
| 98  | $\frac{1}{21}$     | 2                 | $\frac{1}{21}$       | 2                |
| 99  | $\frac{1}{22}$     | $\frac{156}{79}$  | $\frac{1}{21}$       | $\frac{3}{2}$    |
| 100 | $\frac{1}{20}$     | 2                 | $\frac{1}{20}$       | 2                |
| 101 | $\frac{101}{2550}$ | $\frac{101}{51}$  | $\frac{101}{2550}$   | $\frac{101}{51}$ |
| 103 | $\frac{103}{2652}$ | $\frac{103}{52}$  | $\frac{103}{2652}$   | $\frac{103}{52}$ |
| 104 | $\frac{1}{24}$     | 2                 | $\frac{1}{24}$       | 2                |
| 105 | $\frac{3}{70}$     | $\frac{211}{108}$ | $\frac{25}{482}$     | $\frac{3}{2}$    |
| 106 | $\frac{1}{26}$     | 2                 | $\frac{1}{26}$       | 2                |
| 107 | $\frac{107}{2862}$ | $\frac{107}{54}$  | $\frac{107}{2862}$   | $\frac{107}{54}$ |
| 109 | $\frac{109}{2970}$ | $\frac{109}{55}$  | $\frac{109}{2970}$   | $\frac{109}{55}$ |
| 110 | $\frac{1}{22}$     | 2                 | $\frac{1}{20}$       | 2                |
| 111 | $\frac{3}{74}$     | $\frac{278}{141}$ | $\frac{1}{24}$       | $\frac{3}{2}$    |
| 112 | $\frac{1}{24}$     | 2                 | $\frac{1}{24}$       | 2                |
| 113 | $\frac{113}{3192}$ | $\frac{113}{57}$  | $\frac{113}{3192}$   | $\frac{113}{57}$ |
| 115 | $\frac{5}{138}$    | $\frac{115}{58}$  | $\frac{1}{27}$       | $\frac{115}{58}$ |
| 116 | $\frac{1}{28}$     | 2                 | $\frac{1}{28}$       | 2                |
| 117 | $\frac{1}{26}$     | $\frac{160}{81}$  | $\frac{1}{24}$       | $\frac{3}{2}$    |
| 118 | $\frac{1}{29}$     | 2                 | $\frac{1}{29}$       | 2                |
| 119 | $\frac{7}{204}$    | $\frac{119}{60}$  | $\frac{1}{28}$       | $\frac{119}{60}$ |
| 121 | $\frac{1}{30}$     | $\frac{121}{61}$  | $\frac{1}{30}$       | $\frac{121}{61}$ |
| 122 | $\frac{1}{30}$     | 2                 | $\frac{1}{30}$       | 2                |
| 123 | $\frac{3}{82}$     | $\frac{342}{173}$ | $\frac{1}{27}$       | $\frac{3}{2}$    |
| 124 | $\frac{1}{30}$     | 2                 | $\frac{1}{30}$       | 2                |
| 125 | $\frac{1}{30}$     | $\frac{125}{63}$  | $\frac{1}{30}$       | $\frac{125}{63}$ |
| 127 | $\frac{127}{4032}$ | $\frac{127}{64}$  | $\frac{127}{4032}$   | $\frac{127}{64}$ |
| 128 | $\frac{1}{32}$     | 2                 | $\frac{1}{32}$       | 2                |
| 129 | $\frac{3}{86}$     | $\frac{326}{165}$ | $\frac{1}{28}$       | $\frac{3}{2}$    |
| 130 | $\frac{1}{26}$     | 2                 | $\frac{1}{24}$       | 2                |
| 131 | $\frac{131}{4290}$ | $\frac{131}{66}$  | $\frac{131}{4290}$   | $\frac{131}{66}$ |
| 133 | $\frac{7}{228}$    | $\frac{133}{67}$  | $\frac{1}{32}$       | $\frac{133}{67}$ |

| m   | egalitär           |                   | vollständig egalitär |                  |
|-----|--------------------|-------------------|----------------------|------------------|
|     | $\zeta_{min}$      | $\zeta_{max}$     | $\zeta_{min}$        | $\zeta_{max}$    |
| 134 | $\frac{1}{33}$     | 2                 | $\frac{1}{33}$       | 2                |
| 135 | $\frac{1}{30}$     | $\frac{608}{307}$ | $\frac{1}{27}$       | $\frac{3}{2}$    |
| 136 | $\frac{1}{32}$     | 2                 | $\frac{1}{32}$       | 2                |
| 137 | $\frac{137}{4692}$ | $\frac{137}{69}$  | $\frac{137}{4692}$   | $\frac{137}{69}$ |
| 139 | $\frac{139}{4830}$ | $\frac{139}{70}$  | $\frac{139}{4830}$   | $\frac{139}{70}$ |
| 140 | $\frac{1}{20}$     | 2                 | $\frac{1}{14}$       | 2                |
| 141 | $\frac{3}{94}$     | $\frac{99}{50}$   | $\frac{1}{31}$       | $\frac{3}{2}$    |
| 142 | $\frac{1}{35}$     | 2                 | $\frac{1}{35}$       | 2                |
| 143 | $\frac{11}{390}$   | $\frac{143}{72}$  | $\frac{1}{35}$       | $\frac{143}{72}$ |
| 145 | $\frac{5}{174}$    | $\frac{145}{73}$  | $\frac{1}{34}$       | $\frac{145}{73}$ |
| 146 | $\frac{1}{36}$     | 2                 | $\frac{1}{36}$       | 2                |
| 147 | $\frac{3}{98}$     | $\frac{374}{189}$ | $\frac{1}{28}$       | $\frac{3}{2}$    |
| 148 | $\frac{1}{36}$     | 2                 | $\frac{1}{36}$       | 2                |
| 149 | $\frac{149}{5550}$ | $\frac{149}{75}$  | $\frac{149}{5550}$   | $\frac{149}{75}$ |
| 151 | $\frac{151}{5700}$ | $\frac{151}{76}$  | $\frac{151}{5700}$   | $\frac{151}{76}$ |
| 152 | $\frac{1}{36}$     | 2                 | $\frac{1}{36}$       | 2                |
| 153 | $\frac{1}{34}$     | $\frac{123}{62}$  | $\frac{1}{33}$       | $\frac{3}{2}$    |
| 154 | $\frac{1}{33}$     | 2                 | $\frac{4}{129}$      | 2                |
| 155 | $\frac{5}{186}$    | $\frac{155}{78}$  | $\frac{1}{36}$       | $\frac{155}{78}$ |
| 157 | $\frac{157}{6162}$ | $\frac{157}{79}$  | $\frac{157}{6162}$   | $\frac{157}{79}$ |
| 158 | $\frac{1}{39}$     | 2                 | $\frac{1}{39}$       | 2                |
| 159 | $\frac{3}{106}$    | $\frac{450}{227}$ | $\frac{1}{35}$       | $\frac{3}{2}$    |
| 160 | $\frac{1}{32}$     | 2                 | $\frac{1}{32}$       | 2                |
| 161 | $\frac{7}{276}$    | $\frac{161}{81}$  | $\frac{1}{39}$       | $\frac{161}{81}$ |
| 163 | $\frac{163}{6642}$ | $\frac{163}{82}$  | $\frac{163}{6642}$   | $\frac{163}{82}$ |
| 164 | $\frac{1}{40}$     | 2                 | $\frac{1}{40}$       | 2                |
| 165 | $\frac{3}{110}$    | $\frac{378}{191}$ | $\frac{1}{30}$       | $\frac{3}{2}$    |
| 166 | $\frac{1}{41}$     | 2                 | $\frac{1}{41}$       | $\frac{81}{41}$  |
| 167 | $\frac{167}{6972}$ | $\frac{167}{84}$  | $\frac{167}{6972}$   | $\frac{167}{84}$ |
| 169 | $\frac{1}{42}$     | $\frac{169}{85}$  | $\frac{1}{42}$       | $\frac{169}{85}$ |
| 170 | $\frac{1}{34}$     | $\frac{67}{34}$   | $\frac{1}{32}$       | $\frac{63}{32}$  |
| 171 | $\frac{1}{38}$     | $\frac{119}{60}$  | $\frac{1}{36}$       | $\frac{3}{2}$    |
| 172 | $\frac{1}{42}$     | 2                 | $\frac{1}{42}$       | 2                |
| 173 | $\frac{173}{7482}$ | $\frac{173}{87}$  | $\frac{173}{7482}$   | $\frac{173}{87}$ |
| 175 | $\frac{1}{42}$     | $\frac{163}{82}$  | $\frac{1}{40}$       | $\frac{139}{70}$ |
| 176 | $\frac{1}{40}$     | $\frac{79}{40}$   | $\frac{1}{40}$       | 2                |



A. Schranken, Beispielgewichte

| m   | egalitär            |                   | vollständig egalitär |                   |
|-----|---------------------|-------------------|----------------------|-------------------|
|     | $\zeta_{min}$       | $\zeta_{max}$     | $\zeta_{min}$        | $\zeta_{max}$     |
| 177 | $\frac{3}{118}$     | $\frac{252}{127}$ | $\frac{1}{39}$       | $\frac{3}{2}$     |
| 178 | $\frac{1}{44}$      | 2                 | $\frac{1}{44}$       | 2                 |
| 179 | $\frac{179}{8010}$  | $\frac{179}{90}$  | $\frac{179}{8010}$   | $\frac{179}{90}$  |
| 181 | $\frac{181}{8190}$  | $\frac{181}{91}$  | $\frac{181}{8190}$   | $\frac{181}{91}$  |
| 182 | $\frac{1}{39}$      | 2                 | $\frac{1}{38}$       | 2                 |
| 183 | $\frac{3}{122}$     | $\frac{470}{237}$ | $\frac{1}{40}$       | $\frac{3}{2}$     |
| 184 | $\frac{1}{44}$      | 2                 | $\frac{1}{44}$       | 2                 |
| 185 | $\frac{5}{222}$     | $\frac{185}{93}$  | $\frac{1}{44}$       | $\frac{185}{93}$  |
| 187 | $\frac{11}{510}$    | $\frac{187}{94}$  | $\frac{1}{45}$       | $\frac{187}{94}$  |
| 188 | $\frac{1}{46}$      | 2                 | $\frac{1}{46}$       | 2                 |
| 189 | $\frac{1}{42}$      | $\frac{365}{184}$ | $\frac{1}{36}$       | $\frac{3}{2}$     |
| 190 | $\frac{1}{38}$      | 2                 | $\frac{3}{110}$      | 2                 |
| 191 | $\frac{191}{9120}$  | $\frac{191}{96}$  | $\frac{191}{9120}$   | $\frac{191}{96}$  |
| 193 | $\frac{193}{9312}$  | $\frac{193}{97}$  | $\frac{193}{9312}$   | $\frac{193}{97}$  |
| 194 | $\frac{1}{48}$      | 2                 | $\frac{1}{48}$       | 2                 |
| 195 | $\frac{3}{130}$     | $\frac{458}{231}$ | $\frac{1}{39}$       |                   |
| 196 | $\frac{1}{42}$      | 2                 | $\frac{1}{42}$       | 2                 |
| 197 | $\frac{197}{9702}$  | $\frac{197}{99}$  | $\frac{197}{9702}$   | $\frac{197}{99}$  |
| 199 | $\frac{199}{9900}$  | $\frac{199}{100}$ | $\frac{199}{9900}$   | $\frac{199}{100}$ |
| 200 | $\frac{1}{40}$      | 2                 | $\frac{1}{40}$       | 2                 |
| 201 | $\frac{3}{134}$     | $\frac{518}{261}$ | $\frac{1}{44}$       | $\frac{3}{2}$     |
| 202 | $\frac{1}{50}$      | 2                 | $\frac{1}{50}$       | 2                 |
| 203 | $\frac{7}{348}$     | $\frac{203}{102}$ | $\frac{1}{48}$       |                   |
| 205 | $\frac{5}{246}$     | $\frac{205}{103}$ | $\frac{1}{48}$       |                   |
| 206 | $\frac{1}{51}$      | 2                 | $\frac{1}{51}$       | 2                 |
| 207 | $\frac{1}{46}$      | $\frac{336}{169}$ | $\frac{1}{45}$       |                   |
| 208 | $\frac{1}{48}$      | 2                 | $\frac{1}{48}$       | 2                 |
| 209 | $\frac{11}{570}$    | $\frac{209}{105}$ | $\frac{1}{51}$       |                   |
| 211 | $\frac{211}{11130}$ | $\frac{211}{106}$ | $\frac{211}{11130}$  | $\frac{211}{106}$ |
| 212 | $\frac{1}{52}$      | 2                 | $\frac{1}{52}$       | 2                 |
| 213 | $\frac{3}{142}$     | $\frac{153}{77}$  | $\frac{1}{47}$       |                   |
| 214 | $\frac{1}{53}$      | 2                 | $\frac{1}{53}$       | 2                 |
| 215 | $\frac{5}{258}$     | $\frac{215}{108}$ | $\frac{1}{51}$       |                   |
| 217 | $\frac{7}{372}$     | $\frac{217}{109}$ | $\frac{1}{52}$       |                   |
| 218 | $\frac{1}{54}$      | 2                 | $\frac{1}{54}$       | 2                 |
| 219 | $\frac{3}{146}$     | $\frac{566}{285}$ | $\frac{1}{48}$       |                   |

| m   | egalitär            |                   | vollständig egalitär |                   |
|-----|---------------------|-------------------|----------------------|-------------------|
|     | $\zeta_{min}$       | $\zeta_{max}$     | $\zeta_{min}$        | $\zeta_{max}$     |
| 220 | $\frac{1}{44}$      | 2                 | $\frac{1}{40}$       | 2                 |
| 221 | $\frac{13}{714}$    | $\frac{221}{111}$ | $\frac{1}{54}$       |                   |
| 223 | $\frac{223}{12432}$ | $\frac{223}{112}$ | $\frac{223}{12432}$  | $\frac{223}{112}$ |
| 224 | $\frac{1}{48}$      | 2                 | $\frac{1}{48}$       | 2                 |
| 225 | $\frac{1}{50}$      |                   | $\frac{1}{45}$       |                   |
| 226 | $\frac{1}{56}$      | 2                 | $\frac{1}{56}$       | 2                 |
| 227 | $\frac{227}{12882}$ | $\frac{227}{114}$ | $\frac{227}{12882}$  | $\frac{227}{114}$ |
| 229 | $\frac{229}{13110}$ | $\frac{229}{115}$ | $\frac{229}{13110}$  | $\frac{229}{115}$ |
| 230 | $\frac{1}{46}$      | 2                 | $\frac{1}{44}$       | 2                 |
| 231 | $\frac{3}{154}$     | $\frac{749}{377}$ | $\frac{1}{44}$       |                   |
| 232 | $\frac{1}{56}$      | 2                 | $\frac{1}{56}$       | 2                 |
| 233 | $\frac{233}{13572}$ | $\frac{233}{117}$ | $\frac{233}{13572}$  | $\frac{233}{117}$ |
| 235 | $\frac{5}{282}$     |                   | $\frac{1}{56}$       | $\frac{235}{118}$ |
| 236 | $\frac{1}{58}$      | 2                 | $\frac{1}{58}$       | 2                 |
| 237 | $\frac{3}{158}$     | $\frac{614}{309}$ | $\frac{1}{52}$       |                   |
| 238 | $\frac{1}{51}$      | 2                 | $\frac{1}{51}$       | 2                 |
| 239 | $\frac{239}{14280}$ | $\frac{239}{120}$ | $\frac{239}{14280}$  | $\frac{239}{120}$ |
| 241 | $\frac{241}{14520}$ | $\frac{241}{121}$ | $\frac{241}{14520}$  | $\frac{241}{121}$ |
| 242 | $\frac{1}{55}$      | 2                 | $\frac{1}{55}$       | 2                 |
| 243 | $\frac{1}{54}$      |                   | $\frac{1}{54}$       |                   |
| 244 | $\frac{1}{60}$      | 2                 | $\frac{1}{60}$       | 2                 |
| 245 | $\frac{5}{294}$     | $\frac{233}{117}$ | $\frac{1}{56}$       |                   |
| 247 | $\frac{13}{798}$    |                   | $\frac{1}{60}$       |                   |
| 248 | $\frac{1}{60}$      | 2                 | $\frac{1}{60}$       | 2                 |
| 249 | $\frac{3}{166}$     | $\frac{360}{181}$ | $\frac{1}{55}$       |                   |
| 250 | $\frac{1}{50}$      | 2                 | $\frac{1}{50}$       | 2                 |
| 251 | $\frac{251}{15750}$ | $\frac{251}{126}$ | $\frac{251}{15750}$  | $\frac{251}{126}$ |
| 253 | $\frac{11}{690}$    |                   | $\frac{1}{60}$       |                   |
| 254 | $\frac{1}{63}$      | 2                 | $\frac{1}{63}$       | 2                 |
| 255 | $\frac{3}{170}$     |                   | $\frac{1}{51}$       |                   |
| 256 | $\frac{1}{64}$      | 2                 | $\frac{1}{64}$       | 2                 |
| 257 | $\frac{257}{16512}$ | $\frac{257}{129}$ | $\frac{257}{16512}$  | $\frac{257}{129}$ |
| 259 | $\frac{7}{444}$     | $\frac{259}{130}$ | $\frac{1}{63}$       |                   |
| 260 | $\frac{1}{52}$      | 2                 | $\frac{1}{48}$       | 2                 |
| 261 | $\frac{1}{58}$      |                   | $\frac{1}{57}$       |                   |
| 262 | $\frac{1}{65}$      | 2                 | $\frac{1}{65}$       | 2                 |

A. Schranken, Beispielgewichte

| m   | egalitär            |                   | vollständig egalitär |                   |
|-----|---------------------|-------------------|----------------------|-------------------|
|     | $\zeta_{min}$       | $\zeta_{max}$     | $\zeta_{min}$        | $\zeta_{max}$     |
| 263 | $\frac{263}{17292}$ | $\frac{263}{132}$ | $\frac{263}{17292}$  | $\frac{263}{132}$ |
| 265 | $\frac{5}{318}$     |                   | $\frac{1}{63}$       |                   |
| 266 | $\frac{1}{57}$      | 2                 | $\frac{5}{282}$      | 2                 |
| 267 | $\frac{3}{178}$     | $\frac{774}{389}$ | $\frac{1}{59}$       |                   |
| 268 | $\frac{1}{66}$      | 2                 | $\frac{1}{66}$       | 2                 |
| 269 | $\frac{269}{18090}$ | $\frac{269}{135}$ | $\frac{269}{18090}$  | $\frac{269}{135}$ |
| 271 | $\frac{271}{18360}$ | $\frac{271}{136}$ | $\frac{271}{18360}$  | $\frac{271}{136}$ |
| 272 | $\frac{1}{64}$      | 2                 | $\frac{1}{64}$       | 2                 |
| 273 | $\frac{1}{59}$      |                   | $\frac{1}{52}$       |                   |
| 274 | $\frac{1}{68}$      | 2                 | $\frac{1}{68}$       | 2                 |
| 275 | $\frac{1}{66}$      |                   | $\frac{1}{60}$       |                   |
| 277 | $\frac{277}{19182}$ | $\frac{277}{139}$ | $\frac{277}{19182}$  | $\frac{277}{139}$ |
| 278 | $\frac{1}{69}$      | 2                 | $\frac{1}{69}$       | 2                 |
| 279 | $\frac{1}{62}$      | $\frac{197}{99}$  | $\frac{1}{60}$       |                   |
| 280 | $\frac{1}{40}$      | 2                 | $\frac{1}{28}$       | 2                 |
| 281 | $\frac{281}{19740}$ | $\frac{281}{141}$ | $\frac{281}{19740}$  | $\frac{281}{141}$ |
| 283 | $\frac{283}{20022}$ | $\frac{283}{142}$ | $\frac{283}{20022}$  | $\frac{283}{142}$ |
| 284 | $\frac{1}{70}$      | 2                 | $\frac{1}{70}$       | 2                 |
| 285 | $\frac{3}{190}$     |                   | $\frac{5}{282}$      |                   |
| 286 | $\frac{1}{65}$      | 2                 | $\frac{31}{1968}$    | 2                 |
| 287 | $\frac{7}{492}$     |                   | $\frac{1}{69}$       |                   |
| 289 | $\frac{1}{72}$      |                   | $\frac{1}{72}$       |                   |
| 290 | $\frac{1}{58}$      | 2                 | $\frac{1}{57}$       | 2                 |
| 291 | $\frac{3}{194}$     | $\frac{758}{381}$ | $\frac{1}{64}$       |                   |
| 292 | $\frac{1}{72}$      | 2                 | $\frac{1}{72}$       | 2                 |
| 293 | $\frac{293}{21462}$ | $\frac{293}{147}$ | $\frac{293}{21462}$  | $\frac{293}{147}$ |
| 295 | $\frac{5}{354}$     | $\frac{295}{148}$ | $\frac{1}{70}$       |                   |
| 296 | $\frac{1}{72}$      | 2                 | $\frac{1}{72}$       | 2                 |
| 297 | $\frac{1}{66}$      |                   | $\frac{1}{63}$       |                   |
| 298 | $\frac{1}{74}$      | 2                 | $\frac{1}{74}$       | 2                 |
| 299 | $\frac{13}{966}$    |                   | $\frac{1}{73}$       |                   |
| 301 | $\frac{7}{516}$     |                   | $\frac{1}{72}$       |                   |
| 302 | $\frac{1}{75}$      | 2                 | $\frac{1}{75}$       | 2                 |
| 303 | $\frac{3}{202}$     | $\frac{882}{443}$ | $\frac{1}{67}$       |                   |
| 304 | $\frac{1}{72}$      | 2                 | $\frac{1}{72}$       | 2                 |
| 305 | $\frac{5}{366}$     |                   | $\frac{1}{72}$       |                   |

| m   | egalitär            |                   | vollständig egalitär |                   |
|-----|---------------------|-------------------|----------------------|-------------------|
|     | $\zeta_{min}$       | $\zeta_{max}$     | $\zeta_{min}$        | $\zeta_{max}$     |
| 307 | $\frac{307}{23562}$ | $\frac{307}{154}$ | $\frac{307}{23562}$  | $\frac{307}{154}$ |
| 308 | $\frac{1}{66}$      | 2                 | $\frac{2}{129}$      | 2                 |
| 309 | $\frac{3}{206}$     | $\frac{806}{405}$ | $\frac{1}{68}$       |                   |
| 310 | $\frac{1}{62}$      | 2                 | $\frac{1}{61}$       | 2                 |
| 311 | $\frac{311}{24180}$ | $\frac{311}{156}$ | $\frac{311}{24180}$  | $\frac{311}{156}$ |
| 313 | $\frac{313}{24492}$ | $\frac{313}{157}$ | $\frac{313}{24492}$  | $\frac{313}{157}$ |
| 314 | $\frac{1}{78}$      | 2                 | $\frac{1}{78}$       | 2                 |
| 315 | $\frac{1}{70}$      |                   | $\frac{25}{1446}$    |                   |
| 316 | $\frac{1}{78}$      | 2                 | $\frac{1}{78}$       | 2                 |
| 317 | $\frac{317}{25122}$ | $\frac{317}{159}$ | $\frac{317}{25122}$  | $\frac{317}{159}$ |
| 319 | $\frac{11}{870}$    |                   | $\frac{1}{78}$       |                   |
| 320 | $\frac{1}{64}$      |                   | $\frac{1}{64}$       | 2                 |
| 321 | $\frac{3}{214}$     | $\frac{468}{235}$ | $\frac{1}{71}$       |                   |
| 322 | $\frac{1}{69}$      | 2                 | $\frac{1}{69}$       | 2                 |
| 323 | $\frac{17}{1368}$   |                   | $\frac{1}{80}$       |                   |
| 325 | $\frac{1}{78}$      |                   | $\frac{1}{75}$       |                   |
| 326 | $\frac{1}{81}$      | 2                 | $\frac{1}{81}$       | 2                 |
| 327 | $\frac{3}{218}$     | $\frac{854}{429}$ | $\frac{1}{72}$       |                   |
| 328 | $\frac{1}{80}$      | 2                 | $\frac{1}{80}$       | 2                 |
| 329 | $\frac{7}{564}$     |                   | $\frac{1}{80}$       |                   |
| 331 | $\frac{331}{27390}$ | $\frac{331}{166}$ | $\frac{331}{27390}$  | $\frac{331}{166}$ |
| 332 | $\frac{1}{82}$      | 2                 | $\frac{1}{82}$       | 2                 |
| 333 | $\frac{1}{74}$      |                   | $\frac{1}{72}$       |                   |
| 334 | $\frac{1}{83}$      | 2                 | $\frac{1}{83}$       | 2                 |
| 335 | $\frac{5}{402}$     |                   | $\frac{1}{80}$       |                   |
| 337 | $\frac{337}{28392}$ | $\frac{337}{169}$ | $\frac{337}{28392}$  | $\frac{337}{169}$ |
| 338 | $\frac{1}{78}$      | 2                 | $\frac{1}{78}$       | 2                 |
| 339 | $\frac{3}{226}$     |                   | $\frac{1}{75}$       |                   |
| 340 | $\frac{1}{68}$      | 2                 | $\frac{1}{64}$       | 2                 |
| 341 | $\frac{11}{930}$    |                   | $\frac{1}{84}$       |                   |
| 343 | $\frac{1}{84}$      |                   | $\frac{1}{84}$       |                   |
| 344 | $\frac{1}{84}$      | 2                 | $\frac{1}{84}$       | 2                 |
| 345 | $\frac{3}{230}$     |                   | $\frac{1}{69}$       |                   |
| 346 | $\frac{1}{86}$      | 2                 | $\frac{1}{86}$       | 2                 |
| 347 | $\frac{347}{30102}$ | $\frac{347}{174}$ | $\frac{347}{30102}$  | $\frac{347}{174}$ |
| 349 | $\frac{349}{30450}$ | $\frac{349}{175}$ | $\frac{349}{30450}$  | $\frac{349}{175}$ |

A. Schranken, Beispielgewichte

| m   | egalitär            |                   | vollständig egalitär |                   |
|-----|---------------------|-------------------|----------------------|-------------------|
|     | $\zeta_{min}$       | $\zeta_{max}$     | $\zeta_{min}$        | $\zeta_{max}$     |
| 350 | $\frac{1}{50}$      | 2                 | $\frac{1}{35}$       | 2                 |
| 351 | $\frac{1}{78}$      |                   | $\frac{1}{72}$       |                   |
| 352 | $\frac{1}{80}$      |                   | $\frac{1}{80}$       | 2                 |
| 353 | $\frac{353}{31152}$ | $\frac{353}{177}$ | $\frac{353}{31152}$  | $\frac{353}{177}$ |
| 355 | $\frac{5}{426}$     |                   | $\frac{1}{84}$       |                   |
| 356 | $\frac{1}{88}$      | 2                 | $\frac{1}{88}$       | 2                 |
| 357 | $\frac{3}{238}$     |                   | $\frac{1}{68}$       |                   |
| 358 | $\frac{1}{89}$      | 2                 | $\frac{1}{89}$       | 2                 |
| 359 | $\frac{359}{32220}$ | $\frac{359}{180}$ | $\frac{359}{32220}$  | $\frac{359}{180}$ |
| 361 | $\frac{1}{90}$      |                   | $\frac{1}{90}$       |                   |
| 362 | $\frac{1}{90}$      | 2                 | $\frac{1}{90}$       | 2                 |
| 363 | $\frac{3}{242}$     |                   | $\frac{1}{77}$       |                   |
| 364 | $\frac{1}{78}$      | 2                 | $\frac{1}{76}$       | 2                 |
| 365 | $\frac{5}{438}$     |                   | $\frac{1}{87}$       |                   |
| 367 | $\frac{367}{33672}$ | $\frac{367}{184}$ | $\frac{367}{33672}$  | $\frac{367}{184}$ |
| 368 | $\frac{1}{88}$      |                   | $\frac{1}{88}$       | 2                 |
| 369 | $\frac{1}{82}$      |                   | $\frac{1}{81}$       |                   |
| 370 | $\frac{1}{74}$      | 2                 | $\frac{1}{72}$       | 2                 |
| 371 | $\frac{7}{636}$     |                   | $\frac{1}{90}$       |                   |
| 373 | $\frac{373}{34782}$ | $\frac{373}{187}$ | $\frac{373}{34782}$  | $\frac{373}{187}$ |
| 374 | $\frac{1}{85}$      | 2                 | $\frac{1}{85}$       | 2                 |
| 375 | $\frac{3}{250}$     |                   | $\frac{1}{75}$       |                   |
| 376 | $\frac{1}{92}$      |                   | $\frac{1}{92}$       | 2                 |
| 377 | $\frac{13}{1218}$   |                   | $\frac{1}{92}$       |                   |
| 379 | $\frac{379}{35910}$ | $\frac{379}{190}$ | $\frac{379}{35910}$  | $\frac{379}{190}$ |
| 380 | $\frac{1}{76}$      | 2                 | $\frac{3}{220}$      | 2                 |
| 381 | $\frac{3}{254}$     |                   | $\frac{1}{84}$       |                   |
| 382 |                     | 2                 | $\frac{1}{95}$       | 2                 |
| 383 | $\frac{383}{36672}$ | $\frac{383}{192}$ | $\frac{383}{36672}$  | $\frac{383}{192}$ |
| 385 | $\frac{5}{462}$     |                   | $\frac{1}{84}$       |                   |
| 386 | $\frac{1}{96}$      | 2                 | $\frac{1}{96}$       | 2                 |
| 387 | $\frac{1}{86}$      |                   | $\frac{1}{84}$       |                   |
| 388 | $\frac{1}{96}$      | 2                 | $\frac{1}{96}$       | 2                 |
| 389 | $\frac{389}{37830}$ | $\frac{389}{195}$ | $\frac{389}{37830}$  | $\frac{389}{195}$ |
| 391 | $\frac{17}{1656}$   |                   | $\frac{1}{96}$       |                   |
| 392 | $\frac{1}{84}$      |                   | $\frac{1}{84}$       | 2                 |

| m   | egalitär            |                   | vollständig egalitär |                   |
|-----|---------------------|-------------------|----------------------|-------------------|
|     | $\zeta_{min}$       | $\zeta_{max}$     | $\zeta_{min}$        | $\zeta_{max}$     |
| 393 | $\frac{3}{262}$     |                   | $\frac{1}{87}$       |                   |
| 394 | $\frac{1}{98}$      | 2                 | $\frac{1}{98}$       |                   |
| 395 | $\frac{5}{474}$     |                   | $\frac{1}{94}$       |                   |
| 397 | $\frac{397}{39402}$ | $\frac{397}{199}$ | $\frac{397}{39402}$  | $\frac{397}{199}$ |
| 398 | $\frac{1}{99}$      | 2                 | $\frac{1}{99}$       | 2                 |
| 399 | $\frac{3}{266}$     |                   | $\frac{1}{76}$       |                   |
| 400 | $\frac{1}{80}$      |                   | $\frac{1}{80}$       |                   |
| 401 |                     |                   |                      |                   |
| 403 | $\frac{13}{1302}$   |                   | $\frac{1}{99}$       |                   |
| 404 | $\frac{1}{100}$     |                   | $\frac{1}{100}$      |                   |
| 405 | $\frac{1}{90}$      |                   | $\frac{1}{81}$       |                   |
| 406 | $\frac{1}{87}$      |                   | $\frac{1}{87}$       |                   |
| 407 | $\frac{11}{1110}$   |                   | $\frac{1}{100}$      |                   |
| 409 |                     |                   |                      |                   |
| 410 | $\frac{1}{82}$      |                   | $\frac{1}{81}$       |                   |
| 411 | $\frac{3}{274}$     |                   | $\frac{1}{91}$       |                   |
| 412 | $\frac{1}{102}$     |                   | $\frac{1}{102}$      |                   |
| 413 | $\frac{7}{708}$     |                   | $\frac{1}{100}$      |                   |
| 415 | $\frac{5}{498}$     |                   | $\frac{1}{99}$       |                   |
| 416 | $\frac{1}{96}$      |                   | $\frac{1}{96}$       |                   |
| 417 | $\frac{3}{278}$     |                   | $\frac{1}{92}$       |                   |
| 418 | $\frac{1}{95}$      |                   | $\frac{1}{95}$       |                   |
| 419 |                     |                   |                      |                   |
| 421 |                     |                   |                      |                   |
| 422 | $\frac{1}{105}$     |                   | $\frac{1}{105}$      |                   |
| 423 | $\frac{1}{94}$      |                   | $\frac{1}{93}$       |                   |
| 424 | $\frac{1}{104}$     |                   | $\frac{1}{104}$      |                   |
| 425 | $\frac{1}{102}$     |                   | $\frac{1}{100}$      |                   |
| 427 | $\frac{7}{732}$     |                   | $\frac{1}{104}$      |                   |
| 428 | $\frac{1}{106}$     |                   | $\frac{1}{106}$      |                   |
| 429 | $\frac{3}{286}$     |                   | $\frac{1}{88}$       |                   |
| 430 | $\frac{1}{86}$      |                   | $\frac{1}{84}$       |                   |
| 431 |                     |                   |                      |                   |
| 433 |                     |                   |                      |                   |
| 434 | $\frac{1}{93}$      |                   | $\frac{1}{93}$       |                   |
| 435 | $\frac{3}{290}$     |                   | $\frac{1}{87}$       |                   |

A. Schranken, Beispielgewichte

| m   | egalitär          |               | vollständig egalitär |               |
|-----|-------------------|---------------|----------------------|---------------|
|     | $\zeta_{min}$     | $\zeta_{max}$ | $\zeta_{min}$        | $\zeta_{max}$ |
| 436 | $\frac{1}{108}$   |               | $\frac{1}{108}$      |               |
| 437 | $\frac{19}{2070}$ |               | $\frac{1}{108}$      |               |
| 439 |                   |               |                      |               |
| 440 | $\frac{1}{88}$    |               | $\frac{1}{80}$       |               |
| 441 | $\frac{1}{98}$    |               | $\frac{1}{84}$       |               |
| 442 | $\frac{1}{102}$   |               | $\frac{1}{102}$      |               |
| 443 |                   |               |                      |               |
| 445 | $\frac{5}{534}$   |               | $\frac{1}{106}$      |               |
| 446 | $\frac{1}{111}$   |               | $\frac{1}{111}$      |               |
| 447 | $\frac{3}{298}$   |               | $\frac{1}{99}$       |               |
| 448 | $\frac{1}{96}$    |               | $\frac{1}{96}$       |               |
| 449 |                   |               |                      |               |
| 451 | $\frac{11}{1230}$ |               | $\frac{1}{111}$      |               |
| 452 | $\frac{1}{112}$   |               | $\frac{1}{112}$      |               |
| 453 | $\frac{3}{302}$   |               | $\frac{1}{100}$      |               |
| 454 | $\frac{1}{113}$   |               | $\frac{1}{113}$      |               |
| 455 | $\frac{5}{546}$   |               | $\frac{5}{508}$      |               |
| 457 |                   |               |                      |               |
| 458 | $\frac{1}{114}$   |               | $\frac{1}{114}$      |               |
| 459 | $\frac{1}{102}$   |               | $\frac{1}{99}$       |               |
| 460 | $\frac{1}{92}$    |               | $\frac{1}{88}$       |               |
| 461 |                   |               |                      |               |
| 463 |                   |               |                      |               |
| 464 | $\frac{1}{112}$   |               | $\frac{1}{112}$      |               |
| 465 | $\frac{3}{310}$   |               | $\frac{1}{93}$       |               |
| 466 | $\frac{1}{116}$   |               | $\frac{1}{116}$      |               |
| 467 |                   |               |                      |               |
| 469 | $\frac{7}{804}$   |               | $\frac{1}{114}$      |               |
| 470 | $\frac{1}{94}$    |               | $\frac{1}{92}$       |               |
| 471 | $\frac{3}{314}$   |               | $\frac{1}{104}$      |               |
| 472 | $\frac{1}{116}$   |               | $\frac{1}{116}$      |               |
| 473 | $\frac{11}{1290}$ |               | $\frac{1}{115}$      |               |
| 475 | $\frac{1}{114}$   |               | $\frac{1}{110}$      |               |
| 476 | $\frac{1}{102}$   |               | $\frac{1}{102}$      |               |
| 477 | $\frac{1}{106}$   |               | $\frac{1}{105}$      |               |
| 478 | $\frac{1}{119}$   |               | $\frac{1}{119}$      |               |

| m   | egalitär          |               | vollständig egalitär |               |
|-----|-------------------|---------------|----------------------|---------------|
|     | $\zeta_{min}$     | $\zeta_{max}$ | $\zeta_{min}$        | $\zeta_{max}$ |
| 479 |                   |               |                      |               |
| 481 | $\frac{13}{1554}$ |               | $\frac{1}{119}$      |               |
| 482 | $\frac{1}{120}$   |               | $\frac{1}{120}$      |               |
| 483 | $\frac{3}{322}$   |               | $\frac{1}{92}$       |               |
| 484 | $\frac{1}{110}$   |               | $\frac{1}{110}$      |               |
| 485 | $\frac{5}{582}$   |               | $\frac{1}{116}$      |               |
| 487 |                   |               |                      |               |
| 488 | $\frac{1}{120}$   |               | $\frac{1}{120}$      |               |
| 489 | $\frac{3}{326}$   |               | $\frac{1}{108}$      |               |
| 490 | $\frac{1}{70}$    |               | $\frac{1}{49}$       |               |
| 491 |                   |               |                      |               |
| 493 | $\frac{17}{2088}$ |               | $\frac{1}{122}$      |               |
| 494 | $\frac{1}{114}$   |               | $\frac{1}{114}$      |               |
| 495 | $\frac{1}{110}$   |               | $\frac{1}{90}$       |               |
| 496 | $\frac{1}{120}$   |               | $\frac{1}{120}$      |               |
| 497 | $\frac{7}{852}$   |               | $\frac{1}{120}$      |               |
| 499 |                   |               |                      |               |
| 500 | $\frac{1}{100}$   |               | $\frac{1}{100}$      |               |
| 501 | $\frac{3}{334}$   |               | $\frac{1}{111}$      |               |
| 502 | $\frac{1}{125}$   |               | $\frac{1}{125}$      |               |
| 503 |                   |               |                      |               |
| 505 | $\frac{5}{606}$   |               | $\frac{1}{120}$      |               |
| 506 | $\frac{1}{115}$   |               | $\frac{1}{115}$      |               |
| 507 | $\frac{3}{338}$   |               | $\frac{1}{104}$      |               |
| 508 | $\frac{1}{126}$   |               | $\frac{1}{126}$      |               |
| 509 |                   |               |                      |               |
| 511 | $\frac{7}{876}$   |               | $\frac{1}{124}$      |               |
| 512 |                   |               |                      |               |
| 513 | $\frac{1}{114}$   |               | $\frac{1}{108}$      |               |
| 514 | $\frac{1}{128}$   |               | $\frac{1}{128}$      |               |
| 515 | $\frac{5}{618}$   |               | $\frac{1}{123}$      |               |
| 517 | $\frac{11}{1410}$ |               | $\frac{1}{127}$      |               |
| 518 | $\frac{1}{111}$   |               | $\frac{1}{111}$      |               |
| 519 | $\frac{3}{346}$   |               | $\frac{1}{115}$      |               |
| 520 | $\frac{1}{104}$   |               | $\frac{1}{96}$       |               |
| 521 |                   |               |                      |               |

# A. Schranken, Beispielgewichte

| m   | egalitär          |               | vollständig egalitär |               |
|-----|-------------------|---------------|----------------------|---------------|
|     | $\zeta_{min}$     | $\zeta_{max}$ | $\zeta_{min}$        | $\zeta_{max}$ |
| 523 |                   |               |                      |               |
| 524 | $\frac{1}{130}$   |               | $\frac{1}{130}$      |               |
| 525 | $\frac{3}{350}$   |               | $\frac{5}{482}$      |               |
| 526 | $\frac{1}{131}$   |               | $\frac{1}{131}$      |               |
| 527 | $\frac{17}{2232}$ |               | $\frac{1}{130}$      |               |
| 529 |                   |               |                      |               |
| 530 | $\frac{1}{106}$   |               | $\frac{1}{104}$      |               |
| 531 | $\frac{1}{118}$   |               | $\frac{1}{117}$      |               |
| 532 |                   |               | $\frac{5}{564}$      |               |
| 533 | $\frac{13}{1722}$ |               | $\frac{1}{132}$      |               |
| 535 | $\frac{5}{642}$   |               | $\frac{1}{128}$      |               |
| 536 | $\frac{1}{132}$   |               | $\frac{1}{132}$      |               |
| 537 | $\frac{3}{358}$   |               | $\frac{1}{119}$      |               |
| 538 | $\frac{1}{134}$   |               | $\frac{1}{134}$      |               |
| 539 | $\frac{1}{132}$   |               | $\frac{1}{126}$      |               |
| 541 |                   |               |                      |               |
| 542 | $\frac{1}{135}$   |               | $\frac{1}{135}$      |               |
| 543 | $\frac{3}{362}$   |               | $\frac{1}{120}$      |               |
| 544 | $\frac{1}{128}$   |               | $\frac{1}{128}$      |               |
| 545 | $\frac{5}{654}$   |               | $\frac{1}{130}$      |               |
| 547 |                   |               |                      |               |
| 548 | $\frac{1}{136}$   |               | $\frac{1}{136}$      |               |
| 549 | $\frac{1}{122}$   |               | $\frac{1}{120}$      |               |
| 550 | $\frac{1}{110}$   |               | $\frac{1}{100}$      |               |
| 551 | $\frac{19}{2610}$ |               | $\frac{1}{135}$      |               |
| 553 | $\frac{7}{948}$   |               | $\frac{1}{135}$      |               |
| 554 |                   |               | $\frac{1}{138}$      |               |
| 555 | $\frac{3}{370}$   |               | $\frac{1}{111}$      |               |
| 556 | $\frac{1}{138}$   |               | $\frac{1}{138}$      |               |
| 557 |                   |               |                      |               |
| 559 | $\frac{13}{1806}$ |               | $\frac{1}{138}$      |               |
| 560 |                   |               | $\frac{1}{56}$       |               |
| 561 | $\frac{3}{374}$   |               | $\frac{1}{119}$      |               |
| 562 | $\frac{1}{140}$   |               | $\frac{1}{140}$      |               |
| 563 |                   |               |                      |               |
| 565 | $\frac{5}{678}$   |               | $\frac{1}{135}$      |               |

| m   | egalitär          |               | vollständig egalitär |               |
|-----|-------------------|---------------|----------------------|---------------|
|     | $\zeta_{min}$     | $\zeta_{max}$ | $\zeta_{min}$        | $\zeta_{max}$ |
| 566 |                   |               | $\frac{1}{141}$      |               |
| 567 | $\frac{1}{126}$   |               | $\frac{1}{108}$      |               |
| 568 | $\frac{1}{140}$   |               | $\frac{1}{140}$      |               |
| 569 |                   |               |                      |               |
| 571 |                   |               |                      |               |
| 572 | $\frac{1}{130}$   |               | $\frac{31}{3936}$    |               |
| 573 | $\frac{3}{382}$   |               | $\frac{1}{127}$      |               |
| 574 | $\frac{1}{123}$   |               | $\frac{1}{123}$      |               |
| 575 | $\frac{1}{138}$   |               | $\frac{1}{135}$      |               |
| 577 |                   |               |                      |               |
| 578 | $\frac{1}{136}$   |               | $\frac{1}{136}$      |               |
| 579 | $\frac{3}{386}$   |               | $\frac{1}{128}$      |               |
| 580 | $\frac{1}{116}$   |               | $\frac{1}{114}$      |               |
| 581 | $\frac{7}{996}$   |               | $\frac{1}{141}$      |               |
| 583 | $\frac{11}{1590}$ |               | $\frac{1}{144}$      |               |
| 584 | $\frac{1}{144}$   |               | $\frac{1}{144}$      |               |
| 585 | $\frac{1}{130}$   |               | $\frac{1}{117}$      |               |
| 586 | $\frac{1}{146}$   |               | $\frac{1}{146}$      |               |
| 587 |                   |               |                      |               |
| 589 | $\frac{19}{2790}$ |               | $\frac{1}{146}$      |               |
| 590 | $\frac{1}{118}$   |               | $\frac{1}{117}$      |               |
| 591 | $\frac{3}{394}$   |               | $\frac{1}{131}$      |               |
| 592 | $\frac{1}{144}$   |               | $\frac{1}{144}$      |               |
| 593 |                   |               |                      |               |
| 595 | $\frac{5}{714}$   |               | $\frac{1}{136}$      |               |
| 596 | $\frac{1}{148}$   |               | $\frac{1}{148}$      |               |
| 597 | $\frac{3}{398}$   |               | $\frac{1}{132}$      |               |
| 598 | $\frac{1}{138}$   |               | $\frac{1}{138}$      |               |
| 599 |                   |               |                      |               |
| 601 |                   |               |                      |               |
| 602 |                   |               | $\frac{1}{129}$      |               |
| 603 | $\frac{1}{134}$   |               | $\frac{1}{132}$      |               |
| 604 | $\frac{1}{150}$   |               | $\frac{1}{150}$      |               |
| 605 | $\frac{5}{726}$   |               | $\frac{1}{132}$      |               |
| 607 |                   |               |                      |               |
| 608 | $\frac{1}{144}$   |               | $\frac{1}{144}$      |               |

A. Schranken, Beispielgewichte

| m   | egalitär          |               | vollständig egalitär |               |
|-----|-------------------|---------------|----------------------|---------------|
|     | $\zeta_{min}$     | $\zeta_{max}$ | $\zeta_{min}$        | $\zeta_{max}$ |
| 609 | $\frac{3}{406}$   |               | $\frac{1}{116}$      |               |
| 610 | $\frac{1}{122}$   |               | $\frac{1}{121}$      |               |
| 611 | $\frac{13}{1974}$ |               | $\frac{1}{151}$      |               |
| 613 |                   |               |                      |               |
| 614 | $\frac{1}{153}$   |               | $\frac{1}{153}$      |               |
| 615 | $\frac{3}{410}$   |               | $\frac{1}{123}$      |               |
| 616 | $\frac{1}{132}$   |               | $\frac{1}{129}$      |               |
| 617 |                   |               |                      |               |
| 619 |                   |               |                      |               |
| 620 | $\frac{1}{124}$   |               | $\frac{1}{122}$      |               |
| 621 | $\frac{1}{138}$   |               | $\frac{1}{135}$      |               |
| 622 | $\frac{1}{155}$   |               | $\frac{1}{155}$      |               |
| 623 | $\frac{7}{1068}$  |               | $\frac{1}{152}$      |               |
| 625 |                   |               |                      |               |
| 626 |                   |               | $\frac{1}{156}$      |               |
| 627 | $\frac{3}{418}$   |               | $\frac{1}{132}$      |               |
| 628 | $\frac{1}{156}$   |               | $\frac{1}{156}$      |               |
| 629 | $\frac{17}{2664}$ |               | $\frac{1}{155}$      |               |
| 631 |                   |               |                      |               |
| 632 | $\frac{1}{156}$   |               | $\frac{1}{156}$      |               |
| 633 | $\frac{3}{422}$   |               | $\frac{1}{140}$      |               |
| 634 | $\frac{1}{158}$   |               | $\frac{1}{158}$      |               |
| 635 | $\frac{5}{762}$   |               | $\frac{1}{152}$      |               |
| 637 | $\frac{1}{156}$   |               | $\frac{1}{147}$      |               |
| 638 |                   |               | $\frac{1}{145}$      |               |
| 639 | $\frac{1}{142}$   |               | $\frac{1}{141}$      |               |
| 640 | $\frac{1}{128}$   |               | $\frac{1}{128}$      |               |
| 641 |                   |               |                      |               |
| 643 |                   |               |                      |               |
| 644 |                   |               | $\frac{1}{138}$      |               |
| 645 | $\frac{3}{430}$   |               | $\frac{1}{129}$      |               |
| 646 | $\frac{1}{152}$   |               | $\frac{2}{301}$      |               |
| 647 |                   |               |                      |               |
| 649 | $\frac{11}{1770}$ |               | $\frac{1}{160}$      |               |
| 650 | $\frac{1}{130}$   |               | $\frac{1}{120}$      |               |
| 651 | $\frac{3}{434}$   |               | $\frac{1}{124}$      |               |

| m   | egalitär          |               | vollständig egalitär |               |
|-----|-------------------|---------------|----------------------|---------------|
|     | $\zeta_{min}$     | $\zeta_{max}$ | $\zeta_{min}$        | $\zeta_{max}$ |
| 652 | $\frac{1}{162}$   |               | $\frac{1}{162}$      |               |
| 653 |                   |               |                      |               |
| 655 | $\frac{5}{786}$   |               | $\frac{1}{156}$      |               |
| 656 | $\frac{1}{160}$   |               | $\frac{1}{160}$      |               |
| 657 | $\frac{1}{146}$   |               | $\frac{1}{144}$      |               |
| 658 |                   |               | $\frac{1}{141}$      |               |
| 659 |                   |               |                      |               |
| 661 |                   |               |                      |               |
| 662 |                   |               | $\frac{1}{165}$      |               |
| 663 | $\frac{3}{442}$   |               | $\frac{1}{136}$      |               |
| 664 | $\frac{1}{164}$   |               | $\frac{1}{164}$      |               |
| 665 | $\frac{5}{798}$   |               | $\frac{1}{152}$      |               |
| 667 | $\frac{23}{3828}$ |               | $\frac{1}{165}$      |               |
| 668 | $\frac{1}{166}$   |               | $\frac{1}{166}$      |               |
| 669 | $\frac{3}{446}$   |               | $\frac{1}{148}$      |               |
| 670 | $\frac{1}{134}$   |               | $\frac{1}{132}$      |               |
| 671 | $\frac{11}{1830}$ |               | $\frac{1}{165}$      |               |
| 673 |                   |               |                      |               |
| 674 |                   |               | $\frac{1}{168}$      |               |
| 675 | $\frac{1}{150}$   |               | $\frac{1}{135}$      |               |
| 676 |                   |               | $\frac{1}{156}$      |               |
| 677 |                   |               |                      |               |
| 679 | $\frac{7}{1164}$  |               | $\frac{1}{165}$      |               |
| 680 | $\frac{1}{136}$   |               | $\frac{1}{128}$      |               |
| 681 | $\frac{3}{454}$   |               | $\frac{1}{151}$      |               |
| 682 |                   |               | $\frac{1}{155}$      |               |
| 683 |                   |               |                      |               |
| 685 | $\frac{5}{822}$   |               | $\frac{1}{164}$      |               |
| 686 |                   |               | $\frac{1}{147}$      |               |
| 687 | $\frac{3}{458}$   |               | $\frac{1}{152}$      |               |
| 688 | $\frac{1}{168}$   |               | $\frac{1}{168}$      |               |
| 689 | $\frac{13}{2226}$ |               | $\frac{1}{168}$      |               |
| 691 |                   |               |                      |               |
| 692 | $\frac{1}{172}$   |               | $\frac{1}{172}$      |               |
| 693 | $\frac{1}{154}$   |               | $\frac{1}{132}$      |               |
| 694 |                   |               | $\frac{1}{173}$      |               |

A. Schranken, Beispielgewichte

| m   | egalitär          |               | vollständig egalitär |               |
|-----|-------------------|---------------|----------------------|---------------|
|     | $\zeta_{min}$     | $\zeta_{max}$ | $\zeta_{min}$        | $\zeta_{max}$ |
| 695 | $\frac{5}{834}$   |               | $\frac{1}{166}$      |               |
| 697 | $\frac{17}{2952}$ |               | $\frac{1}{172}$      |               |
| 698 | $\frac{1}{174}$   |               | $\frac{1}{174}$      |               |
| 699 | $\frac{3}{466}$   |               | $\frac{1}{155}$      |               |
| 700 |                   |               | $\frac{1}{70}$       |               |
| 701 |                   |               |                      |               |
| 703 | $\frac{19}{3330}$ |               | $\frac{1}{171}$      |               |
| 704 | $\frac{1}{160}$   |               | $\frac{1}{160}$      |               |
| 705 | $\frac{3}{470}$   |               | $\frac{1}{141}$      |               |
| 706 | $\frac{1}{176}$   |               | $\frac{1}{176}$      |               |
| 707 | $\frac{7}{1212}$  |               | $\frac{1}{172}$      |               |
| 709 |                   |               |                      |               |
| 710 | $\frac{1}{142}$   |               | $\frac{1}{141}$      |               |
| 711 | $\frac{1}{158}$   |               | $\frac{1}{156}$      |               |
| 712 | $\frac{1}{176}$   |               | $\frac{1}{176}$      |               |
| 713 | $\frac{23}{4092}$ |               | $\frac{1}{176}$      |               |
| 715 | $\frac{5}{858}$   |               | $\frac{1}{156}$      |               |
| 716 | $\frac{1}{178}$   |               | $\frac{1}{178}$      |               |
| 717 | $\frac{3}{478}$   |               | $\frac{1}{159}$      |               |
| 718 |                   |               | $\frac{1}{179}$      |               |
| 719 |                   |               |                      |               |
| 721 | $\frac{7}{1236}$  |               | $\frac{1}{176}$      |               |
| 722 |                   |               | $\frac{1}{171}$      |               |
| 723 | $\frac{3}{482}$   |               | $\frac{1}{160}$      |               |
| 724 | $\frac{1}{180}$   |               |                      |               |
| 725 | $\frac{1}{174}$   |               | $\frac{1}{170}$      |               |
| 727 |                   |               |                      |               |
| 728 |                   |               | $\frac{1}{152}$      |               |
| 729 |                   |               |                      |               |
| 730 |                   |               | $\frac{1}{144}$      |               |
| 731 | $\frac{17}{3096}$ |               | $\frac{1}{180}$      |               |
| 733 |                   |               |                      |               |
| 734 | $\frac{1}{183}$   |               | $\frac{1}{183}$      |               |
| 735 | $\frac{3}{490}$   |               |                      |               |
| 736 | $\frac{1}{176}$   |               | $\frac{1}{176}$      |               |
| 737 | $\frac{11}{2010}$ |               | $\frac{1}{180}$      |               |

| m   | egalitär          |               | vollständig egalitär |               |
|-----|-------------------|---------------|----------------------|---------------|
|     | $\zeta_{min}$     | $\zeta_{max}$ | $\zeta_{min}$        | $\zeta_{max}$ |
| 739 |                   |               |                      |               |
| 740 |                   |               |                      |               |
| 741 | $\frac{3}{494}$   |               |                      |               |
| 742 |                   |               | $\frac{1}{159}$      |               |
| 743 |                   |               |                      |               |
| 745 | $\frac{5}{894}$   |               | $\frac{1}{178}$      |               |
| 746 | $\frac{1}{186}$   |               | $\frac{1}{186}$      |               |
| 747 | $\frac{1}{166}$   |               | $\frac{1}{165}$      |               |
| 748 |                   |               |                      |               |
| 749 | $\frac{7}{1284}$  |               | $\frac{1}{183}$      |               |
| 751 |                   |               |                      |               |
| 752 |                   |               | $\frac{1}{184}$      |               |
| 753 | $\frac{3}{502}$   |               | $\frac{1}{167}$      |               |
| 754 |                   |               | $\frac{1}{174}$      |               |
| 755 | $\frac{5}{906}$   |               | $\frac{1}{180}$      |               |
| 757 |                   |               |                      |               |
| 758 |                   |               | $\frac{1}{189}$      |               |
| 759 | $\frac{3}{506}$   |               |                      |               |
| 760 |                   |               |                      |               |
| 761 |                   |               |                      |               |
| 763 | $\frac{7}{1308}$  |               | $\frac{1}{186}$      |               |
| 764 |                   |               | $\frac{1}{190}$      |               |
| 765 | $\frac{1}{170}$   |               | $\frac{1}{153}$      |               |
| 766 |                   |               | $\frac{1}{191}$      |               |
| 767 | $\frac{13}{2478}$ |               | $\frac{1}{189}$      |               |
| 769 |                   |               |                      |               |
| 770 |                   |               |                      |               |
| 771 | $\frac{3}{514}$   |               | $\frac{1}{171}$      |               |
| 772 | $\frac{1}{192}$   |               | $\frac{1}{192}$      |               |
| 773 |                   |               |                      |               |
| 775 | $\frac{1}{186}$   |               | $\frac{1}{180}$      |               |
| 776 | $\frac{1}{192}$   |               | $\frac{1}{192}$      |               |
| 777 | $\frac{3}{518}$   |               |                      |               |
| 778 | $\frac{1}{194}$   |               | $\frac{1}{194}$      |               |
| 779 | $\frac{19}{3690}$ |               | $\frac{1}{192}$      |               |
| 781 | $\frac{11}{2130}$ |               | $\frac{1}{192}$      |               |

A. Schranken, Beispielgewichte

| m   | egalitär          |               | vollständig egalitär |               |
|-----|-------------------|---------------|----------------------|---------------|
|     | $\zeta_{min}$     | $\zeta_{max}$ | $\zeta_{min}$        | $\zeta_{max}$ |
| 782 |                   |               | $\frac{1}{184}$      |               |
| 783 | $\frac{1}{174}$   |               | $\frac{1}{171}$      |               |
| 784 |                   |               | $\frac{1}{168}$      |               |
| 785 | $\frac{5}{942}$   |               | $\frac{1}{188}$      |               |
| 787 |                   |               |                      |               |
| 788 |                   |               | $\frac{1}{196}$      |               |
| 789 | $\frac{3}{526}$   |               | $\frac{1}{175}$      |               |
| 790 |                   |               |                      |               |
| 791 | $\frac{7}{1356}$  |               | $\frac{1}{192}$      |               |
| 793 | $\frac{13}{2562}$ |               | $\frac{1}{196}$      |               |
| 794 | $\frac{1}{198}$   |               | $\frac{1}{198}$      |               |
| 795 | $\frac{3}{530}$   |               |                      |               |
| 796 | $\frac{1}{198}$   |               | $\frac{1}{198}$      |               |
| 797 |                   |               |                      |               |
| 799 | $\frac{17}{3384}$ |               | $\frac{1}{198}$      |               |
| 800 | $\frac{1}{160}$   |               | $\frac{1}{160}$      |               |
| 801 | $\frac{1}{178}$   |               | $\frac{1}{177}$      |               |
| 802 | $\frac{1}{200}$   |               | $\frac{1}{200}$      |               |
| 803 | $\frac{11}{2190}$ |               | $\frac{1}{198}$      |               |
| 805 | $\frac{5}{966}$   |               | $\frac{1}{184}$      |               |
| 806 |                   |               |                      |               |
| 807 |                   |               |                      |               |
| 808 |                   |               | $\frac{1}{200}$      |               |
| 809 |                   |               |                      |               |
| 811 |                   |               |                      |               |
| 812 |                   |               | $\frac{1}{174}$      |               |
| 813 | $\frac{3}{542}$   |               | $\frac{1}{180}$      |               |
| 814 |                   |               | $\frac{1}{185}$      |               |
| 815 |                   |               | $\frac{1}{195}$      |               |
| 817 |                   |               | $\frac{1}{202}$      |               |
| 818 |                   |               | $\frac{1}{204}$      |               |
| 819 | $\frac{1}{177}$   |               |                      |               |
| 820 |                   |               |                      |               |
| 821 |                   |               |                      |               |
| 823 |                   |               |                      |               |
| 824 |                   |               | $\frac{1}{204}$      |               |

| m   | egalitär      |               | vollständig egalitär |               |
|-----|---------------|---------------|----------------------|---------------|
|     | $\zeta_{min}$ | $\zeta_{max}$ | $\zeta_{min}$        | $\zeta_{max}$ |
| 825 |               |               |                      |               |
| 826 |               |               |                      |               |
| 827 |               |               |                      |               |
| 829 |               |               |                      |               |
| 830 |               |               | $\frac{1}{164}$      |               |
| 831 |               |               | $\frac{1}{184}$      |               |
| 832 |               |               | $\frac{1}{192}$      |               |
| 833 |               |               | $\frac{1}{196}$      |               |
| 835 |               |               | $\frac{1}{200}$      |               |
| 836 |               |               | $\frac{1}{190}$      |               |
| 837 |               |               | $\frac{1}{180}$      |               |
| 838 |               |               | $\frac{1}{209}$      |               |
| 839 |               |               |                      |               |
| 841 |               |               |                      |               |
| 842 |               |               | $\frac{1}{210}$      |               |
| 843 |               |               | $\frac{1}{187}$      |               |
| 844 |               |               | $\frac{1}{210}$      |               |
| 845 |               |               | $\frac{1}{195}$      |               |
| 847 |               |               | $\frac{1}{198}$      |               |
| 848 |               |               | $\frac{1}{208}$      |               |
| 849 |               |               | $\frac{1}{188}$      |               |
| 850 |               |               |                      |               |
| 851 |               |               | $\frac{1}{211}$      |               |
| 853 |               |               |                      |               |
| 854 |               |               | $\frac{1}{183}$      |               |
| 855 |               |               |                      |               |
| 856 |               |               | $\frac{1}{212}$      |               |
| 857 |               |               |                      |               |
| 859 |               |               |                      |               |
| 860 |               |               |                      |               |
| 861 |               |               |                      |               |
| 862 |               |               | $\frac{1}{215}$      |               |
| 863 |               |               |                      |               |
| 865 |               |               | $\frac{1}{207}$      |               |
| 866 |               |               | $\frac{1}{216}$      |               |
| 867 |               |               | $\frac{1}{187}$      |               |



# A. Schranken, Beispielgewichte

| m   | egalitär      |               | vollständig egalitär |               |
|-----|---------------|---------------|----------------------|---------------|
|     | $\zeta_{min}$ | $\zeta_{max}$ | $\zeta_{min}$        | $\zeta_{max}$ |
| 868 |               |               |                      |               |
| 869 |               |               | $\frac{1}{215}$      |               |
| 871 |               |               | $\frac{1}{216}$      |               |
| 872 |               |               | $\frac{1}{216}$      |               |
| 873 |               |               | $\frac{1}{192}$      |               |
| 874 |               |               | $\frac{1}{207}$      |               |
| 875 |               |               | $\frac{1}{200}$      |               |
| 877 |               |               |                      |               |
| 878 |               |               | $\frac{1}{219}$      |               |
| 879 |               |               | $\frac{1}{195}$      |               |
| 880 |               |               |                      |               |
| 881 |               |               |                      |               |
| 883 |               |               |                      |               |
| 884 |               |               | $\frac{1}{204}$      |               |
| 885 |               |               |                      |               |
| 886 |               |               | $\frac{1}{221}$      |               |
| 887 |               |               |                      |               |
| 889 |               |               | $\frac{1}{216}$      |               |
| 890 |               |               |                      |               |
| 891 |               |               | $\frac{1}{189}$      |               |
| 892 |               |               | $\frac{1}{222}$      |               |
| 893 |               |               | $\frac{1}{220}$      |               |
| 895 |               |               | $\frac{1}{214}$      |               |
| 896 |               |               | $\frac{1}{192}$      |               |
| 897 |               |               |                      |               |
| 898 |               |               | $\frac{1}{224}$      |               |
| 899 |               |               | $\frac{1}{224}$      |               |
| 901 |               |               | $\frac{1}{224}$      |               |
| 902 |               |               |                      |               |
| 903 |               |               |                      |               |
| 904 |               |               | $\frac{1}{224}$      |               |
| 905 |               |               | $\frac{1}{216}$      |               |
| 907 |               |               |                      |               |
| 908 |               |               | $\frac{1}{226}$      |               |
| 909 |               |               | $\frac{1}{201}$      |               |
| 910 |               |               |                      |               |

| m    | egalitär        |               | vollständig egalitär |               |
|------|-----------------|---------------|----------------------|---------------|
|      | $\zeta_{min}$   | $\zeta_{max}$ | $\zeta_{min}$        | $\zeta_{max}$ |
| 913  |                 |               | $\frac{1}{225}$      |               |
| 914  |                 |               | $\frac{1}{228}$      |               |
| 916  |                 |               | $\frac{1}{228}$      |               |
| 917  |                 |               | $\frac{1}{224}$      |               |
| 925  |                 |               | $\frac{1}{220}$      |               |
| 926  |                 |               | $\frac{1}{231}$      |               |
| 1000 |                 |               | $\frac{1}{200}$      |               |
| 1125 | $\frac{1}{250}$ |               |                      |               |
| 1155 | $\frac{3}{770}$ |               |                      |               |

# A. Schranken, Beispielgewichte

## A.1.2. $2|m$

| m   | egalitär       |               | vollständig egalitär |               |
|-----|----------------|---------------|----------------------|---------------|
|     | $\zeta_{min}$  | $\zeta_{max}$ | $\zeta_{min}$        | $\zeta_{max}$ |
| 8   | $\frac{1}{2}$  | 2             | $\frac{1}{2}$        | 2             |
| 10  | $\frac{1}{2}$  | 2             | $\frac{1}{2}$        | 2             |
| 14  | $\frac{1}{3}$  | 2             | $\frac{1}{3}$        | 2             |
| 16  | $\frac{1}{4}$  | 2             | $\frac{1}{4}$        | 2             |
| 20  | $\frac{1}{4}$  | 2             | $\frac{1}{4}$        | 2             |
| 22  | $\frac{1}{5}$  | 2             | $\frac{1}{5}$        | 2             |
| 26  | $\frac{1}{6}$  | 2             | $\frac{1}{6}$        | 2             |
| 28  | $\frac{1}{6}$  | 2             | $\frac{1}{6}$        | 2             |
| 32  | $\frac{1}{8}$  | 2             | $\frac{1}{8}$        | 2             |
| 34  | $\frac{1}{8}$  | 2             | $\frac{1}{8}$        | 2             |
| 38  | $\frac{1}{9}$  | 2             | $\frac{1}{9}$        | 2             |
| 40  | $\frac{1}{8}$  | 2             | $\frac{1}{8}$        | 2             |
| 44  | $\frac{1}{10}$ | 2             | $\frac{1}{10}$       | 2             |
| 46  | $\frac{1}{11}$ | 2             | $\frac{1}{11}$       | 2             |
| 50  | $\frac{1}{10}$ | 2             | $\frac{1}{10}$       | 2             |
| 52  | $\frac{1}{12}$ | 2             | $\frac{1}{12}$       | 2             |
| 56  | $\frac{1}{12}$ | 2             | $\frac{1}{12}$       | 2             |
| 58  | $\frac{1}{14}$ | 2             | $\frac{1}{14}$       | 2             |
| 62  | $\frac{1}{15}$ | 2             | $\frac{1}{15}$       | 2             |
| 64  | $\frac{1}{16}$ | 2             | $\frac{1}{16}$       | 2             |
| 68  | $\frac{1}{16}$ | 2             | $\frac{1}{16}$       | 2             |
| 70  | $\frac{1}{10}$ | 2             | $\frac{1}{7}$        | 2             |
| 74  | $\frac{1}{18}$ | 2             | $\frac{1}{18}$       | 2             |
| 76  | $\frac{1}{18}$ | 2             | $\frac{1}{18}$       | 2             |
| 80  | $\frac{1}{16}$ | 2             | $\frac{1}{16}$       | 2             |
| 82  | $\frac{1}{20}$ | 2             | $\frac{1}{20}$       | 2             |
| 86  | $\frac{1}{21}$ | 2             | $\frac{1}{21}$       | 2             |
| 88  | $\frac{1}{20}$ | 2             | $\frac{1}{20}$       | 2             |
| 92  | $\frac{1}{22}$ | 2             | $\frac{1}{22}$       | 2             |
| 94  | $\frac{1}{23}$ | 2             | $\frac{1}{23}$       | 2             |
| 98  | $\frac{1}{21}$ | 2             | $\frac{1}{21}$       | 2             |
| 100 | $\frac{1}{20}$ | 2             | $\frac{1}{20}$       | 2             |
| 104 | $\frac{1}{24}$ | 2             | $\frac{1}{24}$       | 2             |
| 106 | $\frac{1}{26}$ | 2             | $\frac{1}{26}$       | 2             |
| 110 | $\frac{1}{22}$ | 2             | $\frac{1}{20}$       | 2             |
| 112 | $\frac{1}{24}$ | 2             | $\frac{1}{24}$       | 2             |

| m   | egalitär       |               | vollständig egalitär |               |
|-----|----------------|---------------|----------------------|---------------|
|     | $\zeta_{min}$  | $\zeta_{max}$ | $\zeta_{min}$        | $\zeta_{max}$ |
| 116 | $\frac{1}{28}$ | 2             | $\frac{1}{28}$       | 2             |
| 118 | $\frac{1}{29}$ | 2             | $\frac{1}{29}$       | 2             |
| 122 | $\frac{1}{30}$ | 2             | $\frac{1}{30}$       | 2             |
| 124 | $\frac{1}{30}$ | 2             | $\frac{1}{30}$       | 2             |
| 128 | $\frac{1}{32}$ | 2             | $\frac{1}{32}$       | 2             |
| 130 | $\frac{1}{26}$ | 2             | $\frac{1}{24}$       | 2             |
| 134 | $\frac{1}{33}$ | 2             | $\frac{1}{33}$       | 2             |
| 136 | $\frac{1}{32}$ | 2             | $\frac{1}{32}$       | 2             |
| 140 | $\frac{1}{20}$ | 2             | $\frac{1}{14}$       | 2             |
| 142 | $\frac{1}{35}$ | 2             | $\frac{1}{35}$       | 2             |
| 146 | $\frac{1}{36}$ | 2             | $\frac{1}{36}$       | 2             |
| 148 | $\frac{1}{36}$ | 2             | $\frac{1}{36}$       | 2             |
| 152 | $\frac{1}{36}$ | 2             | $\frac{1}{36}$       | 2             |
| 154 | $\frac{1}{33}$ | 2             | $\frac{4}{129}$      | 2             |
| 158 | $\frac{1}{39}$ | 2             | $\frac{1}{39}$       | 2             |
| 160 | $\frac{1}{32}$ | 2             | $\frac{1}{32}$       | 2             |
| 164 | $\frac{1}{40}$ | 2             | $\frac{1}{40}$       | 2             |
| 166 | $\frac{1}{41}$ | 2             | $\frac{1}{41}$       | 2             |
| 170 | $\frac{1}{34}$ | 2             | $\frac{1}{32}$       | 2             |
| 172 | $\frac{1}{42}$ | 2             | $\frac{1}{42}$       | 2             |
| 176 | $\frac{1}{40}$ | 2             | $\frac{1}{40}$       | 2             |
| 178 | $\frac{1}{44}$ | 2             | $\frac{1}{44}$       | 2             |
| 182 | $\frac{1}{39}$ | 2             | $\frac{1}{38}$       | 2             |
| 184 | $\frac{1}{44}$ | 2             | $\frac{1}{44}$       | 2             |
| 188 | $\frac{1}{46}$ | 2             | $\frac{1}{46}$       | 2             |
| 190 | $\frac{1}{38}$ | 2             | $\frac{3}{110}$      | 2             |
| 194 | $\frac{1}{48}$ | 2             | $\frac{1}{48}$       | 2             |
| 196 | $\frac{1}{42}$ | 2             | $\frac{1}{42}$       | 2             |
| 200 | $\frac{1}{40}$ | 2             | $\frac{1}{40}$       | 2             |
| 202 | $\frac{1}{50}$ | 2             | $\frac{1}{50}$       | 2             |
| 206 | $\frac{1}{51}$ | 2             | $\frac{1}{51}$       | 2             |
| 208 | $\frac{1}{48}$ | 2             | $\frac{1}{48}$       | 2             |
| 212 | $\frac{1}{52}$ | 2             | $\frac{1}{52}$       | 2             |
| 214 | $\frac{1}{53}$ | 2             | $\frac{1}{53}$       | 2             |
| 218 | $\frac{1}{54}$ | 2             | $\frac{1}{54}$       | 2             |
| 220 | $\frac{1}{44}$ | 2             | $\frac{1}{40}$       | 2             |

A. Schranken, Beispielgewichte

| m   | egalitär       |               | vollständig egalitär |               |
|-----|----------------|---------------|----------------------|---------------|
|     | $\zeta_{min}$  | $\zeta_{max}$ | $\zeta_{min}$        | $\zeta_{max}$ |
| 224 | $\frac{1}{48}$ | 2             | $\frac{1}{48}$       | 2             |
| 226 | $\frac{1}{56}$ | 2             | $\frac{1}{56}$       | 2             |
| 230 | $\frac{1}{46}$ | 2             | $\frac{1}{44}$       | 2             |
| 232 | $\frac{1}{56}$ | 2             | $\frac{1}{56}$       | 2             |
| 236 | $\frac{1}{58}$ | 2             | $\frac{1}{58}$       | 2             |
| 238 | $\frac{1}{51}$ | 2             | $\frac{1}{51}$       | 2             |
| 242 | $\frac{1}{55}$ | 2             | $\frac{1}{55}$       | 2             |
| 244 | $\frac{1}{60}$ | 2             | $\frac{1}{60}$       | 2             |
| 248 | $\frac{1}{60}$ | 2             | $\frac{1}{60}$       | 2             |
| 250 | $\frac{1}{50}$ | 2             | $\frac{1}{50}$       | 2             |
| 254 | $\frac{1}{63}$ | 2             | $\frac{1}{63}$       | 2             |
| 256 | $\frac{1}{64}$ | 2             | $\frac{1}{64}$       | 2             |
| 260 | $\frac{1}{52}$ | 2             | $\frac{1}{48}$       | 2             |
| 262 | $\frac{1}{65}$ | 2             | $\frac{1}{65}$       | 2             |
| 266 | $\frac{1}{57}$ | 2             | $\frac{5}{282}$      | 2             |
| 268 | $\frac{1}{66}$ | 2             | $\frac{1}{66}$       | 2             |
| 272 | $\frac{1}{64}$ | 2             | $\frac{1}{64}$       | 2             |
| 274 | $\frac{1}{68}$ | 2             | $\frac{1}{68}$       | 2             |
| 278 | $\frac{1}{69}$ | 2             | $\frac{1}{69}$       | 2             |
| 280 | $\frac{1}{40}$ | 2             | $\frac{1}{28}$       | 2             |
| 284 | $\frac{1}{70}$ | 2             | $\frac{1}{70}$       | 2             |
| 286 | $\frac{1}{65}$ | 2             | $\frac{31}{1968}$    | 2             |
| 290 | $\frac{1}{58}$ | 2             | $\frac{1}{57}$       | 2             |
| 292 | $\frac{1}{72}$ | 2             | $\frac{1}{72}$       | 2             |
| 296 | $\frac{1}{72}$ | 2             | $\frac{1}{72}$       | 2             |
| 298 | $\frac{1}{74}$ | 2             | $\frac{1}{74}$       | 2             |
| 302 | $\frac{1}{75}$ | 2             | $\frac{1}{75}$       | 2             |
| 304 | $\frac{1}{72}$ | 2             | $\frac{1}{72}$       | 2             |
| 308 | $\frac{1}{66}$ | 2             | $\frac{2}{129}$      | 2             |
| 310 | $\frac{1}{62}$ | 2             | $\frac{1}{61}$       | 2             |
| 314 | $\frac{1}{78}$ | 2             | $\frac{1}{78}$       | 2             |
| 316 | $\frac{1}{78}$ | 2             | $\frac{1}{78}$       | 2             |
| 320 | $\frac{1}{64}$ |               | $\frac{1}{64}$       | 2             |
| 322 | $\frac{1}{69}$ | 2             | $\frac{1}{69}$       | 2             |
| 326 | $\frac{1}{81}$ | 2             | $\frac{1}{81}$       | 2             |
| 328 | $\frac{1}{80}$ | 2             | $\frac{1}{80}$       | 2             |

| m   | egalitär        |               | vollständig egalitär |               |
|-----|-----------------|---------------|----------------------|---------------|
|     | $\zeta_{min}$   | $\zeta_{max}$ | $\zeta_{min}$        | $\zeta_{max}$ |
| 332 | $\frac{1}{82}$  | 2             | $\frac{1}{82}$       | 2             |
| 334 | $\frac{1}{83}$  | 2             | $\frac{1}{83}$       | 2             |
| 338 | $\frac{1}{78}$  | 2             | $\frac{1}{78}$       | 2             |
| 340 | $\frac{1}{68}$  | 2             | $\frac{1}{64}$       | 2             |
| 344 | $\frac{1}{84}$  | 2             | $\frac{1}{84}$       | 2             |
| 346 | $\frac{1}{86}$  | 2             | $\frac{1}{86}$       | 2             |
| 350 | $\frac{1}{50}$  | 2             | $\frac{1}{35}$       | 2             |
| 352 | $\frac{1}{80}$  |               | $\frac{1}{80}$       | 2             |
| 356 | $\frac{1}{88}$  | 2             | $\frac{1}{88}$       | 2             |
| 358 | $\frac{1}{89}$  | 2             | $\frac{1}{89}$       | 2             |
| 362 | $\frac{1}{90}$  | 2             | $\frac{1}{90}$       | 2             |
| 364 | $\frac{1}{78}$  | 2             | $\frac{1}{76}$       | 2             |
| 368 | $\frac{1}{88}$  |               | $\frac{1}{88}$       | 2             |
| 370 | $\frac{1}{74}$  | 2             | $\frac{1}{72}$       | 2             |
| 374 | $\frac{1}{85}$  | 2             | $\frac{1}{85}$       | 2             |
| 376 | $\frac{1}{92}$  |               | $\frac{1}{92}$       | 2             |
| 380 | $\frac{1}{76}$  | 2             | $\frac{3}{220}$      | 2             |
| 382 |                 | 2             | $\frac{1}{95}$       | 2             |
| 386 | $\frac{1}{96}$  | 2             | $\frac{1}{96}$       | 2             |
| 388 | $\frac{1}{96}$  | 2             | $\frac{1}{96}$       | 2             |
| 392 | $\frac{1}{84}$  |               | $\frac{1}{84}$       | 2             |
| 394 | $\frac{1}{98}$  | 2             | $\frac{1}{98}$       |               |
| 398 | $\frac{1}{99}$  | 2             | $\frac{1}{99}$       | 2             |
| 400 | $\frac{1}{80}$  |               | $\frac{1}{80}$       |               |
| 404 | $\frac{1}{100}$ |               | $\frac{1}{100}$      |               |
| 406 | $\frac{1}{87}$  |               | $\frac{1}{87}$       |               |
| 410 | $\frac{1}{82}$  |               | $\frac{1}{81}$       |               |
| 412 | $\frac{1}{102}$ |               | $\frac{1}{102}$      |               |
| 416 | $\frac{1}{96}$  |               | $\frac{1}{96}$       |               |
| 418 | $\frac{1}{95}$  |               | $\frac{1}{95}$       |               |
| 422 | $\frac{1}{105}$ |               | $\frac{1}{105}$      |               |
| 424 | $\frac{1}{104}$ |               | $\frac{1}{104}$      |               |
| 428 | $\frac{1}{106}$ |               | $\frac{1}{106}$      |               |
| 430 | $\frac{1}{86}$  |               | $\frac{1}{84}$       |               |
| 434 | $\frac{1}{93}$  |               | $\frac{1}{93}$       |               |
| 436 | $\frac{1}{108}$ |               | $\frac{1}{108}$      |               |

A. Schranken, Beispielgewichte

| m   | egalitär        |               | vollständig egalitär |               |
|-----|-----------------|---------------|----------------------|---------------|
|     | $\zeta_{min}$   | $\zeta_{max}$ | $\zeta_{min}$        | $\zeta_{max}$ |
| 440 | $\frac{1}{88}$  |               | $\frac{1}{80}$       |               |
| 442 | $\frac{1}{102}$ |               | $\frac{1}{102}$      |               |
| 446 | $\frac{1}{111}$ |               | $\frac{1}{111}$      |               |
| 448 | $\frac{1}{96}$  |               | $\frac{1}{96}$       |               |
| 452 | $\frac{1}{112}$ |               | $\frac{1}{112}$      |               |
| 454 | $\frac{1}{113}$ |               | $\frac{1}{113}$      |               |
| 458 | $\frac{1}{114}$ |               | $\frac{1}{114}$      |               |
| 460 | $\frac{1}{92}$  |               | $\frac{1}{88}$       |               |
| 464 | $\frac{1}{112}$ |               | $\frac{1}{112}$      |               |
| 466 | $\frac{1}{116}$ |               | $\frac{1}{116}$      |               |
| 470 | $\frac{1}{94}$  |               | $\frac{1}{92}$       |               |
| 472 | $\frac{1}{116}$ |               | $\frac{1}{116}$      |               |
| 476 | $\frac{1}{102}$ |               | $\frac{1}{102}$      |               |
| 478 | $\frac{1}{119}$ |               | $\frac{1}{119}$      |               |
| 482 | $\frac{1}{120}$ |               | $\frac{1}{120}$      |               |
| 484 | $\frac{1}{110}$ |               | $\frac{1}{110}$      |               |
| 488 | $\frac{1}{120}$ |               | $\frac{1}{120}$      |               |
| 490 | $\frac{1}{70}$  |               | $\frac{1}{49}$       |               |
| 494 | $\frac{1}{114}$ |               | $\frac{1}{114}$      |               |
| 496 | $\frac{1}{120}$ |               | $\frac{1}{120}$      |               |
| 500 | $\frac{1}{100}$ |               | $\frac{1}{100}$      |               |
| 502 | $\frac{1}{125}$ |               | $\frac{1}{125}$      |               |
| 506 | $\frac{1}{115}$ |               | $\frac{1}{115}$      |               |
| 508 | $\frac{1}{126}$ |               | $\frac{1}{126}$      |               |
| 512 |                 |               |                      |               |
| 514 | $\frac{1}{128}$ |               | $\frac{1}{128}$      |               |
| 518 | $\frac{1}{111}$ |               | $\frac{1}{111}$      |               |
| 520 | $\frac{1}{104}$ |               | $\frac{1}{96}$       |               |
| 524 | $\frac{1}{130}$ |               | $\frac{1}{130}$      |               |
| 526 | $\frac{1}{131}$ |               | $\frac{1}{131}$      |               |
| 530 | $\frac{1}{106}$ |               | $\frac{1}{104}$      |               |
| 532 |                 |               | $\frac{5}{564}$      |               |
| 536 | $\frac{1}{132}$ |               | $\frac{1}{132}$      |               |
| 538 | $\frac{1}{134}$ |               | $\frac{1}{134}$      |               |
| 542 | $\frac{1}{135}$ |               | $\frac{1}{135}$      |               |
| 544 | $\frac{1}{128}$ |               | $\frac{1}{128}$      |               |

| m   | egalitär        |               | vollständig egalitär |               |
|-----|-----------------|---------------|----------------------|---------------|
|     | $\zeta_{min}$   | $\zeta_{max}$ | $\zeta_{min}$        | $\zeta_{max}$ |
| 548 | $\frac{1}{136}$ |               | $\frac{1}{136}$      |               |
| 550 | $\frac{1}{110}$ |               | $\frac{1}{100}$      |               |
| 554 |                 |               | $\frac{1}{138}$      |               |
| 556 | $\frac{1}{138}$ |               | $\frac{1}{138}$      |               |
| 560 |                 |               | $\frac{1}{56}$       |               |
| 562 | $\frac{1}{140}$ |               | $\frac{1}{140}$      |               |
| 566 |                 |               | $\frac{1}{141}$      |               |
| 568 | $\frac{1}{140}$ |               | $\frac{1}{140}$      |               |
| 572 | $\frac{1}{130}$ |               | $\frac{31}{3936}$    |               |
| 574 | $\frac{1}{123}$ |               | $\frac{1}{123}$      |               |
| 578 | $\frac{1}{136}$ |               | $\frac{1}{136}$      |               |
| 580 | $\frac{1}{116}$ |               | $\frac{1}{114}$      |               |
| 584 | $\frac{1}{144}$ |               | $\frac{1}{144}$      |               |
| 586 | $\frac{1}{146}$ |               | $\frac{1}{146}$      |               |
| 590 | $\frac{1}{118}$ |               | $\frac{1}{117}$      |               |
| 592 | $\frac{1}{144}$ |               | $\frac{1}{144}$      |               |
| 596 | $\frac{1}{148}$ |               | $\frac{1}{148}$      |               |
| 598 | $\frac{1}{138}$ |               | $\frac{1}{138}$      |               |
| 602 |                 |               | $\frac{1}{129}$      |               |
| 604 | $\frac{1}{150}$ |               | $\frac{1}{150}$      |               |
| 608 | $\frac{1}{144}$ |               | $\frac{1}{144}$      |               |
| 610 | $\frac{1}{122}$ |               | $\frac{1}{121}$      |               |
| 614 | $\frac{1}{153}$ |               | $\frac{1}{153}$      |               |
| 616 | $\frac{1}{132}$ |               | $\frac{1}{129}$      |               |
| 620 | $\frac{1}{124}$ |               | $\frac{1}{122}$      |               |
| 622 | $\frac{1}{155}$ |               | $\frac{1}{155}$      |               |
| 626 |                 |               | $\frac{1}{156}$      |               |
| 628 | $\frac{1}{156}$ |               | $\frac{1}{156}$      |               |
| 632 | $\frac{1}{156}$ |               | $\frac{1}{156}$      |               |
| 634 | $\frac{1}{158}$ |               | $\frac{1}{158}$      |               |
| 638 |                 |               | $\frac{1}{145}$      |               |
| 640 | $\frac{1}{128}$ |               | $\frac{1}{128}$      |               |
| 644 |                 |               | $\frac{1}{138}$      |               |
| 646 | $\frac{1}{152}$ |               | $\frac{2}{301}$      |               |
| 650 | $\frac{1}{130}$ |               | $\frac{1}{120}$      |               |
| 652 | $\frac{1}{162}$ |               | $\frac{1}{162}$      |               |

A. Schranken, Beispielgewichte

| m   | egalitär        |               | vollständig egalitär |               |
|-----|-----------------|---------------|----------------------|---------------|
|     | $\zeta_{min}$   | $\zeta_{max}$ | $\zeta_{min}$        | $\zeta_{max}$ |
| 656 | $\frac{1}{160}$ |               | $\frac{1}{160}$      |               |
| 658 |                 |               | $\frac{1}{141}$      |               |
| 662 |                 |               | $\frac{1}{165}$      |               |
| 664 | $\frac{1}{164}$ |               | $\frac{1}{164}$      |               |
| 668 | $\frac{1}{166}$ |               | $\frac{1}{166}$      |               |
| 670 | $\frac{1}{134}$ |               | $\frac{1}{132}$      |               |
| 674 |                 |               | $\frac{1}{168}$      |               |
| 676 |                 |               | $\frac{1}{156}$      |               |
| 680 | $\frac{1}{136}$ |               | $\frac{1}{128}$      |               |
| 682 |                 |               | $\frac{1}{155}$      |               |
| 686 |                 |               | $\frac{1}{147}$      |               |
| 688 | $\frac{1}{168}$ |               | $\frac{1}{168}$      |               |
| 692 | $\frac{1}{172}$ |               | $\frac{1}{172}$      |               |
| 694 |                 |               | $\frac{1}{173}$      |               |
| 698 | $\frac{1}{174}$ |               | $\frac{1}{174}$      |               |
| 700 |                 |               | $\frac{1}{70}$       |               |
| 704 | $\frac{1}{160}$ |               | $\frac{1}{160}$      |               |
| 706 | $\frac{1}{176}$ |               | $\frac{1}{176}$      |               |
| 710 | $\frac{1}{142}$ |               | $\frac{1}{141}$      |               |
| 712 | $\frac{1}{176}$ |               | $\frac{1}{176}$      |               |
| 716 | $\frac{1}{178}$ |               | $\frac{1}{178}$      |               |
| 718 |                 |               | $\frac{1}{179}$      |               |
| 722 |                 |               | $\frac{1}{171}$      |               |
| 724 | $\frac{1}{180}$ |               |                      |               |
| 728 |                 |               | $\frac{1}{152}$      |               |
| 730 |                 |               | $\frac{1}{144}$      |               |
| 734 | $\frac{1}{183}$ |               | $\frac{1}{183}$      |               |
| 736 | $\frac{1}{176}$ |               | $\frac{1}{176}$      |               |
| 740 |                 |               |                      |               |
| 742 |                 |               | $\frac{1}{159}$      |               |
| 746 | $\frac{1}{186}$ |               | $\frac{1}{186}$      |               |
| 748 |                 |               |                      |               |
| 752 |                 |               | $\frac{1}{184}$      |               |
| 754 |                 |               | $\frac{1}{174}$      |               |
| 758 |                 |               | $\frac{1}{189}$      |               |
| 760 |                 |               |                      |               |

| m   | egalitär        |               | vollständig egalitär |               |
|-----|-----------------|---------------|----------------------|---------------|
|     | $\zeta_{min}$   | $\zeta_{max}$ | $\zeta_{min}$        | $\zeta_{max}$ |
| 760 |                 |               |                      |               |
| 764 |                 |               | $\frac{1}{190}$      |               |
| 766 |                 |               | $\frac{1}{191}$      |               |
| 770 |                 |               |                      |               |
| 772 | $\frac{1}{192}$ |               | $\frac{1}{192}$      |               |
| 776 | $\frac{1}{192}$ |               | $\frac{1}{192}$      |               |
| 778 | $\frac{1}{194}$ |               | $\frac{1}{194}$      |               |
| 782 |                 |               | $\frac{1}{184}$      |               |
| 784 |                 |               | $\frac{1}{168}$      |               |
| 788 |                 |               | $\frac{1}{196}$      |               |
| 790 |                 |               |                      |               |
| 794 | $\frac{1}{198}$ |               | $\frac{1}{198}$      |               |
| 796 | $\frac{1}{198}$ |               | $\frac{1}{198}$      |               |
| 800 | $\frac{1}{160}$ |               | $\frac{1}{160}$      |               |
| 802 | $\frac{1}{200}$ |               | $\frac{1}{200}$      |               |
| 806 |                 |               |                      |               |
| 808 |                 |               | $\frac{1}{200}$      |               |
| 812 |                 |               | $\frac{1}{174}$      |               |
| 814 |                 |               | $\frac{1}{185}$      |               |
| 818 |                 |               | $\frac{1}{204}$      |               |
| 820 |                 |               |                      |               |
| 824 |                 |               | $\frac{1}{204}$      |               |
| 826 |                 |               |                      |               |
| 830 |                 |               | $\frac{1}{164}$      |               |
| 832 |                 |               | $\frac{1}{192}$      |               |
| 836 |                 |               | $\frac{1}{190}$      |               |
| 838 |                 |               | $\frac{1}{209}$      |               |
| 842 |                 |               | $\frac{1}{210}$      |               |
| 844 |                 |               | $\frac{1}{210}$      |               |
| 848 |                 |               | $\frac{1}{208}$      |               |
| 850 |                 |               |                      |               |
| 854 |                 |               | $\frac{1}{183}$      |               |
| 856 |                 |               | $\frac{1}{212}$      |               |
| 860 |                 |               |                      |               |
| 862 |                 |               | $\frac{1}{215}$      |               |
| 866 |                 |               | $\frac{1}{216}$      |               |

# A. Schranken, Beispielgewichte

## A.1.3. $3|m$

| m   | egalitär        |                   | vollständig egalitär |                   |
|-----|-----------------|-------------------|----------------------|-------------------|
|     | $\zeta_{min}$   | $\zeta_{max}$     | $\zeta_{min}$        | $\zeta_{max}$     |
| 9   | $\frac{1}{2}$   | $\frac{3}{2}$     | $\frac{1}{2}$        | $\frac{3}{2}$     |
| 15  | $\frac{3}{10}$  | $\frac{5}{3}$     | $\frac{1}{3}$        | $\frac{5}{3}$     |
| 21  | $\frac{3}{14}$  | $\frac{38}{21}$   | $\frac{1}{4}$        | $\frac{38}{21}$   |
| 27  | $\frac{1}{6}$   | $\frac{36}{19}$   | $\frac{1}{6}$        | $\frac{36}{19}$   |
| 33  | $\frac{3}{22}$  | $\frac{36}{19}$   | $\frac{1}{7}$        | $\frac{36}{19}$   |
| 39  | $\frac{3}{26}$  | $\frac{86}{45}$   | $\frac{1}{8}$        | $\frac{86}{45}$   |
| 45  | $\frac{1}{10}$  | $\frac{25}{13}$   | $\frac{1}{9}$        | $\frac{25}{13}$   |
| 51  | $\frac{3}{34}$  | $\frac{126}{65}$  | $\frac{1}{11}$       | $\frac{126}{65}$  |
| 57  | $\frac{3}{38}$  | $\frac{134}{69}$  | $\frac{1}{12}$       | $\frac{134}{69}$  |
| 63  | $\frac{1}{14}$  | $\frac{113}{58}$  | $\frac{1}{12}$       | $\frac{113}{58}$  |
| 69  | $\frac{3}{46}$  | $\frac{45}{23}$   | $\frac{1}{15}$       | $\frac{45}{23}$   |
| 75  | $\frac{3}{50}$  | $\frac{166}{85}$  | $\frac{1}{15}$       | $\frac{166}{85}$  |
| 81  | $\frac{1}{18}$  | $\frac{63}{32}$   | $\frac{1}{18}$       | $\frac{63}{32}$   |
| 87  | $\frac{3}{58}$  | $\frac{234}{119}$ | $\frac{1}{19}$       | $\frac{234}{119}$ |
| 93  | $\frac{3}{62}$  | $\frac{230}{117}$ | $\frac{1}{20}$       | $\frac{230}{117}$ |
| 99  | $\frac{1}{22}$  | $\frac{156}{79}$  | $\frac{1}{21}$       | $\frac{156}{79}$  |
| 105 | $\frac{3}{70}$  | $\frac{211}{108}$ | $\frac{1}{25}$       | $\frac{211}{108}$ |
| 111 | $\frac{3}{74}$  | $\frac{278}{141}$ | $\frac{1}{24}$       | $\frac{278}{141}$ |
| 117 | $\frac{1}{26}$  | $\frac{160}{81}$  | $\frac{1}{24}$       | $\frac{160}{81}$  |
| 123 | $\frac{3}{82}$  | $\frac{342}{173}$ | $\frac{1}{27}$       | $\frac{342}{173}$ |
| 129 | $\frac{3}{86}$  | $\frac{326}{165}$ | $\frac{1}{28}$       | $\frac{326}{165}$ |
| 135 | $\frac{1}{30}$  | $\frac{608}{307}$ | $\frac{1}{27}$       | $\frac{608}{307}$ |
| 141 | $\frac{3}{94}$  | $\frac{99}{50}$   | $\frac{1}{31}$       | $\frac{99}{50}$   |
| 147 | $\frac{3}{98}$  | $\frac{374}{189}$ | $\frac{1}{28}$       | $\frac{374}{189}$ |
| 153 | $\frac{1}{34}$  | $\frac{123}{62}$  | $\frac{1}{33}$       | $\frac{123}{62}$  |
| 159 | $\frac{3}{106}$ | $\frac{450}{227}$ | $\frac{1}{35}$       | $\frac{450}{227}$ |
| 165 | $\frac{3}{110}$ | $\frac{378}{191}$ | $\frac{1}{30}$       | $\frac{378}{191}$ |
| 171 | $\frac{1}{38}$  | $\frac{119}{60}$  | $\frac{1}{36}$       | $\frac{119}{60}$  |
| 177 | $\frac{3}{118}$ | $\frac{252}{127}$ | $\frac{1}{39}$       | $\frac{252}{127}$ |
| 183 | $\frac{3}{122}$ | $\frac{470}{237}$ | $\frac{1}{40}$       | $\frac{470}{237}$ |
| 189 | $\frac{1}{42}$  | $\frac{365}{184}$ | $\frac{1}{36}$       | $\frac{365}{184}$ |
| 195 | $\frac{3}{130}$ | $\frac{458}{231}$ | $\frac{1}{39}$       | $\frac{458}{231}$ |
| 201 | $\frac{3}{134}$ | $\frac{518}{261}$ | $\frac{1}{44}$       | $\frac{518}{261}$ |
| 207 | $\frac{1}{46}$  | $\frac{336}{169}$ | $\frac{1}{45}$       | $\frac{336}{169}$ |
| 213 | $\frac{3}{142}$ | $\frac{153}{77}$  | $\frac{1}{47}$       | $\frac{153}{77}$  |
| 219 | $\frac{3}{146}$ | $\frac{566}{285}$ | $\frac{1}{48}$       | $\frac{566}{285}$ |

| m   | egalitär        |                   | vollständig egalitär |               |
|-----|-----------------|-------------------|----------------------|---------------|
|     | $\zeta_{min}$   | $\zeta_{max}$     | $\zeta_{min}$        | $\zeta_{max}$ |
| 225 | $\frac{1}{50}$  |                   | $\frac{1}{45}$       |               |
| 231 | $\frac{3}{154}$ | $\frac{749}{377}$ | $\frac{1}{44}$       |               |
| 237 | $\frac{3}{158}$ | $\frac{614}{309}$ | $\frac{1}{52}$       |               |
| 243 | $\frac{1}{54}$  |                   | $\frac{1}{54}$       |               |
| 249 | $\frac{3}{166}$ | $\frac{360}{181}$ | $\frac{1}{55}$       |               |
| 255 | $\frac{3}{170}$ |                   | $\frac{1}{51}$       |               |
| 261 | $\frac{1}{58}$  |                   | $\frac{1}{57}$       |               |
| 267 | $\frac{3}{178}$ | $\frac{774}{389}$ | $\frac{1}{59}$       |               |
| 273 | $\frac{1}{59}$  |                   | $\frac{1}{52}$       |               |
| 279 | $\frac{1}{62}$  | $\frac{197}{99}$  | $\frac{1}{60}$       |               |
| 285 | $\frac{3}{190}$ |                   | $\frac{5}{282}$      |               |
| 291 | $\frac{3}{194}$ | $\frac{758}{381}$ | $\frac{1}{64}$       |               |
| 297 | $\frac{1}{66}$  |                   | $\frac{1}{63}$       |               |
| 303 | $\frac{3}{202}$ | $\frac{882}{443}$ | $\frac{1}{67}$       |               |
| 309 | $\frac{3}{206}$ | $\frac{806}{405}$ | $\frac{1}{68}$       |               |
| 315 | $\frac{1}{70}$  |                   | $\frac{25}{1446}$    |               |
| 321 | $\frac{3}{214}$ | $\frac{468}{235}$ | $\frac{1}{71}$       |               |
| 327 | $\frac{3}{218}$ | $\frac{854}{429}$ | $\frac{1}{72}$       |               |
| 333 | $\frac{1}{74}$  |                   | $\frac{1}{72}$       |               |
| 339 | $\frac{3}{226}$ |                   | $\frac{1}{75}$       |               |
| 345 | $\frac{3}{230}$ |                   | $\frac{1}{69}$       |               |
| 351 | $\frac{1}{78}$  |                   | $\frac{1}{72}$       |               |
| 357 | $\frac{3}{238}$ |                   | $\frac{1}{68}$       |               |
| 363 | $\frac{3}{242}$ |                   | $\frac{1}{77}$       |               |
| 369 | $\frac{1}{82}$  |                   | $\frac{1}{81}$       |               |
| 375 | $\frac{3}{250}$ |                   | $\frac{1}{75}$       |               |
| 381 | $\frac{3}{254}$ |                   | $\frac{1}{84}$       |               |
| 387 | $\frac{1}{86}$  |                   | $\frac{1}{84}$       |               |
| 393 | $\frac{3}{262}$ |                   | $\frac{1}{87}$       |               |
| 399 | $\frac{3}{266}$ |                   | $\frac{1}{76}$       |               |
| 405 | $\frac{1}{90}$  |                   | $\frac{1}{81}$       |               |
| 411 | $\frac{3}{274}$ |                   | $\frac{1}{91}$       |               |
| 417 | $\frac{3}{278}$ |                   | $\frac{1}{92}$       |               |
| 423 | $\frac{1}{94}$  |                   | $\frac{1}{93}$       |               |
| 429 | $\frac{3}{286}$ |                   | $\frac{1}{88}$       |               |
| 435 | $\frac{3}{290}$ |                   | $\frac{1}{87}$       |               |

A. Schranken, Beispielgewichte

| m   | egalitär        |               | vollständig egalitär |               |
|-----|-----------------|---------------|----------------------|---------------|
|     | $\zeta_{min}$   | $\zeta_{max}$ | $\zeta_{min}$        | $\zeta_{max}$ |
| 663 | $\frac{3}{442}$ |               | $\frac{1}{136}$      |               |
| 669 | $\frac{3}{446}$ |               | $\frac{1}{148}$      |               |
| 675 | $\frac{1}{150}$ |               | $\frac{1}{135}$      |               |
| 681 | $\frac{3}{454}$ |               | $\frac{1}{151}$      |               |
| 687 | $\frac{3}{458}$ |               | $\frac{1}{152}$      |               |
| 693 | $\frac{1}{154}$ |               | $\frac{1}{132}$      |               |
| 699 | $\frac{3}{466}$ |               | $\frac{1}{155}$      |               |
| 705 | $\frac{3}{470}$ |               | $\frac{1}{141}$      |               |
| 711 | $\frac{1}{158}$ |               | $\frac{1}{156}$      |               |
| 717 | $\frac{3}{478}$ |               | $\frac{1}{159}$      |               |
| 723 | $\frac{3}{482}$ |               | $\frac{1}{160}$      |               |
| 729 |                 |               |                      |               |
| 735 | $\frac{3}{490}$ |               |                      |               |
| 741 | $\frac{3}{494}$ |               |                      |               |
| 747 | $\frac{1}{166}$ |               | $\frac{1}{165}$      |               |
| 753 | $\frac{3}{502}$ |               | $\frac{1}{167}$      |               |
| 759 | $\frac{3}{506}$ |               |                      |               |
| 765 | $\frac{1}{170}$ |               | $\frac{1}{153}$      |               |
| 771 | $\frac{3}{514}$ |               | $\frac{1}{171}$      |               |
| 777 | $\frac{3}{518}$ |               |                      |               |
| 783 | $\frac{1}{174}$ |               | $\frac{1}{171}$      |               |
| 789 | $\frac{3}{526}$ |               | $\frac{1}{175}$      |               |
| 795 | $\frac{3}{530}$ |               |                      |               |
| 801 | $\frac{1}{178}$ |               | $\frac{1}{177}$      |               |
| 807 |                 |               |                      |               |
| 813 | $\frac{3}{542}$ |               | $\frac{1}{180}$      |               |
| 819 | $\frac{1}{177}$ |               |                      |               |
| 825 |                 |               |                      |               |
| 831 |                 |               | $\frac{1}{184}$      |               |
| 837 |                 |               | $\frac{1}{180}$      |               |
| 843 |                 |               | $\frac{1}{187}$      |               |
| 849 |                 |               | $\frac{1}{188}$      |               |
| 855 |                 |               |                      |               |
| 861 |                 |               |                      |               |
| 867 |                 |               | $\frac{1}{187}$      |               |
| 873 |                 |               | $\frac{1}{192}$      |               |

| m   | egalitär        |               | vollständig egalitär |               |
|-----|-----------------|---------------|----------------------|---------------|
|     | $\zeta_{min}$   | $\zeta_{max}$ | $\zeta_{min}$        | $\zeta_{max}$ |
| 663 | $\frac{3}{442}$ |               | $\frac{1}{136}$      |               |
| 669 | $\frac{3}{446}$ |               | $\frac{1}{148}$      |               |
| 675 | $\frac{1}{150}$ |               | $\frac{1}{135}$      |               |
| 681 | $\frac{3}{454}$ |               | $\frac{1}{151}$      |               |
| 687 | $\frac{3}{458}$ |               | $\frac{1}{152}$      |               |
| 693 | $\frac{1}{154}$ |               | $\frac{1}{132}$      |               |
| 699 | $\frac{3}{466}$ |               | $\frac{1}{155}$      |               |
| 705 | $\frac{3}{470}$ |               | $\frac{1}{141}$      |               |
| 711 | $\frac{1}{158}$ |               | $\frac{1}{156}$      |               |
| 717 | $\frac{3}{478}$ |               | $\frac{1}{159}$      |               |
| 723 | $\frac{3}{482}$ |               | $\frac{1}{160}$      |               |
| 729 |                 |               |                      |               |
| 735 | $\frac{3}{490}$ |               |                      |               |
| 741 | $\frac{3}{494}$ |               |                      |               |
| 747 | $\frac{1}{166}$ |               | $\frac{1}{165}$      |               |
| 753 | $\frac{3}{502}$ |               | $\frac{1}{167}$      |               |
| 759 | $\frac{3}{506}$ |               |                      |               |
| 765 | $\frac{1}{170}$ |               | $\frac{1}{153}$      |               |
| 771 | $\frac{3}{514}$ |               | $\frac{1}{171}$      |               |
| 777 | $\frac{3}{518}$ |               |                      |               |
| 783 | $\frac{1}{174}$ |               | $\frac{1}{171}$      |               |
| 789 | $\frac{3}{526}$ |               | $\frac{1}{175}$      |               |
| 795 | $\frac{3}{530}$ |               |                      |               |
| 801 | $\frac{1}{178}$ |               | $\frac{1}{177}$      |               |
| 807 |                 |               |                      |               |
| 813 | $\frac{3}{542}$ |               | $\frac{1}{180}$      |               |
| 819 | $\frac{1}{177}$ |               |                      |               |
| 825 |                 |               |                      |               |
| 831 |                 |               | $\frac{1}{184}$      |               |
| 837 |                 |               | $\frac{1}{180}$      |               |
| 843 |                 |               | $\frac{1}{187}$      |               |
| 849 |                 |               | $\frac{1}{188}$      |               |
| 855 |                 |               |                      |               |
| 861 |                 |               |                      |               |
| 867 |                 |               | $\frac{1}{187}$      |               |
| 873 |                 |               | $\frac{1}{192}$      |               |

# A. Schranken, Beispielgewichte

## A.1.4. $5|m$

| m   | egalitär        |                   | vollständig egalitär |                  |
|-----|-----------------|-------------------|----------------------|------------------|
|     | $\zeta_{min}$   | $\zeta_{max}$     | $\zeta_{min}$        | $\zeta_{max}$    |
| 5   | $\frac{5}{6}$   | $\frac{5}{3}$     | $\frac{5}{6}$        | $\frac{5}{3}$    |
| 10  | $\frac{1}{2}$   | 2                 | $\frac{1}{2}$        | 2                |
| 15  | $\frac{3}{10}$  | $\frac{5}{3}$     | $\frac{1}{3}$        | $\frac{3}{2}$    |
| 20  | $\frac{1}{4}$   | 2                 | $\frac{1}{4}$        | 2                |
| 25  | $\frac{1}{6}$   | $\frac{25}{13}$   | $\frac{1}{6}$        | $\frac{25}{13}$  |
| 35  | $\frac{5}{42}$  | $\frac{23}{12}$   | $\frac{1}{8}$        | $\frac{19}{10}$  |
| 40  | $\frac{1}{8}$   | 2                 | $\frac{1}{8}$        | 2                |
| 45  | $\frac{1}{10}$  | $\frac{25}{13}$   | $\frac{1}{9}$        | $\frac{3}{2}$    |
| 50  | $\frac{1}{10}$  | 2                 | $\frac{1}{10}$       | 2                |
| 55  | $\frac{5}{66}$  | $\frac{218}{111}$ | $\frac{1}{12}$       | $\frac{49}{25}$  |
| 65  | $\frac{5}{78}$  | $\frac{65}{33}$   | $\frac{1}{15}$       | $\frac{65}{33}$  |
| 70  | $\frac{1}{10}$  | 2                 | $\frac{1}{7}$        | 2                |
| 75  | $\frac{3}{50}$  | $\frac{166}{85}$  | $\frac{1}{15}$       | $\frac{3}{2}$    |
| 80  | $\frac{1}{16}$  | 2                 | $\frac{1}{16}$       | 2                |
| 85  | $\frac{5}{102}$ | $\frac{85}{43}$   | $\frac{1}{20}$       | $\frac{85}{43}$  |
| 95  | $\frac{5}{114}$ | $\frac{95}{48}$   | $\frac{1}{22}$       | $\frac{95}{48}$  |
| 100 | $\frac{1}{20}$  | 2                 | $\frac{1}{20}$       | 2                |
| 105 | $\frac{3}{70}$  | $\frac{211}{108}$ | $\frac{25}{482}$     | $\frac{3}{2}$    |
| 110 | $\frac{1}{22}$  | 2                 | $\frac{1}{20}$       | 2                |
| 115 | $\frac{5}{138}$ | $\frac{115}{58}$  | $\frac{1}{27}$       | $\frac{115}{58}$ |
| 125 | $\frac{1}{30}$  | $\frac{125}{63}$  | $\frac{1}{30}$       | $\frac{125}{63}$ |
| 130 | $\frac{1}{26}$  | 2                 | $\frac{1}{24}$       | 2                |
| 135 | $\frac{1}{30}$  | $\frac{608}{307}$ | $\frac{1}{27}$       | $\frac{3}{2}$    |
| 140 | $\frac{1}{20}$  | 2                 | $\frac{1}{14}$       | 2                |
| 145 | $\frac{5}{174}$ | $\frac{145}{73}$  | $\frac{1}{34}$       | $\frac{145}{73}$ |
| 155 | $\frac{5}{186}$ | $\frac{155}{78}$  | $\frac{1}{36}$       | $\frac{155}{78}$ |
| 160 | $\frac{1}{32}$  | 2                 | $\frac{1}{32}$       | 2                |
| 165 | $\frac{3}{110}$ | $\frac{378}{191}$ | $\frac{1}{30}$       | $\frac{3}{2}$    |
| 170 | $\frac{1}{34}$  | 2                 | $\frac{1}{32}$       | 2                |
| 175 | $\frac{1}{42}$  | $\frac{163}{82}$  | $\frac{1}{40}$       | $\frac{139}{70}$ |
| 185 | $\frac{5}{222}$ | $\frac{185}{93}$  | $\frac{1}{44}$       | $\frac{185}{93}$ |
| 190 | $\frac{1}{38}$  | 2                 | $\frac{3}{110}$      | 2                |
| 195 | $\frac{3}{130}$ | $\frac{458}{231}$ | $\frac{1}{39}$       |                  |
| 200 | $\frac{1}{40}$  | 2                 | $\frac{1}{40}$       | 2                |
| 205 | $\frac{5}{246}$ | $\frac{205}{103}$ | $\frac{1}{48}$       |                  |
| 215 | $\frac{5}{258}$ | $\frac{215}{108}$ | $\frac{1}{51}$       |                  |

| m   | egalitär        |                   | vollständig egalitär |                   |
|-----|-----------------|-------------------|----------------------|-------------------|
|     | $\zeta_{min}$   | $\zeta_{max}$     | $\zeta_{min}$        | $\zeta_{max}$     |
| 220 | $\frac{1}{44}$  | 2                 | $\frac{1}{40}$       | 2                 |
| 225 | $\frac{1}{50}$  |                   | $\frac{1}{45}$       |                   |
| 230 | $\frac{1}{46}$  | 2                 | $\frac{1}{44}$       | 2                 |
| 235 | $\frac{5}{282}$ |                   | $\frac{1}{56}$       | $\frac{235}{118}$ |
| 245 | $\frac{5}{294}$ | $\frac{233}{117}$ | $\frac{1}{56}$       |                   |
| 250 | $\frac{1}{50}$  | 2                 | $\frac{1}{50}$       | 2                 |
| 255 | $\frac{3}{170}$ |                   | $\frac{1}{51}$       |                   |
| 260 | $\frac{1}{52}$  | 2                 | $\frac{1}{48}$       | 2                 |
| 265 | $\frac{5}{318}$ |                   | $\frac{1}{63}$       |                   |
| 275 | $\frac{1}{66}$  |                   | $\frac{1}{60}$       |                   |
| 280 | $\frac{1}{40}$  | 2                 | $\frac{1}{28}$       | 2                 |
| 285 | $\frac{3}{190}$ |                   | $\frac{5}{282}$      |                   |
| 290 | $\frac{1}{58}$  | 2                 | $\frac{1}{57}$       | 2                 |
| 295 | $\frac{5}{354}$ | $\frac{295}{148}$ | $\frac{1}{70}$       |                   |
| 305 | $\frac{5}{366}$ |                   | $\frac{1}{72}$       |                   |
| 310 | $\frac{1}{62}$  | 2                 | $\frac{1}{61}$       | 2                 |
| 315 | $\frac{1}{70}$  |                   | $\frac{25}{1446}$    |                   |
| 320 | $\frac{1}{64}$  |                   | $\frac{1}{64}$       | 2                 |
| 325 | $\frac{1}{78}$  |                   | $\frac{1}{75}$       |                   |
| 335 | $\frac{5}{402}$ |                   | $\frac{1}{80}$       |                   |
| 340 | $\frac{1}{68}$  | 2                 | $\frac{1}{64}$       | 2                 |
| 345 | $\frac{3}{230}$ |                   | $\frac{1}{69}$       |                   |
| 350 | $\frac{1}{50}$  | 2                 | $\frac{1}{35}$       | 2                 |
| 355 | $\frac{5}{426}$ |                   | $\frac{1}{84}$       |                   |
| 365 | $\frac{5}{438}$ |                   | $\frac{1}{87}$       |                   |
| 370 | $\frac{1}{74}$  | 2                 | $\frac{1}{72}$       | 2                 |
| 375 | $\frac{3}{250}$ |                   | $\frac{1}{75}$       |                   |
| 380 | $\frac{1}{76}$  | 2                 | $\frac{3}{220}$      | 2                 |
| 385 | $\frac{5}{462}$ |                   | $\frac{1}{84}$       |                   |
| 395 | $\frac{5}{474}$ |                   | $\frac{1}{94}$       |                   |
| 400 | $\frac{1}{80}$  |                   | $\frac{1}{80}$       |                   |
| 405 | $\frac{1}{90}$  |                   | $\frac{1}{81}$       |                   |
| 410 | $\frac{1}{82}$  |                   | $\frac{1}{81}$       |                   |
| 415 | $\frac{5}{498}$ |                   | $\frac{1}{99}$       |                   |
| 425 | $\frac{1}{102}$ |                   | $\frac{1}{100}$      |                   |
| 430 | $\frac{1}{86}$  |                   | $\frac{1}{84}$       |                   |



A. Schranken, Beispielgewichte

| m   | egalitär        |               | vollständig egalitär |               |
|-----|-----------------|---------------|----------------------|---------------|
|     | $\zeta_{min}$   | $\zeta_{max}$ | $\zeta_{min}$        | $\zeta_{max}$ |
| 435 | $\frac{3}{290}$ |               | $\frac{1}{87}$       |               |
| 440 | $\frac{1}{88}$  |               | $\frac{1}{80}$       |               |
| 445 | $\frac{5}{534}$ |               | $\frac{1}{106}$      |               |
| 455 | $\frac{5}{546}$ |               | $\frac{5}{508}$      |               |
| 460 | $\frac{1}{92}$  |               | $\frac{1}{88}$       |               |
| 465 | $\frac{3}{310}$ |               | $\frac{1}{93}$       |               |
| 470 | $\frac{1}{94}$  |               | $\frac{1}{92}$       |               |
| 475 | $\frac{1}{114}$ |               | $\frac{1}{110}$      |               |
| 485 | $\frac{5}{582}$ |               | $\frac{1}{116}$      |               |
| 490 | $\frac{1}{70}$  |               | $\frac{1}{49}$       |               |
| 495 | $\frac{1}{110}$ |               | $\frac{1}{90}$       |               |
| 500 | $\frac{1}{100}$ |               | $\frac{1}{100}$      |               |
| 505 | $\frac{5}{606}$ |               | $\frac{1}{120}$      |               |
| 515 | $\frac{5}{618}$ |               | $\frac{1}{123}$      |               |
| 520 | $\frac{1}{104}$ |               | $\frac{1}{96}$       |               |
| 525 | $\frac{3}{350}$ |               | $\frac{5}{482}$      |               |
| 530 | $\frac{1}{106}$ |               | $\frac{1}{104}$      |               |
| 535 | $\frac{5}{642}$ |               | $\frac{1}{128}$      |               |
| 545 | $\frac{5}{654}$ |               | $\frac{1}{130}$      |               |
| 550 | $\frac{1}{110}$ |               | $\frac{1}{100}$      |               |
| 555 | $\frac{3}{370}$ |               | $\frac{1}{111}$      |               |
| 560 |                 |               | $\frac{1}{56}$       |               |
| 565 | $\frac{5}{678}$ |               | $\frac{1}{135}$      |               |
| 575 | $\frac{1}{138}$ |               | $\frac{1}{135}$      |               |
| 580 | $\frac{1}{116}$ |               | $\frac{1}{114}$      |               |
| 585 | $\frac{1}{130}$ |               | $\frac{1}{117}$      |               |
| 590 | $\frac{1}{118}$ |               | $\frac{1}{117}$      |               |
| 595 | $\frac{5}{714}$ |               | $\frac{1}{136}$      |               |
| 605 | $\frac{5}{726}$ |               | $\frac{1}{132}$      |               |
| 610 | $\frac{1}{122}$ |               | $\frac{1}{121}$      |               |
| 615 | $\frac{3}{410}$ |               | $\frac{1}{123}$      |               |
| 620 | $\frac{1}{124}$ |               | $\frac{1}{122}$      |               |
| 625 |                 |               |                      |               |
| 635 | $\frac{5}{762}$ |               | $\frac{1}{152}$      |               |
| 640 | $\frac{1}{128}$ |               | $\frac{1}{128}$      |               |
| 645 | $\frac{3}{430}$ |               | $\frac{1}{129}$      |               |

| m   | egalitär        |               | vollständig egalitär |               |
|-----|-----------------|---------------|----------------------|---------------|
|     | $\zeta_{min}$   | $\zeta_{max}$ | $\zeta_{min}$        | $\zeta_{max}$ |
| 650 | $\frac{1}{130}$ |               | $\frac{1}{120}$      |               |
| 655 | $\frac{5}{786}$ |               | $\frac{1}{156}$      |               |
| 665 | $\frac{5}{798}$ |               | $\frac{1}{152}$      |               |
| 670 | $\frac{1}{134}$ |               | $\frac{1}{132}$      |               |
| 675 | $\frac{1}{150}$ |               | $\frac{1}{135}$      |               |
| 680 | $\frac{1}{136}$ |               | $\frac{1}{128}$      |               |
| 685 | $\frac{5}{822}$ |               | $\frac{1}{164}$      |               |
| 695 | $\frac{5}{834}$ |               | $\frac{1}{166}$      |               |
| 700 |                 |               | $\frac{1}{70}$       |               |
| 705 | $\frac{3}{470}$ |               | $\frac{1}{141}$      |               |
| 710 | $\frac{1}{142}$ |               | $\frac{1}{141}$      |               |
| 715 | $\frac{5}{858}$ |               | $\frac{1}{156}$      |               |
| 725 | $\frac{1}{174}$ |               | $\frac{1}{170}$      |               |
| 730 |                 |               | $\frac{1}{144}$      |               |
| 735 | $\frac{3}{490}$ |               |                      |               |
| 740 |                 |               |                      |               |
| 745 | $\frac{5}{894}$ |               | $\frac{1}{178}$      |               |
| 755 | $\frac{5}{906}$ |               | $\frac{1}{180}$      |               |
| 760 |                 |               |                      |               |
| 765 | $\frac{1}{170}$ |               | $\frac{1}{153}$      |               |
| 770 |                 |               |                      |               |
| 775 | $\frac{1}{186}$ |               | $\frac{1}{180}$      |               |
| 785 | $\frac{5}{942}$ |               | $\frac{1}{188}$      |               |
| 790 |                 |               |                      |               |
| 795 | $\frac{3}{530}$ |               |                      |               |
| 800 | $\frac{1}{160}$ |               | $\frac{1}{160}$      |               |
| 805 | $\frac{5}{966}$ |               | $\frac{1}{184}$      |               |
| 815 |                 |               | $\frac{1}{195}$      |               |
| 820 |                 |               |                      |               |
| 825 |                 |               |                      |               |
| 830 |                 |               | $\frac{1}{164}$      |               |
| 835 |                 |               | $\frac{1}{200}$      |               |
| 845 |                 |               | $\frac{1}{195}$      |               |
| 850 |                 |               |                      |               |
| 855 |                 |               |                      |               |
| 860 |                 |               |                      |               |

# A. Schranken, Beispielgewichte

## A.1.5. $7|m$

| m   | egalitär        |                   | vollständig egalitär |                  |
|-----|-----------------|-------------------|----------------------|------------------|
|     | $\zeta_{min}$   | $\zeta_{max}$     | $\zeta_{min}$        | $\zeta_{max}$    |
| 7   | $\frac{7}{12}$  | $\frac{7}{4}$     | $\frac{7}{12}$       | $\frac{7}{4}$    |
| 14  | $\frac{1}{3}$   | 2                 | $\frac{1}{3}$        | 2                |
| 21  | $\frac{3}{14}$  | $\frac{38}{21}$   | $\frac{1}{4}$        | $\frac{3}{2}$    |
| 28  | $\frac{1}{6}$   | 2                 | $\frac{1}{6}$        | 2                |
| 35  | $\frac{5}{42}$  | $\frac{23}{12}$   | $\frac{1}{8}$        | $\frac{19}{10}$  |
| 49  | $\frac{1}{12}$  | $\frac{49}{25}$   | $\frac{1}{12}$       | $\frac{49}{25}$  |
| 56  | $\frac{1}{12}$  | 2                 | $\frac{1}{12}$       | 2                |
| 63  | $\frac{1}{14}$  | $\frac{113}{58}$  | $\frac{1}{12}$       | $\frac{3}{2}$    |
| 70  | $\frac{1}{10}$  | 2                 | $\frac{1}{7}$        | 2                |
| 77  | $\frac{7}{132}$ | $\frac{77}{39}$   | $\frac{1}{18}$       | $\frac{77}{39}$  |
| 91  | $\frac{7}{156}$ | $\frac{91}{46}$   | $\frac{1}{21}$       | $\frac{91}{46}$  |
| 98  | $\frac{1}{21}$  | 2                 | $\frac{1}{21}$       | 2                |
| 105 | $\frac{3}{70}$  | $\frac{211}{108}$ | $\frac{25}{482}$     | $\frac{3}{2}$    |
| 112 | $\frac{1}{24}$  | 2                 | $\frac{1}{24}$       | 2                |
| 119 | $\frac{7}{204}$ | $\frac{119}{60}$  | $\frac{1}{28}$       | $\frac{119}{60}$ |
| 133 | $\frac{7}{228}$ | $\frac{133}{67}$  | $\frac{1}{32}$       | $\frac{133}{67}$ |
| 140 | $\frac{1}{20}$  | 2                 | $\frac{1}{14}$       | 2                |
| 147 | $\frac{3}{98}$  | $\frac{374}{189}$ | $\frac{1}{28}$       | $\frac{3}{2}$    |
| 154 | $\frac{1}{33}$  | 2                 | $\frac{4}{129}$      | 2                |
| 161 | $\frac{7}{276}$ | $\frac{161}{81}$  | $\frac{1}{39}$       | $\frac{161}{81}$ |
| 175 | $\frac{1}{42}$  | $\frac{163}{82}$  | $\frac{1}{40}$       | $\frac{139}{70}$ |
| 182 | $\frac{1}{39}$  | 2                 | $\frac{1}{38}$       | 2                |
| 189 | $\frac{1}{42}$  | $\frac{365}{184}$ | $\frac{1}{36}$       | $\frac{3}{2}$    |
| 196 | $\frac{1}{42}$  | 2                 | $\frac{1}{42}$       | 2                |
| 203 | $\frac{7}{348}$ | $\frac{203}{102}$ | $\frac{1}{48}$       |                  |
| 217 | $\frac{7}{372}$ | $\frac{217}{109}$ | $\frac{1}{52}$       |                  |
| 224 | $\frac{1}{48}$  | 2                 | $\frac{1}{48}$       | 2                |
| 231 | $\frac{3}{154}$ | $\frac{749}{377}$ | $\frac{1}{44}$       |                  |
| 238 | $\frac{1}{51}$  | 2                 | $\frac{1}{51}$       | 2                |
| 245 | $\frac{5}{294}$ | $\frac{233}{117}$ | $\frac{1}{56}$       |                  |
| 259 | $\frac{7}{444}$ | $\frac{259}{130}$ | $\frac{1}{63}$       |                  |
| 266 | $\frac{1}{57}$  | 2                 | $\frac{5}{282}$      | 2                |
| 273 | $\frac{1}{59}$  |                   | $\frac{1}{52}$       |                  |
| 280 | $\frac{1}{40}$  | 2                 | $\frac{1}{28}$       | 2                |
| 287 | $\frac{7}{492}$ |                   | $\frac{1}{69}$       |                  |
| 301 | $\frac{7}{516}$ |                   | $\frac{1}{72}$       |                  |

| m   | egalitär        |               | vollständig egalitär |               |
|-----|-----------------|---------------|----------------------|---------------|
|     | $\zeta_{min}$   | $\zeta_{max}$ | $\zeta_{min}$        | $\zeta_{max}$ |
| 308 | $\frac{1}{66}$  | 2             | $\frac{2}{129}$      | 2             |
| 315 | $\frac{1}{70}$  |               | $\frac{25}{1446}$    |               |
| 322 | $\frac{1}{69}$  | 2             | $\frac{1}{69}$       | 2             |
| 329 | $\frac{7}{564}$ |               | $\frac{1}{80}$       |               |
| 343 | $\frac{1}{84}$  |               | $\frac{1}{84}$       |               |
| 350 | $\frac{1}{50}$  | 2             | $\frac{1}{35}$       | 2             |
| 357 | $\frac{3}{238}$ |               | $\frac{1}{68}$       |               |
| 364 | $\frac{1}{78}$  | 2             | $\frac{1}{76}$       | 2             |
| 371 | $\frac{7}{636}$ |               | $\frac{1}{90}$       |               |
| 385 | $\frac{5}{462}$ |               | $\frac{1}{84}$       |               |
| 392 | $\frac{1}{84}$  |               | $\frac{1}{84}$       | 2             |
| 399 | $\frac{3}{266}$ |               | $\frac{1}{76}$       |               |
| 406 | $\frac{1}{87}$  |               | $\frac{1}{87}$       |               |
| 413 | $\frac{7}{708}$ |               | $\frac{1}{100}$      |               |
| 427 | $\frac{7}{732}$ |               | $\frac{1}{104}$      |               |
| 434 | $\frac{1}{93}$  |               | $\frac{1}{93}$       |               |
| 441 | $\frac{1}{98}$  |               | $\frac{1}{84}$       |               |
| 448 | $\frac{1}{96}$  |               | $\frac{1}{96}$       |               |
| 455 | $\frac{5}{546}$ |               | $\frac{5}{508}$      |               |
| 469 | $\frac{7}{804}$ |               | $\frac{1}{114}$      |               |
| 476 | $\frac{1}{102}$ |               | $\frac{1}{102}$      |               |
| 483 | $\frac{3}{322}$ |               | $\frac{1}{92}$       |               |
| 490 | $\frac{1}{70}$  |               | $\frac{1}{49}$       |               |
| 497 | $\frac{7}{852}$ |               | $\frac{1}{120}$      |               |
| 511 | $\frac{7}{876}$ |               | $\frac{1}{124}$      |               |
| 518 | $\frac{1}{111}$ |               | $\frac{1}{111}$      |               |
| 525 | $\frac{3}{350}$ |               | $\frac{5}{482}$      |               |
| 532 |                 |               | $\frac{5}{564}$      |               |
| 539 | $\frac{1}{132}$ |               | $\frac{1}{126}$      |               |
| 553 | $\frac{7}{948}$ |               | $\frac{1}{135}$      |               |
| 560 |                 |               | $\frac{1}{56}$       |               |
| 567 | $\frac{1}{126}$ |               | $\frac{1}{108}$      |               |
| 574 | $\frac{1}{123}$ |               | $\frac{1}{123}$      |               |
| 581 | $\frac{7}{996}$ |               | $\frac{1}{141}$      |               |
| 595 | $\frac{5}{714}$ |               | $\frac{1}{136}$      |               |
| 602 |                 |               | $\frac{1}{129}$      |               |

A. Schranken, Beispielgewichte

| m   | egalitär         |               | vollständig egalitär |               |
|-----|------------------|---------------|----------------------|---------------|
|     | $\zeta_{min}$    | $\zeta_{max}$ | $\zeta_{min}$        | $\zeta_{max}$ |
| 609 | $\frac{3}{406}$  |               | $\frac{1}{116}$      |               |
| 616 | $\frac{1}{132}$  |               | $\frac{1}{129}$      |               |
| 623 | $\frac{7}{1068}$ |               | $\frac{1}{152}$      |               |
| 637 | $\frac{1}{156}$  |               | $\frac{1}{147}$      |               |
| 644 |                  |               | $\frac{1}{138}$      |               |
| 651 | $\frac{3}{434}$  |               | $\frac{1}{124}$      |               |
| 658 |                  |               | $\frac{1}{141}$      |               |
| 665 | $\frac{5}{798}$  |               | $\frac{1}{152}$      |               |
| 679 | $\frac{7}{1164}$ |               | $\frac{1}{165}$      |               |
| 686 |                  |               | $\frac{1}{147}$      |               |
| 693 | $\frac{1}{154}$  |               | $\frac{1}{132}$      |               |
| 700 |                  |               | $\frac{1}{70}$       |               |
| 707 | $\frac{7}{1212}$ |               | $\frac{1}{172}$      |               |
| 721 | $\frac{7}{1236}$ |               | $\frac{1}{176}$      |               |
| 728 |                  |               | $\frac{1}{152}$      |               |
| 735 | $\frac{3}{490}$  |               |                      |               |
| 742 |                  |               | $\frac{1}{159}$      |               |
| 749 | $\frac{7}{1284}$ |               | $\frac{1}{183}$      |               |
| 763 | $\frac{7}{1308}$ |               | $\frac{1}{186}$      |               |
| 770 |                  |               |                      |               |
| 777 | $\frac{3}{518}$  |               |                      |               |
| 784 |                  |               | $\frac{1}{168}$      |               |
| 791 | $\frac{7}{1356}$ |               | $\frac{1}{192}$      |               |
| 805 | $\frac{5}{966}$  |               | $\frac{1}{184}$      |               |
| 812 |                  |               | $\frac{1}{174}$      |               |
| 819 | $\frac{1}{177}$  |               |                      |               |
| 826 |                  |               |                      |               |
| 833 |                  |               | $\frac{1}{196}$      |               |
| 847 |                  |               | $\frac{1}{198}$      |               |
| 854 |                  |               | $\frac{1}{183}$      |               |
| 861 |                  |               |                      |               |
| 868 |                  |               |                      |               |
| 875 |                  |               | $\frac{1}{200}$      |               |
| 889 |                  |               | $\frac{1}{216}$      |               |
| 896 |                  |               | $\frac{1}{192}$      |               |
| 903 |                  |               |                      |               |

| m    | egalitär        |               | vollständig egalitär |               |
|------|-----------------|---------------|----------------------|---------------|
|      | $\zeta_{min}$   | $\zeta_{max}$ | $\zeta_{min}$        | $\zeta_{max}$ |
| 910  |                 |               |                      |               |
| 917  |                 |               | $\frac{1}{224}$      |               |
| 931  |                 |               |                      |               |
| 938  |                 |               |                      |               |
| 945  |                 |               |                      |               |
| 952  |                 |               |                      |               |
| 959  |                 |               |                      |               |
| 973  |                 |               |                      |               |
| 980  |                 |               |                      |               |
| 987  |                 |               |                      |               |
| 994  |                 |               |                      |               |
| 1001 |                 |               |                      |               |
| 1015 |                 |               |                      |               |
| 1022 |                 |               |                      |               |
| 1029 |                 |               |                      |               |
| 1036 |                 |               |                      |               |
| 1043 |                 |               |                      |               |
| 1057 |                 |               |                      |               |
| 1064 |                 |               |                      |               |
| 1071 |                 |               |                      |               |
| 1078 |                 |               |                      |               |
| 1085 |                 |               |                      |               |
| 1099 |                 |               |                      |               |
| 1106 |                 |               |                      |               |
| 1113 |                 |               |                      |               |
| 1120 |                 |               |                      |               |
| 1127 |                 |               |                      |               |
| 1141 |                 |               |                      |               |
| 1148 |                 |               |                      |               |
| 1155 | $\frac{3}{770}$ |               |                      |               |
| 1162 |                 |               |                      |               |
| 1169 |                 |               |                      |               |
| 1183 |                 |               |                      |               |
| 1190 |                 |               |                      |               |
| 1197 |                 |               |                      |               |
| 1204 |                 |               |                      |               |

# A. Schranken, Beispielgewichte

## A.1.6. $11|m$

| m   | egalitär          |                   | vollständig egalitär |                  |
|-----|-------------------|-------------------|----------------------|------------------|
|     | $\zeta_{min}$     | $\zeta_{max}$     | $\zeta_{min}$        | $\zeta_{max}$    |
| 11  | $\frac{11}{30}$   | $\frac{11}{6}$    | $\frac{11}{30}$      | $\frac{11}{6}$   |
| 22  | $\frac{1}{5}$     | 2                 | $\frac{1}{5}$        | 2                |
| 33  | $\frac{3}{22}$    | $\frac{36}{19}$   | $\frac{3}{7}$        | $\frac{3}{2}$    |
| 44  | $\frac{1}{10}$    | 2                 | $\frac{1}{10}$       | 2                |
| 55  | $\frac{5}{66}$    | $\frac{218}{111}$ | $\frac{1}{12}$       | $\frac{49}{25}$  |
| 77  | $\frac{7}{132}$   | $\frac{77}{39}$   | $\frac{1}{18}$       | $\frac{77}{39}$  |
| 88  | $\frac{1}{20}$    | 2                 | $\frac{1}{20}$       | 2                |
| 99  | $\frac{1}{22}$    | $\frac{156}{79}$  | $\frac{1}{21}$       | $\frac{3}{2}$    |
| 110 | $\frac{1}{22}$    | 2                 | $\frac{1}{20}$       | 2                |
| 121 | $\frac{1}{30}$    | $\frac{121}{61}$  | $\frac{1}{30}$       | $\frac{121}{61}$ |
| 143 | $\frac{11}{390}$  | $\frac{143}{72}$  | $\frac{1}{35}$       | $\frac{143}{72}$ |
| 154 | $\frac{1}{33}$    | 2                 | $\frac{4}{129}$      | 2                |
| 165 | $\frac{3}{110}$   | $\frac{378}{191}$ | $\frac{1}{30}$       | $\frac{3}{2}$    |
| 176 | $\frac{1}{40}$    | 2                 | $\frac{1}{40}$       | 2                |
| 187 | $\frac{11}{510}$  | $\frac{187}{94}$  | $\frac{1}{45}$       | $\frac{187}{94}$ |
| 209 | $\frac{11}{570}$  | $\frac{209}{105}$ | $\frac{1}{51}$       |                  |
| 220 | $\frac{1}{44}$    | 2                 | $\frac{1}{40}$       | 2                |
| 231 | $\frac{3}{154}$   | $\frac{749}{377}$ | $\frac{1}{44}$       |                  |
| 242 | $\frac{1}{55}$    | 2                 | $\frac{1}{55}$       | 2                |
| 253 | $\frac{11}{690}$  |                   | $\frac{1}{60}$       |                  |
| 275 | $\frac{1}{66}$    |                   | $\frac{1}{60}$       |                  |
| 286 | $\frac{1}{65}$    | 2                 | $\frac{31}{1968}$    | 2                |
| 297 | $\frac{1}{66}$    |                   | $\frac{1}{63}$       |                  |
| 308 | $\frac{1}{66}$    | 2                 | $\frac{2}{129}$      | 2                |
| 319 | $\frac{11}{870}$  |                   | $\frac{1}{78}$       |                  |
| 341 | $\frac{11}{930}$  |                   | $\frac{1}{84}$       |                  |
| 352 | $\frac{1}{80}$    |                   | $\frac{1}{80}$       | 2                |
| 363 | $\frac{3}{242}$   |                   | $\frac{1}{77}$       |                  |
| 374 | $\frac{1}{85}$    | 2                 | $\frac{1}{85}$       | 2                |
| 385 | $\frac{5}{462}$   |                   | $\frac{1}{84}$       |                  |
| 407 | $\frac{11}{1110}$ |                   | $\frac{1}{100}$      |                  |
| 418 | $\frac{1}{95}$    |                   | $\frac{1}{95}$       |                  |
| 429 | $\frac{3}{286}$   |                   | $\frac{1}{88}$       |                  |
| 440 | $\frac{1}{88}$    |                   | $\frac{1}{80}$       |                  |
| 451 | $\frac{11}{1230}$ |                   | $\frac{1}{111}$      |                  |
| 473 | $\frac{11}{1290}$ |                   | $\frac{1}{115}$      |                  |

| m   | egalitär          |               | vollständig egalitär |               |
|-----|-------------------|---------------|----------------------|---------------|
|     | $\zeta_{min}$     | $\zeta_{max}$ | $\zeta_{min}$        | $\zeta_{max}$ |
| 484 | $\frac{1}{110}$   |               | $\frac{1}{110}$      |               |
| 495 | $\frac{1}{110}$   |               | $\frac{1}{90}$       |               |
| 506 | $\frac{1}{115}$   |               | $\frac{1}{115}$      |               |
| 517 | $\frac{11}{1410}$ |               | $\frac{1}{127}$      |               |
| 539 | $\frac{1}{132}$   |               | $\frac{1}{126}$      |               |
| 550 | $\frac{1}{110}$   |               | $\frac{1}{100}$      |               |
| 561 | $\frac{3}{374}$   |               | $\frac{1}{119}$      |               |
| 572 | $\frac{1}{130}$   |               | $\frac{31}{3936}$    |               |
| 583 | $\frac{11}{1590}$ |               | $\frac{1}{144}$      |               |
| 605 | $\frac{5}{726}$   |               | $\frac{1}{132}$      |               |
| 616 | $\frac{1}{132}$   |               | $\frac{1}{129}$      |               |
| 627 | $\frac{3}{418}$   |               | $\frac{1}{132}$      |               |
| 638 |                   |               | $\frac{1}{145}$      |               |
| 649 | $\frac{11}{1770}$ |               | $\frac{1}{160}$      |               |
| 671 | $\frac{11}{1830}$ |               | $\frac{1}{165}$      |               |
| 682 |                   |               | $\frac{1}{155}$      |               |
| 693 | $\frac{1}{154}$   |               | $\frac{1}{132}$      |               |
| 704 | $\frac{1}{160}$   |               | $\frac{1}{160}$      |               |
| 715 | $\frac{5}{858}$   |               | $\frac{1}{156}$      |               |
| 737 | $\frac{11}{2010}$ |               | $\frac{1}{180}$      |               |
| 748 |                   |               |                      |               |
| 759 | $\frac{3}{506}$   |               |                      |               |
| 770 |                   |               |                      |               |
| 781 | $\frac{11}{2130}$ |               | $\frac{1}{192}$      |               |
| 803 | $\frac{11}{2190}$ |               | $\frac{1}{198}$      |               |
| 814 |                   |               | $\frac{1}{185}$      |               |
| 825 |                   |               |                      |               |
| 836 |                   |               | $\frac{1}{190}$      |               |
| 847 |                   |               | $\frac{1}{198}$      |               |
| 869 |                   |               | $\frac{1}{215}$      |               |
| 880 |                   |               |                      |               |
| 891 |                   |               | $\frac{1}{189}$      |               |
| 902 |                   |               |                      |               |
| 913 |                   |               | $\frac{1}{225}$      |               |
| 935 |                   |               |                      |               |
| 946 |                   |               |                      |               |

# A. Schranken, Beispielgewichte

## A.1.7. $13|m$

| m   | egalitär          |                   | vollständig egalitär |                  |
|-----|-------------------|-------------------|----------------------|------------------|
|     | $\zeta_{min}$     | $\zeta_{max}$     | $\zeta_{min}$        | $\zeta_{max}$    |
| 13  | $\frac{13}{42}$   | $\frac{13}{7}$    | $\frac{13}{42}$      | $\frac{13}{7}$   |
| 26  | $\frac{1}{6}$     | 2                 | $\frac{1}{6}$        | 2                |
| 39  | $\frac{3}{26}$    | $\frac{86}{45}$   | $\frac{1}{8}$        | $\frac{3}{2}$    |
| 52  | $\frac{1}{12}$    | 2                 | $\frac{1}{12}$       | 2                |
| 65  | $\frac{5}{78}$    | $\frac{65}{33}$   | $\frac{1}{15}$       | $\frac{65}{33}$  |
| 91  | $\frac{7}{156}$   | $\frac{91}{46}$   | $\frac{21}{46}$      | $\frac{91}{46}$  |
| 104 | $\frac{1}{24}$    | 2                 | $\frac{1}{24}$       | 2                |
| 117 | $\frac{1}{26}$    | $\frac{160}{81}$  | $\frac{1}{24}$       | $\frac{3}{2}$    |
| 130 | $\frac{1}{26}$    | 2                 | $\frac{1}{24}$       | 2                |
| 143 | $\frac{11}{390}$  | $\frac{143}{72}$  | $\frac{1}{35}$       | $\frac{143}{72}$ |
| 169 | $\frac{1}{42}$    | $\frac{169}{85}$  | $\frac{1}{42}$       | $\frac{169}{85}$ |
| 182 | $\frac{1}{39}$    | 2                 | $\frac{1}{38}$       | 2                |
| 195 | $\frac{3}{130}$   | $\frac{458}{231}$ | $\frac{1}{39}$       |                  |
| 208 | $\frac{1}{48}$    | 2                 | $\frac{1}{48}$       | 2                |
| 221 | $\frac{13}{714}$  | $\frac{221}{111}$ | $\frac{1}{54}$       |                  |
| 247 | $\frac{13}{798}$  |                   | $\frac{1}{60}$       |                  |
| 260 | $\frac{1}{52}$    | 2                 | $\frac{1}{48}$       | 2                |
| 273 | $\frac{1}{59}$    |                   | $\frac{1}{52}$       |                  |
| 286 | $\frac{1}{65}$    | 2                 | $\frac{31}{1968}$    | 2                |
| 299 | $\frac{13}{966}$  |                   | $\frac{1}{73}$       |                  |
| 325 | $\frac{1}{78}$    |                   | $\frac{1}{75}$       |                  |
| 338 | $\frac{1}{78}$    | 2                 | $\frac{1}{78}$       | 2                |
| 351 | $\frac{1}{78}$    |                   | $\frac{1}{72}$       |                  |
| 364 | $\frac{1}{78}$    | 2                 | $\frac{1}{76}$       | 2                |
| 377 | $\frac{13}{1218}$ |                   | $\frac{1}{92}$       |                  |
| 403 | $\frac{13}{1302}$ |                   | $\frac{1}{99}$       |                  |
| 416 | $\frac{1}{96}$    |                   | $\frac{1}{96}$       |                  |
| 429 | $\frac{3}{286}$   |                   | $\frac{1}{88}$       |                  |
| 442 | $\frac{1}{102}$   |                   | $\frac{1}{102}$      |                  |
| 455 | $\frac{5}{546}$   |                   | $\frac{5}{508}$      |                  |
| 481 | $\frac{13}{1554}$ |                   | $\frac{1}{119}$      |                  |
| 494 | $\frac{1}{114}$   |                   | $\frac{1}{114}$      |                  |
| 507 | $\frac{3}{338}$   |                   | $\frac{1}{104}$      |                  |
| 520 | $\frac{1}{104}$   |                   | $\frac{1}{96}$       |                  |
| 533 | $\frac{13}{1722}$ |                   | $\frac{1}{132}$      |                  |
| 559 | $\frac{13}{1806}$ |                   | $\frac{1}{138}$      |                  |

| m    | egalitär          |               | vollständig egalitär |               |
|------|-------------------|---------------|----------------------|---------------|
|      | $\zeta_{min}$     | $\zeta_{max}$ | $\zeta_{min}$        | $\zeta_{max}$ |
| 572  | $\frac{1}{130}$   |               | $\frac{31}{3936}$    |               |
| 585  | $\frac{1}{130}$   |               | $\frac{1}{117}$      |               |
| 598  | $\frac{1}{138}$   |               | $\frac{1}{138}$      |               |
| 611  | $\frac{13}{1974}$ |               | $\frac{1}{151}$      |               |
| 637  | $\frac{1}{156}$   |               | $\frac{1}{147}$      |               |
| 650  | $\frac{1}{130}$   |               | $\frac{1}{120}$      |               |
| 663  | $\frac{3}{442}$   |               | $\frac{1}{136}$      |               |
| 676  |                   |               | $\frac{1}{156}$      |               |
| 689  | $\frac{13}{2226}$ |               | $\frac{1}{168}$      |               |
| 715  | $\frac{5}{858}$   |               | $\frac{1}{156}$      |               |
| 728  |                   |               | $\frac{1}{152}$      |               |
| 741  | $\frac{3}{494}$   |               |                      |               |
| 754  |                   |               | $\frac{1}{174}$      |               |
| 767  | $\frac{13}{2478}$ |               | $\frac{1}{189}$      |               |
| 793  | $\frac{13}{2562}$ |               | $\frac{1}{196}$      |               |
| 806  |                   |               |                      |               |
| 819  | $\frac{1}{177}$   |               |                      |               |
| 832  |                   |               | $\frac{1}{192}$      |               |
| 845  |                   |               | $\frac{1}{195}$      |               |
| 871  |                   |               | $\frac{1}{216}$      |               |
| 884  |                   |               | $\frac{1}{204}$      |               |
| 897  |                   |               |                      |               |
| 910  |                   |               |                      |               |
| 923  |                   |               |                      |               |
| 949  |                   |               |                      |               |
| 962  |                   |               |                      |               |
| 975  |                   |               |                      |               |
| 988  |                   |               |                      |               |
| 1001 |                   |               |                      |               |
| 1027 |                   |               |                      |               |
| 1040 |                   |               |                      |               |
| 1053 |                   |               |                      |               |
| 1066 |                   |               |                      |               |
| 1079 |                   |               |                      |               |
| 1105 |                   |               |                      |               |
| 1118 |                   |               |                      |               |

# A. Schranken, Beispielgewichte

## A.1.8. $17|m$

| m   | egalitär          |                   | vollständig egalitär |                  |
|-----|-------------------|-------------------|----------------------|------------------|
|     | $\zeta_{min}$     | $\zeta_{max}$     | $\zeta_{min}$        | $\zeta_{max}$    |
| 17  | $\frac{17}{72}$   | $\frac{17}{9}$    | $\frac{17}{72}$      | $\frac{17}{9}$   |
| 34  | $\frac{1}{8}$     | 2                 | $\frac{1}{8}$        | 2                |
| 51  | $\frac{3}{34}$    | $\frac{126}{65}$  | $\frac{1}{11}$       | $\frac{3}{2}$    |
| 68  | $\frac{1}{16}$    | 2                 | $\frac{1}{16}$       | 2                |
| 85  | $\frac{5}{102}$   | $\frac{85}{43}$   | $\frac{1}{20}$       | $\frac{85}{43}$  |
| 119 | $\frac{7}{204}$   | $\frac{119}{60}$  | $\frac{1}{28}$       | $\frac{119}{60}$ |
| 136 | $\frac{1}{32}$    | 2                 | $\frac{1}{32}$       | 2                |
| 153 | $\frac{1}{34}$    | $\frac{123}{62}$  | $\frac{1}{33}$       | $\frac{3}{2}$    |
| 170 | $\frac{1}{34}$    | 2                 | $\frac{1}{32}$       | 2                |
| 187 | $\frac{11}{510}$  | $\frac{187}{94}$  | $\frac{1}{45}$       | $\frac{187}{94}$ |
| 221 | $\frac{13}{714}$  | $\frac{221}{111}$ | $\frac{1}{54}$       |                  |
| 238 | $\frac{1}{51}$    | 2                 | $\frac{1}{51}$       | 2                |
| 255 | $\frac{3}{170}$   |                   | $\frac{1}{51}$       |                  |
| 272 | $\frac{1}{64}$    | 2                 | $\frac{1}{64}$       | 2                |
| 289 | $\frac{1}{72}$    |                   | $\frac{1}{72}$       |                  |
| 323 | $\frac{17}{1368}$ |                   | $\frac{1}{80}$       |                  |
| 340 | $\frac{1}{68}$    | 2                 | $\frac{1}{64}$       | 2                |
| 357 | $\frac{3}{238}$   |                   | $\frac{1}{68}$       |                  |
| 374 | $\frac{1}{85}$    | 2                 | $\frac{1}{85}$       | 2                |
| 391 | $\frac{17}{1656}$ |                   | $\frac{1}{96}$       |                  |
| 425 | $\frac{1}{102}$   |                   | $\frac{1}{100}$      |                  |
| 442 | $\frac{1}{102}$   |                   | $\frac{1}{102}$      |                  |
| 459 | $\frac{1}{102}$   |                   | $\frac{1}{99}$       |                  |
| 476 | $\frac{1}{102}$   |                   | $\frac{1}{102}$      |                  |
| 493 | $\frac{17}{2088}$ |                   | $\frac{1}{122}$      |                  |
| 527 | $\frac{17}{2232}$ |                   | $\frac{1}{130}$      |                  |
| 544 | $\frac{1}{128}$   |                   | $\frac{1}{128}$      |                  |
| 561 | $\frac{3}{374}$   |                   | $\frac{1}{119}$      |                  |
| 578 | $\frac{1}{136}$   |                   | $\frac{1}{136}$      |                  |
| 595 | $\frac{5}{714}$   |                   | $\frac{1}{136}$      |                  |
| 629 | $\frac{17}{2664}$ |                   | $\frac{1}{155}$      |                  |
| 646 | $\frac{1}{152}$   |                   | $\frac{2}{301}$      |                  |
| 663 | $\frac{3}{442}$   |                   | $\frac{1}{136}$      |                  |
| 680 | $\frac{1}{136}$   |                   | $\frac{1}{128}$      |                  |
| 697 | $\frac{17}{2952}$ |                   | $\frac{1}{172}$      |                  |
| 731 | $\frac{17}{3096}$ |                   | $\frac{1}{180}$      |                  |

| m    | egalitär          |               | vollständig egalitär |               |
|------|-------------------|---------------|----------------------|---------------|
|      | $\zeta_{min}$     | $\zeta_{max}$ | $\zeta_{min}$        | $\zeta_{max}$ |
| 748  |                   |               |                      |               |
| 765  | $\frac{1}{170}$   |               | $\frac{1}{153}$      |               |
| 782  |                   |               | $\frac{1}{184}$      |               |
| 799  | $\frac{17}{3384}$ |               | $\frac{1}{198}$      |               |
| 833  |                   |               | $\frac{1}{196}$      |               |
| 850  |                   |               |                      |               |
| 867  |                   |               | $\frac{1}{187}$      |               |
| 884  |                   |               | $\frac{1}{204}$      |               |
| 901  |                   |               | $\frac{1}{224}$      |               |
| 935  |                   |               |                      |               |
| 952  |                   |               |                      |               |
| 969  |                   |               |                      |               |
| 986  |                   |               |                      |               |
| 1003 |                   |               |                      |               |
| 1037 |                   |               |                      |               |
| 1054 |                   |               |                      |               |
| 1071 |                   |               |                      |               |
| 1088 |                   |               |                      |               |
| 1105 |                   |               |                      |               |
| 1139 |                   |               |                      |               |
| 1156 |                   |               |                      |               |
| 1173 |                   |               |                      |               |
| 1190 |                   |               |                      |               |
| 1207 |                   |               |                      |               |
| 1241 |                   |               |                      |               |
| 1258 |                   |               |                      |               |
| 1275 |                   |               |                      |               |
| 1292 |                   |               |                      |               |
| 1309 |                   |               |                      |               |
| 1343 |                   |               |                      |               |
| 1360 |                   |               |                      |               |
| 1377 |                   |               |                      |               |
| 1394 |                   |               |                      |               |
| 1411 |                   |               |                      |               |
| 1445 |                   |               |                      |               |
| 1462 |                   |               |                      |               |

# A. Schranken, Beispielgewichte

## A.1.9. $19|m$

| m   | egalitär          |                   | vollständig egalitär |                  |
|-----|-------------------|-------------------|----------------------|------------------|
|     | $\zeta_{min}$     | $\zeta_{max}$     | $\zeta_{min}$        | $\zeta_{max}$    |
| 19  | $\frac{19}{90}$   | $\frac{19}{10}$   | $\frac{19}{90}$      | $\frac{19}{10}$  |
| 38  | $\frac{1}{9}$     | 2                 | $\frac{1}{9}$        | 2                |
| 57  | $\frac{3}{38}$    | $\frac{134}{69}$  | $\frac{1}{12}$       | $\frac{3}{2}$    |
| 76  | $\frac{1}{18}$    | 2                 | $\frac{1}{18}$       | 2                |
| 95  | $\frac{5}{114}$   | $\frac{95}{48}$   | $\frac{1}{22}$       | $\frac{95}{48}$  |
| 133 | $\frac{7}{228}$   | $\frac{133}{67}$  | $\frac{1}{32}$       | $\frac{133}{67}$ |
| 152 | $\frac{1}{36}$    | 2                 | $\frac{1}{36}$       | 2                |
| 171 | $\frac{1}{38}$    | $\frac{119}{60}$  | $\frac{1}{36}$       | $\frac{3}{2}$    |
| 190 | $\frac{1}{38}$    | 2                 | $\frac{3}{110}$      | 2                |
| 209 | $\frac{11}{570}$  | $\frac{209}{105}$ | $\frac{1}{51}$       |                  |
| 247 | $\frac{13}{798}$  |                   | $\frac{1}{60}$       |                  |
| 266 | $\frac{1}{57}$    | 2                 | $\frac{5}{282}$      | 2                |
| 285 | $\frac{3}{190}$   |                   | $\frac{5}{282}$      |                  |
| 304 | $\frac{1}{72}$    | 2                 | $\frac{1}{72}$       | 2                |
| 323 | $\frac{17}{1368}$ |                   | $\frac{1}{80}$       |                  |
| 361 | $\frac{1}{90}$    |                   | $\frac{1}{90}$       |                  |
| 380 | $\frac{1}{76}$    | 2                 | $\frac{3}{220}$      | 2                |
| 399 | $\frac{3}{266}$   |                   | $\frac{1}{76}$       |                  |
| 418 | $\frac{1}{95}$    |                   | $\frac{1}{95}$       |                  |
| 437 | $\frac{19}{2070}$ |                   | $\frac{1}{108}$      |                  |
| 475 | $\frac{1}{114}$   |                   | $\frac{1}{110}$      |                  |
| 494 | $\frac{1}{114}$   |                   | $\frac{1}{114}$      |                  |
| 513 | $\frac{1}{114}$   |                   | $\frac{1}{108}$      |                  |
| 532 |                   |                   | $\frac{5}{564}$      |                  |
| 551 | $\frac{19}{2610}$ |                   | $\frac{1}{135}$      |                  |
| 589 | $\frac{19}{2790}$ |                   | $\frac{1}{146}$      |                  |
| 608 | $\frac{1}{144}$   |                   | $\frac{1}{144}$      |                  |
| 627 | $\frac{3}{418}$   |                   | $\frac{1}{132}$      |                  |
| 646 | $\frac{1}{152}$   |                   | $\frac{2}{301}$      |                  |
| 665 | $\frac{5}{798}$   |                   | $\frac{1}{152}$      |                  |
| 703 | $\frac{19}{3330}$ |                   | $\frac{1}{171}$      |                  |
| 722 |                   |                   | $\frac{1}{171}$      |                  |
| 741 | $\frac{3}{494}$   |                   |                      |                  |
| 760 |                   |                   |                      |                  |
| 779 | $\frac{19}{3690}$ |                   | $\frac{1}{192}$      |                  |
| 817 |                   |                   | $\frac{1}{202}$      |                  |

| m    | egalitär      |               | vollständig egalitär |               |
|------|---------------|---------------|----------------------|---------------|
|      | $\zeta_{min}$ | $\zeta_{max}$ | $\zeta_{min}$        | $\zeta_{max}$ |
| 836  |               |               | $\frac{1}{190}$      |               |
| 855  |               |               |                      |               |
| 874  |               |               | $\frac{1}{207}$      |               |
| 893  |               |               | $\frac{1}{220}$      |               |
| 931  |               |               |                      |               |
| 950  |               |               |                      |               |
| 969  |               |               |                      |               |
| 988  |               |               |                      |               |
| 1007 |               |               |                      |               |
| 1045 |               |               |                      |               |
| 1064 |               |               |                      |               |
| 1083 |               |               |                      |               |
| 1102 |               |               |                      |               |
| 1121 |               |               |                      |               |
| 1159 |               |               |                      |               |
| 1178 |               |               |                      |               |
| 1197 |               |               |                      |               |
| 1216 |               |               |                      |               |
| 1235 |               |               |                      |               |
| 1273 |               |               |                      |               |
| 1292 |               |               |                      |               |
| 1311 |               |               |                      |               |
| 1330 |               |               |                      |               |
| 1349 |               |               |                      |               |
| 1387 |               |               |                      |               |
| 1406 |               |               |                      |               |
| 1425 |               |               |                      |               |
| 1444 |               |               |                      |               |
| 1463 |               |               |                      |               |
| 1501 |               |               |                      |               |
| 1520 |               |               |                      |               |
| 1539 |               |               |                      |               |
| 1558 |               |               |                      |               |
| 1577 |               |               |                      |               |
| 1615 |               |               |                      |               |
| 1634 |               |               |                      |               |

# A. Schranken, Beispielgewichte

## A.1.10. $m$ mit 3 Primteilern

| m   | egalitär        |                   | vollständig egalitär |                |
|-----|-----------------|-------------------|----------------------|----------------|
|     | $\zeta_{\min}$  | $\zeta_{\max}$    | $\zeta_{\min}$       | $\zeta_{\max}$ |
| 70  | $\frac{1}{10}$  | 2                 | $\frac{1}{7}$        | 2              |
| 105 | $\frac{3}{70}$  | $\frac{211}{108}$ | $\frac{25}{482}$     | $\frac{3}{2}$  |
| 110 | $\frac{1}{22}$  | 2                 | $\frac{1}{20}$       | 2              |
| 130 | $\frac{1}{26}$  | 2                 | $\frac{1}{24}$       | 2              |
| 140 | $\frac{1}{20}$  | 2                 | $\frac{1}{14}$       | 2              |
| 154 | $\frac{1}{33}$  | 2                 | $\frac{4}{129}$      | 2              |
| 165 | $\frac{3}{110}$ | $\frac{378}{191}$ | $\frac{1}{30}$       | $\frac{3}{2}$  |
| 170 | $\frac{1}{34}$  | 2                 | $\frac{1}{32}$       | 2              |
| 182 | $\frac{1}{39}$  | 2                 | $\frac{1}{38}$       | 2              |
| 190 | $\frac{1}{38}$  | 2                 | $\frac{3}{110}$      | 2              |
| 195 | $\frac{3}{130}$ | $\frac{458}{231}$ | $\frac{1}{39}$       |                |
| 220 | $\frac{1}{44}$  | 2                 | $\frac{1}{40}$       | 2              |
| 230 | $\frac{1}{46}$  | 2                 | $\frac{1}{44}$       | 2              |
| 231 | $\frac{3}{154}$ | $\frac{749}{377}$ | $\frac{1}{44}$       |                |
| 238 | $\frac{1}{51}$  | 2                 | $\frac{1}{51}$       | 2              |
| 255 | $\frac{3}{170}$ |                   | $\frac{1}{51}$       |                |
| 260 | $\frac{1}{52}$  | 2                 | $\frac{1}{48}$       | 2              |
| 266 | $\frac{1}{57}$  | 2                 | $\frac{5}{282}$      | 2              |
| 273 | $\frac{1}{59}$  |                   | $\frac{1}{52}$       |                |
| 280 | $\frac{1}{40}$  | 2                 | $\frac{1}{28}$       | 2              |
| 285 | $\frac{3}{190}$ |                   | $\frac{5}{282}$      |                |
| 286 | $\frac{1}{65}$  | 2                 | $\frac{31}{1968}$    | 2              |
| 290 | $\frac{1}{58}$  | 2                 | $\frac{1}{57}$       | 2              |
| 308 | $\frac{1}{66}$  | 2                 | $\frac{2}{129}$      | 2              |
| 310 | $\frac{1}{62}$  | 2                 | $\frac{1}{61}$       | 2              |
| 315 | $\frac{1}{70}$  |                   | $\frac{25}{1446}$    |                |
| 322 | $\frac{1}{69}$  | 2                 | $\frac{1}{69}$       | 2              |
| 340 | $\frac{1}{68}$  | 2                 | $\frac{1}{64}$       | 2              |
| 345 | $\frac{3}{230}$ |                   | $\frac{1}{69}$       |                |
| 350 | $\frac{1}{50}$  | 2                 | $\frac{1}{35}$       | 2              |
| 357 | $\frac{3}{238}$ |                   | $\frac{1}{68}$       |                |
| 364 | $\frac{1}{78}$  | 2                 | $\frac{1}{76}$       | 2              |
| 370 | $\frac{1}{74}$  | 2                 | $\frac{1}{72}$       | 2              |
| 374 | $\frac{1}{85}$  | 2                 | $\frac{1}{85}$       | 2              |
| 380 | $\frac{1}{76}$  | 2                 | $\frac{3}{220}$      | 2              |
| 385 | $\frac{5}{462}$ |                   | $\frac{1}{84}$       |                |

| m   | egalitär        |                | vollständig egalitär |                |
|-----|-----------------|----------------|----------------------|----------------|
|     | $\zeta_{\min}$  | $\zeta_{\max}$ | $\zeta_{\min}$       | $\zeta_{\max}$ |
| 399 | $\frac{3}{266}$ |                | $\frac{1}{76}$       |                |
| 406 | $\frac{1}{87}$  |                | $\frac{1}{87}$       |                |
| 410 | $\frac{1}{82}$  |                | $\frac{1}{81}$       |                |
| 418 | $\frac{1}{95}$  |                | $\frac{1}{95}$       |                |
| 429 | $\frac{3}{286}$ |                | $\frac{1}{88}$       |                |
| 430 | $\frac{1}{86}$  |                | $\frac{1}{84}$       |                |
| 434 | $\frac{1}{93}$  |                | $\frac{1}{93}$       |                |
| 435 | $\frac{3}{290}$ |                | $\frac{1}{87}$       |                |
| 440 | $\frac{1}{88}$  |                | $\frac{1}{80}$       |                |
| 442 | $\frac{1}{102}$ |                | $\frac{1}{102}$      |                |
| 455 | $\frac{5}{546}$ |                | $\frac{5}{508}$      |                |
| 460 | $\frac{1}{92}$  |                | $\frac{1}{88}$       |                |
| 465 | $\frac{3}{310}$ |                | $\frac{1}{93}$       |                |
| 470 | $\frac{1}{94}$  |                | $\frac{1}{92}$       |                |
| 476 | $\frac{1}{102}$ |                | $\frac{1}{102}$      |                |
| 483 | $\frac{3}{322}$ |                | $\frac{1}{92}$       |                |
| 490 | $\frac{1}{70}$  |                | $\frac{1}{49}$       |                |
| 494 | $\frac{1}{114}$ |                | $\frac{1}{114}$      |                |
| 495 | $\frac{1}{110}$ |                | $\frac{1}{90}$       |                |
| 506 | $\frac{1}{115}$ |                | $\frac{1}{115}$      |                |
| 518 | $\frac{1}{111}$ |                | $\frac{1}{111}$      |                |
| 520 | $\frac{1}{104}$ |                | $\frac{96}{5}$       |                |
| 525 | $\frac{3}{350}$ |                | $\frac{482}{1}$      |                |
| 530 | $\frac{1}{106}$ |                | $\frac{104}{5}$      |                |
| 532 |                 |                | $\frac{564}{1}$      |                |
| 550 | $\frac{1}{110}$ |                | $\frac{100}{1}$      |                |
| 555 | $\frac{3}{370}$ |                | $\frac{111}{1}$      |                |
| 560 |                 |                | $\frac{56}{1}$       |                |
| 561 | $\frac{3}{374}$ |                | $\frac{119}{31}$     |                |
| 572 | $\frac{1}{130}$ |                | $\frac{3936}{1}$     |                |
| 574 | $\frac{1}{123}$ |                | $\frac{123}{1}$      |                |
| 580 | $\frac{1}{116}$ |                | $\frac{114}{1}$      |                |
| 585 | $\frac{1}{130}$ |                | $\frac{117}{1}$      |                |
| 590 | $\frac{1}{118}$ |                | $\frac{117}{1}$      |                |
| 595 | $\frac{5}{714}$ |                | $\frac{136}{1}$      |                |
| 598 | $\frac{1}{138}$ |                | $\frac{138}{1}$      |                |



# A. Schranken, Beispielgewichte

| m   | egalitär        |               | vollständig egalitär |               |
|-----|-----------------|---------------|----------------------|---------------|
|     | $\zeta_{min}$   | $\zeta_{max}$ | $\zeta_{min}$        | $\zeta_{max}$ |
| 602 |                 |               | $\frac{1}{129}$      |               |
| 609 | $\frac{3}{406}$ |               | $\frac{1}{116}$      |               |
| 610 | $\frac{1}{122}$ |               | $\frac{1}{121}$      |               |
| 615 | $\frac{3}{410}$ |               | $\frac{1}{123}$      |               |
| 616 | $\frac{1}{132}$ |               | $\frac{1}{129}$      |               |
| 620 | $\frac{1}{124}$ |               | $\frac{1}{122}$      |               |
| 627 | $\frac{3}{418}$ |               | $\frac{1}{132}$      |               |
| 638 |                 |               | $\frac{1}{145}$      |               |
| 644 |                 |               | $\frac{1}{138}$      |               |
| 645 | $\frac{3}{430}$ |               | $\frac{1}{129}$      |               |
| 646 | $\frac{1}{152}$ |               | $\frac{2}{301}$      |               |
| 650 | $\frac{1}{130}$ |               | $\frac{1}{120}$      |               |
| 651 | $\frac{3}{434}$ |               | $\frac{1}{124}$      |               |
| 658 |                 |               | $\frac{1}{141}$      |               |
| 663 | $\frac{3}{442}$ |               | $\frac{1}{136}$      |               |
| 665 | $\frac{5}{798}$ |               | $\frac{1}{152}$      |               |
| 670 | $\frac{1}{134}$ |               | $\frac{1}{132}$      |               |
| 680 | $\frac{1}{136}$ |               | $\frac{1}{128}$      |               |
| 682 |                 |               | $\frac{1}{155}$      |               |
| 693 | $\frac{1}{154}$ |               | $\frac{1}{132}$      |               |
| 700 |                 |               | $\frac{1}{70}$       |               |
| 705 | $\frac{3}{470}$ |               | $\frac{1}{141}$      |               |
| 710 | $\frac{1}{142}$ |               | $\frac{1}{141}$      |               |
| 715 | $\frac{5}{858}$ |               | $\frac{1}{156}$      |               |
| 728 |                 |               | $\frac{1}{152}$      |               |
| 730 |                 |               | $\frac{1}{144}$      |               |
| 735 | $\frac{3}{490}$ |               |                      |               |
| 740 |                 |               |                      |               |
| 741 | $\frac{3}{494}$ |               |                      |               |
| 742 |                 |               | $\frac{1}{159}$      |               |
| 748 |                 |               |                      |               |
| 754 |                 |               | $\frac{1}{174}$      |               |
| 759 | $\frac{3}{506}$ |               |                      |               |
| 760 |                 |               |                      |               |
| 765 | $\frac{1}{170}$ |               | $\frac{1}{153}$      |               |
| 777 | $\frac{3}{518}$ |               |                      |               |

| m   | egalitär        |               | vollständig egalitär |               |
|-----|-----------------|---------------|----------------------|---------------|
|     | $\zeta_{min}$   | $\zeta_{max}$ | $\zeta_{min}$        | $\zeta_{max}$ |
| 819 | $\frac{1}{177}$ |               |                      |               |
| 820 |                 |               |                      |               |
| 825 |                 |               |                      |               |
| 826 |                 |               |                      |               |
| 830 |                 |               | $\frac{1}{164}$      |               |
| 836 |                 |               | $\frac{1}{190}$      |               |
| 850 |                 |               |                      |               |
| 854 |                 |               | $\frac{1}{183}$      |               |
| 855 |                 |               |                      |               |
| 860 |                 |               |                      |               |
| 861 |                 |               |                      |               |
| 868 |                 |               |                      |               |
| 874 |                 |               | $\frac{1}{207}$      |               |
| 880 |                 |               |                      |               |
| 884 |                 |               | $\frac{1}{204}$      |               |
| 885 |                 |               |                      |               |
| 890 |                 |               |                      |               |
| 897 |                 |               |                      |               |
| 902 |                 |               |                      |               |
| 903 |                 |               |                      |               |
| 915 |                 |               |                      |               |
| 920 |                 |               |                      |               |
| 935 |                 |               |                      |               |
| 938 |                 |               |                      |               |
| 940 |                 |               |                      |               |
| 945 |                 |               |                      |               |
| 946 |                 |               |                      |               |
| 950 |                 |               |                      |               |
| 952 |                 |               |                      |               |
| 957 |                 |               |                      |               |
| 962 |                 |               |                      |               |
| 969 |                 |               |                      |               |
| 970 |                 |               |                      |               |
| 975 |                 |               |                      |               |
| 980 |                 |               |                      |               |
| 986 |                 |               |                      |               |

A. Schranken, Beispielgewichte

**A.1.11.  $m$  mit 4 Primteilern**

| m    | egalitär        |                | vollständig egalitär |                |
|------|-----------------|----------------|----------------------|----------------|
|      | $\zeta_{\min}$  | $\zeta_{\max}$ | $\zeta_{\min}$       | $\zeta_{\max}$ |
| 770  |                 |                |                      |                |
| 910  |                 |                |                      |                |
| 1155 | $\frac{3}{770}$ |                |                      |                |
| 1190 |                 |                |                      |                |
| 1330 |                 |                |                      |                |
| 1365 |                 |                |                      |                |
| 1430 |                 |                |                      |                |
| 1540 |                 |                |                      |                |
| 1610 |                 |                |                      |                |
| 1785 |                 |                |                      |                |
| 1820 |                 |                |                      |                |
| 1870 |                 |                |                      |                |
| 1995 |                 |                |                      |                |
| 2002 |                 |                |                      |                |
| 2030 |                 |                |                      |                |
| 2090 |                 |                |                      |                |
| 2145 |                 |                |                      |                |
| 2170 |                 |                |                      |                |
| 2210 |                 |                |                      |                |
| 2380 |                 |                |                      |                |
| 2415 |                 |                |                      |                |
| 2470 |                 |                |                      |                |
| 2530 |                 |                |                      |                |
| 2590 |                 |                |                      |                |
| 2618 |                 |                |                      |                |
| 2660 |                 |                |                      |                |
| 2805 |                 |                |                      |                |
| 2860 |                 |                |                      |                |
| 2870 |                 |                |                      |                |
| 2926 |                 |                |                      |                |
| 2990 |                 |                |                      |                |
| 3003 |                 |                |                      |                |
| 3010 |                 |                |                      |                |
| 3045 |                 |                |                      |                |
| 3080 |                 |                |                      |                |
| 3094 |                 |                |                      |                |

# A. Schranken, Beispielgewichte

## A.1.12. $\min\zeta_{\text{egalitär}}$ für zusammengesetzte Zahlen

| m   | $\min\zeta_{\text{egalitär}}$ | Vorhersage                                                                |
|-----|-------------------------------|---------------------------------------------------------------------------|
| 35  | $\frac{5}{42}$                | $\frac{5}{35} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{210} = \frac{5}{42}$          |
| 55  | $\frac{5}{66}$                | $\frac{5}{55} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{330} = \frac{5}{66}$          |
| 65  | $\frac{5}{78}$                | $\frac{5}{65} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{390} = \frac{5}{78}$          |
| 77  | $\frac{7}{132}$               | $\frac{7}{77} \cdot \frac{7}{12} = \frac{49}{924} = \frac{7}{132}$        |
| 85  | $\frac{5}{102}$               | $\frac{5}{85} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{510} = \frac{5}{102}$         |
| 91  | $\frac{7}{156}$               | $\frac{7}{91} \cdot \frac{7}{12} = \frac{49}{1092} = \frac{7}{156}$       |
| 95  | $\frac{5}{114}$               | $\frac{5}{95} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{570} = \frac{5}{114}$         |
| 115 | $\frac{5}{138}$               | $\frac{5}{115} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{690} = \frac{5}{138}$        |
| 119 | $\frac{7}{204}$               | $\frac{7}{119} \cdot \frac{7}{12} = \frac{49}{1428} = \frac{7}{204}$      |
| 133 | $\frac{11}{228}$              | $\frac{11}{133} \cdot \frac{11}{12} = \frac{121}{1596} = \frac{11}{228}$  |
| 143 | $\frac{11}{390}$              | $\frac{11}{143} \cdot \frac{11}{30} = \frac{121}{4290} = \frac{11}{390}$  |
| 145 | $\frac{5}{174}$               | $\frac{5}{145} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{870} = \frac{5}{174}$        |
| 155 | $\frac{5}{186}$               | $\frac{5}{155} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{930} = \frac{5}{186}$        |
| 161 | $\frac{7}{276}$               | $\frac{7}{161} \cdot \frac{7}{12} = \frac{49}{1932} = \frac{7}{276}$      |
| 175 | $\frac{1}{42}$                | $\frac{5}{175} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{1050} = \frac{1}{42}$        |
| 185 | $\frac{5}{222}$               | $\frac{5}{185} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{1110} = \frac{5}{222}$       |
| 187 | $\frac{11}{510}$              | $\frac{11}{187} \cdot \frac{11}{30} = \frac{121}{5610} = \frac{11}{510}$  |
| 203 | $\frac{7}{348}$               | $\frac{7}{203} \cdot \frac{7}{12} = \frac{49}{2436} = \frac{7}{348}$      |
| 205 | $\frac{5}{246}$               | $\frac{5}{205} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{1230} = \frac{5}{246}$       |
| 209 | $\frac{11}{570}$              | $\frac{11}{209} \cdot \frac{11}{30} = \frac{121}{6270} = \frac{11}{570}$  |
| 215 | $\frac{5}{258}$               | $\frac{5}{215} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{1290} = \frac{5}{258}$       |
| 217 | $\frac{7}{372}$               | $\frac{7}{217} \cdot \frac{7}{12} = \frac{49}{2604} = \frac{7}{372}$      |
| 221 | $\frac{13}{714}$              | $\frac{13}{221} \cdot \frac{13}{42} = \frac{169}{9282} = \frac{13}{714}$  |
| 235 | $\frac{5}{282}$               | $\frac{5}{235} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{1410} = \frac{5}{282}$       |
| 245 | $\frac{5}{294}$               | $\frac{5}{245} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{1470} = \frac{5}{294}$       |
| 247 | $\frac{13}{798}$              | $\frac{13}{247} \cdot \frac{13}{42} = \frac{169}{10374} = \frac{13}{798}$ |
| 253 | $\frac{11}{690}$              | $\frac{11}{253} \cdot \frac{11}{30} = \frac{121}{7590} = \frac{11}{690}$  |
| 259 | $\frac{7}{444}$               | $\frac{7}{259} \cdot \frac{7}{12} = \frac{49}{3108} = \frac{7}{444}$      |
| 265 | $\frac{5}{318}$               | $\frac{5}{265} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{1590} = \frac{5}{318}$       |
| 275 | $\frac{1}{66}$                | $\frac{5}{275} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{1650} = \frac{1}{66}$        |
| 287 | $\frac{7}{492}$               | $\frac{7}{287} \cdot \frac{7}{12} = \frac{49}{3444} = \frac{7}{492}$      |
| 295 | $\frac{5}{354}$               | $\frac{5}{295} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{1770} = \frac{5}{354}$       |
| 299 | $\frac{13}{966}$              | $\frac{13}{299} \cdot \frac{13}{42} = \frac{169}{12558} = \frac{13}{966}$ |
| 301 | $\frac{7}{516}$               | $\frac{7}{301} \cdot \frac{7}{12} = \frac{49}{3612} = \frac{7}{516}$      |
| 305 | $\frac{5}{366}$               | $\frac{5}{305} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{1830} = \frac{5}{366}$       |
| 319 | $\frac{11}{870}$              | $\frac{11}{319} \cdot \frac{11}{30} = \frac{121}{9570} = \frac{11}{870}$  |

| m   | $\min\zeta_{\text{egalitär}}$ | Vorhersage                                                                 |
|-----|-------------------------------|----------------------------------------------------------------------------|
| 323 | $\frac{17}{1368}$             | $\frac{17}{323} \cdot \frac{17}{72} = \frac{289}{23256} = \frac{17}{1368}$ |
| 325 | $\frac{1}{78}$                | $\frac{5}{325} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{1950} = \frac{1}{78}$         |
| 329 | $\frac{7}{564}$               | $\frac{7}{329} \cdot \frac{7}{12} = \frac{49}{3948} = \frac{7}{564}$       |
| 335 | $\frac{5}{402}$               | $\frac{5}{335} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{2010} = \frac{5}{402}$        |
| 341 | $\frac{11}{930}$              | $\frac{11}{341} \cdot \frac{11}{30} = \frac{121}{10230} = \frac{11}{930}$  |
| 355 | $\frac{5}{426}$               | $\frac{5}{355} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{2130} = \frac{5}{426}$        |
| 365 | $\frac{5}{438}$               | $\frac{5}{365} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{2190} = \frac{5}{438}$        |
| 371 | $\frac{7}{636}$               | $\frac{7}{371} \cdot \frac{7}{12} = \frac{49}{4452} = \frac{7}{636}$       |
| 377 | $\frac{13}{1218}$             | $\frac{13}{377} \cdot \frac{13}{42} = \frac{169}{15834} = \frac{13}{1218}$ |
| 385 | $\frac{5}{462}$               | $\frac{5}{385} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{2310} = \frac{5}{462}$        |
| 391 | $\frac{17}{1656}$             | $\frac{17}{391} \cdot \frac{17}{72} = \frac{289}{28152} = \frac{17}{1656}$ |
| 395 | $\frac{5}{474}$               | $\frac{5}{395} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{2370} = \frac{5}{474}$        |
| 403 | $\frac{13}{1302}$             | $\frac{13}{403} \cdot \frac{13}{42} = \frac{169}{16926} = \frac{13}{1302}$ |
| 407 | $\frac{11}{1110}$             | $\frac{11}{407} \cdot \frac{11}{30} = \frac{121}{12210} = \frac{11}{1110}$ |
| 413 | $\frac{7}{708}$               | $\frac{7}{413} \cdot \frac{7}{12} = \frac{49}{4956} = \frac{7}{708}$       |
| 415 | $\frac{5}{498}$               | $\frac{5}{415} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{2490} = \frac{5}{498}$        |
| 425 | $\frac{1}{102}$               | $\frac{5}{425} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{2550} = \frac{1}{102}$        |
| 427 | $\frac{7}{732}$               | $\frac{7}{427} \cdot \frac{7}{12} = \frac{49}{5124} = \frac{7}{732}$       |
| 437 | $\frac{19}{2070}$             | $\frac{19}{437} \cdot \frac{19}{90} = \frac{361}{39330} = \frac{19}{2070}$ |
| 445 | $\frac{5}{534}$               | $\frac{5}{445} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{2670} = \frac{5}{534}$        |
| 451 | $\frac{11}{1230}$             | $\frac{11}{451} \cdot \frac{11}{30} = \frac{121}{13530} = \frac{11}{1230}$ |
| 455 | $\frac{5}{546}$               | $\frac{5}{455} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{2730} = \frac{5}{546}$        |
| 469 | $\frac{7}{804}$               | $\frac{7}{469} \cdot \frac{7}{12} = \frac{49}{5628} = \frac{7}{804}$       |
| 473 | $\frac{11}{1290}$             | $\frac{11}{473} \cdot \frac{11}{30} = \frac{121}{14190} = \frac{11}{1290}$ |
| 475 | $\frac{1}{114}$               | $\frac{5}{475} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{2850} = \frac{1}{114}$        |
| 481 | $\frac{13}{1554}$             | $\frac{13}{481} \cdot \frac{13}{42} = \frac{169}{20202} = \frac{13}{1554}$ |
| 485 | $\frac{5}{582}$               | $\frac{5}{485} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{2910} = \frac{5}{582}$        |
| 493 | $\frac{17}{2088}$             | $\frac{17}{493} \cdot \frac{17}{72} = \frac{289}{35496} = \frac{17}{2088}$ |
| 497 | $\frac{7}{852}$               | $\frac{7}{497} \cdot \frac{7}{12} = \frac{49}{5964} = \frac{7}{852}$       |
| 505 | $\frac{5}{606}$               | $\frac{5}{505} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{3030} = \frac{5}{606}$        |
| 511 | $\frac{7}{876}$               | $\frac{7}{511} \cdot \frac{7}{12} = \frac{49}{6132} = \frac{7}{876}$       |
| 515 | $\frac{5}{618}$               | $\frac{5}{515} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{3090} = \frac{5}{618}$        |
| 517 | $\frac{11}{1410}$             | $\frac{11}{517} \cdot \frac{11}{30} = \frac{121}{15510} = \frac{11}{1410}$ |
| 527 | $\frac{17}{2232}$             | $\frac{17}{527} \cdot \frac{17}{72} = \frac{289}{37944} = \frac{17}{2232}$ |
| 533 | $\frac{13}{1722}$             | $\frac{13}{533} \cdot \frac{13}{42} = \frac{169}{22386} = \frac{13}{1722}$ |
| 535 | $\frac{5}{642}$               | $\frac{5}{535} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{3210} = \frac{5}{642}$        |

# A. Schranken, Beispielgewichte

| m   | $\min \zeta_{\text{egalitär}}$ | Vorhersage                                                                  |
|-----|--------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------|
| 539 | $\frac{1}{132}$                | $\frac{7}{539} \cdot \frac{7}{12} = \frac{49}{6468} = \frac{1}{132}$        |
| 545 | $\frac{5}{654}$                | $\frac{5}{545} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{3270} = \frac{5}{654}$         |
| 551 | $\frac{19}{2610}$              | $\frac{19}{551} \cdot \frac{19}{90} = \frac{361}{49590} = \frac{19}{2610}$  |
| 553 | $\frac{7}{948}$                | $\frac{7}{553} \cdot \frac{7}{12} = \frac{49}{6636} = \frac{7}{948}$        |
| 559 | $\frac{13}{1806}$              | $\frac{13}{559} \cdot \frac{13}{42} = \frac{169}{23478} = \frac{13}{1806}$  |
| 565 | $\frac{5}{678}$                | $\frac{5}{565} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{3390} = \frac{5}{678}$         |
| 575 | $\frac{1}{138}$                | $\frac{5}{575} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{3450} = \frac{1}{138}$         |
| 581 | $\frac{7}{996}$                | $\frac{7}{581} \cdot \frac{7}{12} = \frac{49}{6972} = \frac{7}{996}$        |
| 583 | $\frac{11}{1590}$              | $\frac{11}{583} \cdot \frac{11}{30} = \frac{121}{17490} = \frac{11}{1590}$  |
| 589 | $\frac{19}{2790}$              | $\frac{19}{589} \cdot \frac{19}{90} = \frac{361}{53010} = \frac{19}{2790}$  |
| 595 | $\frac{5}{714}$                | $\frac{5}{595} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{3570} = \frac{5}{714}$         |
| 605 | $\frac{5}{726}$                | $\frac{5}{605} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{3630} = \frac{5}{726}$         |
| 611 | $\frac{13}{1974}$              | $\frac{13}{611} \cdot \frac{13}{42} = \frac{169}{25662} = \frac{13}{1974}$  |
| 623 | $\frac{7}{1068}$               | $\frac{7}{623} \cdot \frac{7}{12} = \frac{49}{7476} = \frac{7}{1068}$       |
| 629 | $\frac{17}{2664}$              | $\frac{17}{629} \cdot \frac{17}{72} = \frac{289}{45288} = \frac{17}{2664}$  |
| 635 | $\frac{5}{762}$                | $\frac{5}{635} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{3810} = \frac{5}{762}$         |
| 637 | $\frac{1}{156}$                | $\frac{7}{637} \cdot \frac{7}{12} = \frac{49}{7644} = \frac{1}{156}$        |
| 649 | $\frac{11}{1770}$              | $\frac{11}{649} \cdot \frac{11}{30} = \frac{121}{19470} = \frac{11}{1770}$  |
| 655 | $\frac{5}{786}$                | $\frac{5}{655} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{3930} = \frac{5}{786}$         |
| 665 | $\frac{5}{798}$                | $\frac{5}{665} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{3990} = \frac{5}{798}$         |
| 667 | $\frac{23}{3828}$              | $\frac{23}{667} \cdot \frac{23}{132} = \frac{529}{88044} = \frac{23}{3828}$ |
| 671 | $\frac{11}{1830}$              | $\frac{11}{671} \cdot \frac{11}{30} = \frac{121}{20130} = \frac{11}{1830}$  |
| 679 | $\frac{7}{1164}$               | $\frac{7}{679} \cdot \frac{7}{12} = \frac{49}{8148} = \frac{7}{1164}$       |
| 685 | $\frac{5}{822}$                | $\frac{5}{685} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{4110} = \frac{5}{822}$         |
| 689 | $\frac{13}{2226}$              | $\frac{13}{689} \cdot \frac{13}{42} = \frac{169}{28938} = \frac{13}{2226}$  |
| 695 | $\frac{5}{834}$                | $\frac{5}{695} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{4170} = \frac{5}{834}$         |
| 697 | $\frac{17}{2952}$              | $\frac{17}{697} \cdot \frac{17}{72} = \frac{289}{50184} = \frac{17}{2952}$  |
| 703 | $\frac{19}{3330}$              | $\frac{19}{703} \cdot \frac{19}{90} = \frac{361}{63270} = \frac{19}{3330}$  |
| 707 | $\frac{7}{1212}$               | $\frac{7}{707} \cdot \frac{7}{12} = \frac{49}{8484} = \frac{7}{1212}$       |
| 713 | $\frac{23}{4092}$              | $\frac{23}{713} \cdot \frac{23}{132} = \frac{529}{94116} = \frac{23}{4092}$ |
| 715 | $\frac{5}{858}$                | $\frac{5}{715} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{4290} = \frac{5}{858}$         |
| 721 | $\frac{7}{1236}$               | $\frac{7}{721} \cdot \frac{7}{12} = \frac{49}{8652} = \frac{7}{1236}$       |
| 725 | $\frac{1}{174}$                | $\frac{5}{725} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{4350} = \frac{1}{174}$         |
| 731 | $\frac{17}{3096}$              | $\frac{17}{731} \cdot \frac{17}{72} = \frac{289}{52632} = \frac{17}{3096}$  |
| 737 | $\frac{11}{2010}$              | $\frac{11}{737} \cdot \frac{11}{30} = \frac{121}{22110} = \frac{11}{2010}$  |
| 745 | $\frac{5}{894}$                | $\frac{5}{745} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{4470} = \frac{5}{894}$         |

| m   | $\min \zeta_{\text{egalitär}}$ | Vorhersage                                                                 |
|-----|--------------------------------|----------------------------------------------------------------------------|
| 749 | $\frac{7}{1284}$               | $\frac{7}{749} \cdot \frac{7}{12} = \frac{49}{8988} = \frac{7}{1284}$      |
| 755 | $\frac{5}{906}$                | $\frac{5}{755} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{4530} = \frac{5}{906}$        |
| 763 | $\frac{7}{1308}$               | $\frac{7}{763} \cdot \frac{7}{12} = \frac{49}{9156} = \frac{7}{1308}$      |
| 767 | $\frac{13}{2478}$              | $\frac{13}{767} \cdot \frac{13}{42} = \frac{169}{32214} = \frac{13}{2478}$ |
| 775 | $\frac{1}{186}$                | $\frac{5}{775} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{4650} = \frac{1}{186}$        |
| 779 | $\frac{19}{3690}$              | $\frac{19}{779} \cdot \frac{19}{90} = \frac{361}{70110} = \frac{19}{3690}$ |
| 781 | $\frac{11}{2130}$              | $\frac{11}{781} \cdot \frac{11}{30} = \frac{121}{23430} = \frac{11}{2130}$ |
| 785 | $\frac{5}{942}$                | $\frac{5}{785} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{4710} = \frac{5}{942}$        |
| 791 | $\frac{7}{1356}$               | $\frac{7}{791} \cdot \frac{7}{12} = \frac{49}{9492} = \frac{7}{1356}$      |
| 793 | $\frac{13}{2562}$              | $\frac{13}{793} \cdot \frac{13}{42} = \frac{169}{33306} = \frac{13}{2562}$ |
| 799 | $\frac{17}{3384}$              | $\frac{17}{799} \cdot \frac{17}{72} = \frac{289}{57528} = \frac{17}{3384}$ |
| 803 | $\frac{11}{2190}$              | $\frac{11}{803} \cdot \frac{11}{30} = \frac{121}{24090} = \frac{11}{2190}$ |
| 805 | $\frac{5}{966}$                | $\frac{5}{805} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{4830} = \frac{5}{966}$        |
| 815 |                                |                                                                            |
| 817 |                                |                                                                            |
| 833 |                                |                                                                            |
| 835 |                                |                                                                            |
| 845 |                                |                                                                            |
| 847 |                                |                                                                            |
| 851 |                                |                                                                            |
| 865 |                                |                                                                            |
| 869 |                                |                                                                            |
| 871 |                                |                                                                            |
| 875 |                                |                                                                            |
| 889 |                                |                                                                            |
| 893 |                                |                                                                            |
| 895 |                                |                                                                            |
| 899 |                                |                                                                            |
| 901 |                                |                                                                            |
| 905 |                                |                                                                            |
| 913 |                                |                                                                            |
| 917 |                                |                                                                            |
| 923 |                                |                                                                            |
| 925 |                                |                                                                            |
| 931 |                                |                                                                            |
| 935 |                                |                                                                            |

# A. Schranken, Beispielgewichte

## A.1.13. Minima für zusammengesetzte Zahlen

| m   | egalitär       |                                                                       | vollständig egalitär |                                                                       |
|-----|----------------|-----------------------------------------------------------------------|----------------------|-----------------------------------------------------------------------|
|     | $\zeta_{min}$  | Vorhersage                                                            | $\zeta_{min}$        | Vorhersage                                                            |
| 20  | $\frac{1}{4}$  | $\frac{10}{20} \cdot \frac{1}{2} = \frac{10}{40} = \frac{1}{4}$       | $\frac{1}{4}$        | $\frac{10}{20} \cdot \frac{1}{2} = \frac{10}{40} = \frac{1}{4}$       |
| 25  | $\frac{1}{6}$  | $\frac{5}{25} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{150} = \frac{1}{6}$       | $\frac{1}{6}$        | $\frac{5}{25} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{150} = \frac{1}{6}$       |
| 28  | $\frac{1}{6}$  | $\frac{14}{28} \cdot \frac{1}{3} = \frac{14}{84} = \frac{1}{6}$       | $\frac{1}{6}$        | $\frac{14}{28} \cdot \frac{1}{3} = \frac{14}{84} = \frac{1}{6}$       |
| 40  | $\frac{1}{8}$  | $\frac{10}{40} \cdot \frac{1}{2} = \frac{10}{80} = \frac{1}{8}$       | $\frac{1}{8}$        | $\frac{10}{40} \cdot \frac{1}{2} = \frac{10}{80} = \frac{1}{8}$       |
| 44  | $\frac{1}{10}$ | $\frac{22}{44} \cdot \frac{1}{5} = \frac{22}{220} = \frac{1}{10}$     | $\frac{1}{10}$       | $\frac{22}{44} \cdot \frac{1}{5} = \frac{22}{220} = \frac{1}{10}$     |
| 45  | $\frac{1}{10}$ | $\frac{15}{45} \cdot \frac{3}{10} = \frac{45}{450} = \frac{1}{10}$    | $\frac{1}{9}$        | $\frac{15}{45} \cdot \frac{1}{3} = \frac{15}{135} = \frac{1}{9}$      |
| 49  | $\frac{1}{12}$ | $\frac{7}{49} \cdot \frac{7}{12} = \frac{49}{588} = \frac{1}{12}$     | $\frac{1}{12}$       | $\frac{7}{49} \cdot \frac{7}{12} = \frac{49}{588} = \frac{1}{12}$     |
| 50  | $\frac{1}{10}$ | $\frac{10}{50} \cdot \frac{1}{2} = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$     | $\frac{1}{10}$       | $\frac{10}{50} \cdot \frac{1}{2} = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$     |
| 52  | $\frac{1}{12}$ | $\frac{26}{52} \cdot \frac{1}{6} = \frac{26}{312} = \frac{1}{12}$     | $\frac{1}{12}$       | $\frac{26}{52} \cdot \frac{1}{6} = \frac{26}{312} = \frac{1}{12}$     |
| 56  | $\frac{1}{12}$ | $\frac{14}{56} \cdot \frac{1}{3} = \frac{14}{168} = \frac{1}{12}$     | $\frac{1}{12}$       | $\frac{14}{56} \cdot \frac{1}{3} = \frac{14}{168} = \frac{1}{12}$     |
| 63  | $\frac{1}{14}$ | $\frac{21}{63} \cdot \frac{3}{14} = \frac{63}{882} = \frac{1}{14}$    | $\frac{1}{12}$       | $\frac{21}{63} \cdot \frac{1}{4} = \frac{21}{252} = \frac{1}{12}$     |
| 68  | $\frac{1}{16}$ | $\frac{34}{68} \cdot \frac{1}{8} = \frac{34}{544} = \frac{1}{16}$     | $\frac{1}{16}$       | $\frac{34}{68} \cdot \frac{1}{8} = \frac{34}{544} = \frac{1}{16}$     |
| 75  | $\frac{3}{50}$ | $\frac{15}{75} \cdot \frac{3}{10} = \frac{45}{750} = \frac{3}{50}$    | $\frac{1}{15}$       | $\frac{15}{75} \cdot \frac{1}{3} = \frac{15}{225} = \frac{1}{15}$     |
| 76  | $\frac{1}{18}$ | $\frac{38}{76} \cdot \frac{1}{9} = \frac{38}{684} = \frac{1}{18}$     | $\frac{1}{18}$       | $\frac{38}{76} \cdot \frac{1}{9} = \frac{38}{684} = \frac{1}{18}$     |
| 80  | $\frac{1}{16}$ | $\frac{10}{80} \cdot \frac{1}{2} = \frac{10}{160} = \frac{1}{16}$     | $\frac{1}{16}$       | $\frac{10}{80} \cdot \frac{1}{2} = \frac{10}{160} = \frac{1}{16}$     |
| 88  | $\frac{1}{20}$ | $\frac{22}{88} \cdot \frac{1}{5} = \frac{22}{440} = \frac{1}{20}$     | $\frac{1}{20}$       | $\frac{22}{88} \cdot \frac{1}{5} = \frac{22}{440} = \frac{1}{20}$     |
| 92  | $\frac{1}{22}$ | $\frac{46}{92} \cdot \frac{1}{11} = \frac{46}{1012} = \frac{1}{22}$   | $\frac{1}{22}$       | $\frac{46}{92} \cdot \frac{1}{11} = \frac{46}{1012} = \frac{1}{22}$   |
| 98  | $\frac{1}{21}$ | $\frac{14}{98} \cdot \frac{1}{3} = \frac{14}{294} = \frac{1}{21}$     | $\frac{1}{21}$       | $\frac{14}{98} \cdot \frac{1}{3} = \frac{14}{294} = \frac{1}{21}$     |
| 99  | $\frac{1}{22}$ | $\frac{33}{99} \cdot \frac{3}{22} = \frac{99}{2178} = \frac{1}{22}$   | $\frac{1}{21}$       | $\frac{33}{99} \cdot \frac{1}{7} = \frac{33}{693} = \frac{1}{21}$     |
| 100 | $\frac{1}{20}$ | $\frac{10}{100} \cdot \frac{1}{2} = \frac{10}{200} = \frac{1}{20}$    | $\frac{1}{20}$       | $\frac{10}{100} \cdot \frac{1}{2} = \frac{10}{200} = \frac{1}{20}$    |
| 104 | $\frac{1}{24}$ | $\frac{26}{104} \cdot \frac{1}{6} = \frac{26}{624} = \frac{1}{24}$    | $\frac{1}{24}$       | $\frac{26}{104} \cdot \frac{1}{6} = \frac{26}{624} = \frac{1}{24}$    |
| 112 | $\frac{1}{24}$ | $\frac{14}{112} \cdot \frac{1}{3} = \frac{14}{336} = \frac{1}{24}$    | $\frac{1}{24}$       | $\frac{14}{112} \cdot \frac{1}{3} = \frac{14}{336} = \frac{1}{24}$    |
| 116 | $\frac{1}{28}$ | $\frac{58}{116} \cdot \frac{1}{14} = \frac{58}{1624} = \frac{1}{28}$  | $\frac{1}{28}$       | $\frac{58}{116} \cdot \frac{1}{14} = \frac{58}{1624} = \frac{1}{28}$  |
| 117 | $\frac{1}{26}$ | $\frac{39}{117} \cdot \frac{3}{26} = \frac{117}{3042} = \frac{1}{26}$ | $\frac{1}{24}$       | $\frac{39}{117} \cdot \frac{1}{8} = \frac{39}{936} = \frac{1}{24}$    |
| 121 | $\frac{1}{30}$ | $\frac{11}{121} \cdot \frac{1}{11} = \frac{121}{3630} = \frac{1}{30}$ | $\frac{1}{30}$       | $\frac{11}{121} \cdot \frac{1}{11} = \frac{121}{3630} = \frac{1}{30}$ |
| 124 | $\frac{1}{30}$ | $\frac{62}{124} \cdot \frac{1}{15} = \frac{62}{1860} = \frac{1}{30}$  | $\frac{1}{30}$       | $\frac{62}{124} \cdot \frac{1}{15} = \frac{62}{1860} = \frac{1}{30}$  |
| 125 | $\frac{1}{30}$ | $\frac{5}{125} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{750} = \frac{1}{30}$     | $\frac{1}{30}$       | $\frac{5}{125} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{750} = \frac{1}{30}$     |
| 135 | $\frac{1}{30}$ | $\frac{15}{135} \cdot \frac{3}{10} = \frac{45}{1350} = \frac{1}{30}$  | $\frac{1}{27}$       | $\frac{15}{135} \cdot \frac{1}{3} = \frac{15}{405} = \frac{1}{27}$    |
| 136 | $\frac{1}{32}$ | $\frac{34}{136} \cdot \frac{1}{8} = \frac{34}{1088} = \frac{1}{32}$   | $\frac{1}{32}$       | $\frac{34}{136} \cdot \frac{1}{8} = \frac{34}{1088} = \frac{1}{32}$   |
| 140 | $\frac{1}{20}$ | $\frac{70}{140} \cdot \frac{1}{10} = \frac{70}{1400} = \frac{1}{20}$  | $\frac{1}{14}$       | $\frac{70}{140} \cdot \frac{1}{7} = \frac{70}{980} = \frac{1}{14}$    |
| 147 | $\frac{3}{98}$ | $\frac{21}{147} \cdot \frac{3}{14} = \frac{63}{2058} = \frac{3}{98}$  | $\frac{1}{28}$       | $\frac{21}{147} \cdot \frac{1}{4} = \frac{21}{588} = \frac{1}{28}$    |
| 148 | $\frac{1}{36}$ | $\frac{74}{148} \cdot \frac{1}{18} = \frac{74}{2664} = \frac{1}{36}$  | $\frac{1}{36}$       | $\frac{74}{148} \cdot \frac{1}{18} = \frac{74}{2664} = \frac{1}{36}$  |
| 152 | $\frac{1}{36}$ | $\frac{38}{152} \cdot \frac{1}{9} = \frac{38}{1368} = \frac{1}{36}$   | $\frac{1}{36}$       | $\frac{38}{152} \cdot \frac{1}{9} = \frac{38}{1368} = \frac{1}{36}$   |
| 153 | $\frac{1}{34}$ | $\frac{51}{153} \cdot \frac{3}{34} = \frac{153}{5202} = \frac{1}{34}$ | $\frac{1}{33}$       | $\frac{51}{153} \cdot \frac{1}{11} = \frac{51}{1683} = \frac{1}{33}$  |
| 160 | $\frac{1}{32}$ | $\frac{10}{160} \cdot \frac{1}{2} = \frac{10}{320} = \frac{1}{32}$    | $\frac{1}{32}$       | $\frac{10}{160} \cdot \frac{1}{2} = \frac{10}{320} = \frac{1}{32}$    |
| 164 | $\frac{1}{40}$ | $\frac{82}{164} \cdot \frac{1}{20} = \frac{82}{3280} = \frac{1}{40}$  | $\frac{1}{40}$       | $\frac{82}{164} \cdot \frac{1}{20} = \frac{82}{3280} = \frac{1}{40}$  |

A. Schranken, Beispielgewichte

| m   | egalitär        |                                                         |                   |                | vollständig egalitär                                    |                  |                |                |
|-----|-----------------|---------------------------------------------------------|-------------------|----------------|---------------------------------------------------------|------------------|----------------|----------------|
|     | $\zeta_{min}$   | Vorhersage                                              |                   |                | $\zeta_{min}$                                           | Vorhersage       |                |                |
| 169 | $\frac{1}{42}$  | $\frac{13}{169} \cdot \frac{13}{42} = \frac{169}{7098}$ | $= \frac{1}{42}$  | $\frac{1}{42}$ | $\frac{13}{169} \cdot \frac{13}{42} = \frac{169}{7098}$ | $= \frac{1}{42}$ | $\frac{1}{42}$ | $\frac{1}{42}$ |
| 171 | $\frac{1}{38}$  | $\frac{57}{171} \cdot \frac{3}{4} = \frac{171}{6498}$   | $= \frac{1}{38}$  | $\frac{1}{36}$ | $\frac{57}{171} \cdot \frac{1}{12} = \frac{2052}{36}$   | $= \frac{1}{36}$ | $\frac{1}{36}$ | $\frac{1}{36}$ |
| 172 | $\frac{1}{42}$  | $\frac{86}{172} \cdot \frac{1}{21} = \frac{86}{3612}$   | $= \frac{1}{42}$  | $\frac{1}{42}$ | $\frac{86}{172} \cdot \frac{1}{21} = \frac{86}{3612}$   | $= \frac{1}{42}$ | $\frac{1}{42}$ | $\frac{1}{42}$ |
| 175 | $\frac{1}{42}$  | $\frac{35}{175} \cdot \frac{5}{42} = \frac{175}{7350}$  | $= \frac{1}{42}$  | $\frac{1}{40}$ | $\frac{35}{175} \cdot \frac{1}{8} = \frac{1400}{40}$    | $= \frac{1}{40}$ | $\frac{1}{40}$ | $\frac{1}{40}$ |
| 176 | $\frac{1}{40}$  | $\frac{22}{176} \cdot \frac{1}{5} = \frac{880}{40}$     | $= \frac{1}{40}$  | $\frac{1}{40}$ | $\frac{22}{176} \cdot \frac{1}{5} = \frac{880}{40}$     | $= \frac{1}{40}$ | $\frac{1}{40}$ | $\frac{1}{40}$ |
| 184 | $\frac{1}{44}$  | $\frac{46}{184} \cdot \frac{1}{11} = \frac{2024}{44}$   | $= \frac{1}{44}$  | $\frac{1}{44}$ | $\frac{46}{184} \cdot \frac{1}{11} = \frac{2024}{44}$   | $= \frac{1}{44}$ | $\frac{1}{44}$ | $\frac{1}{44}$ |
| 188 | $\frac{1}{46}$  | $\frac{94}{188} \cdot \frac{1}{23} = \frac{4324}{46}$   | $= \frac{1}{46}$  | $\frac{1}{46}$ | $\frac{94}{188} \cdot \frac{1}{23} = \frac{4324}{46}$   | $= \frac{1}{46}$ | $\frac{1}{46}$ | $\frac{1}{46}$ |
| 189 | $\frac{1}{42}$  | $\frac{21}{189} \cdot \frac{3}{14} = \frac{63}{2646}$   | $= \frac{1}{42}$  | $\frac{1}{36}$ | $\frac{21}{189} \cdot \frac{1}{4} = \frac{756}{36}$     | $= \frac{1}{36}$ | $\frac{1}{36}$ | $\frac{1}{36}$ |
| 196 | $\frac{1}{42}$  | $\frac{14}{196} \cdot \frac{1}{3} = \frac{588}{42}$     | $= \frac{1}{42}$  | $\frac{1}{42}$ | $\frac{14}{196} \cdot \frac{1}{3} = \frac{588}{42}$     | $= \frac{1}{42}$ | $\frac{1}{42}$ | $\frac{1}{42}$ |
| 200 | $\frac{1}{40}$  | $\frac{10}{200} \cdot \frac{1}{2} = \frac{400}{40}$     | $= \frac{1}{40}$  | $\frac{1}{40}$ | $\frac{10}{200} \cdot \frac{1}{2} = \frac{400}{40}$     | $= \frac{1}{40}$ | $\frac{1}{40}$ | $\frac{1}{40}$ |
| 207 | $\frac{1}{46}$  | $\frac{69}{207} \cdot \frac{3}{46} = \frac{9522}{46}$   | $= \frac{1}{46}$  | $\frac{1}{45}$ | $\frac{69}{207} \cdot \frac{1}{15} = \frac{3105}{45}$   | $= \frac{1}{45}$ | $\frac{1}{45}$ | $\frac{1}{45}$ |
| 208 | $\frac{1}{48}$  | $\frac{26}{208} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1248}{48}$    | $= \frac{1}{48}$  | $\frac{1}{48}$ | $\frac{26}{208} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1248}{48}$    | $= \frac{1}{48}$ | $\frac{1}{48}$ | $\frac{1}{48}$ |
| 212 | $\frac{1}{52}$  | $\frac{106}{212} \cdot \frac{1}{26} = \frac{5512}{52}$  | $= \frac{1}{52}$  | $\frac{1}{52}$ | $\frac{106}{212} \cdot \frac{1}{26} = \frac{5512}{52}$  | $= \frac{1}{52}$ | $\frac{1}{52}$ | $\frac{1}{52}$ |
| 220 | $\frac{1}{44}$  | $\frac{110}{220} \cdot \frac{1}{22} = \frac{4840}{44}$  | $= \frac{1}{44}$  | $\frac{1}{40}$ | $\frac{110}{220} \cdot \frac{1}{20} = \frac{4400}{40}$  | $= \frac{1}{40}$ | $\frac{1}{40}$ | $\frac{1}{40}$ |
| 224 | $\frac{1}{48}$  | $\frac{14}{224} \cdot \frac{1}{3} = \frac{672}{48}$     | $= \frac{1}{48}$  | $\frac{1}{48}$ | $\frac{14}{224} \cdot \frac{1}{3} = \frac{672}{48}$     | $= \frac{1}{48}$ | $\frac{1}{48}$ | $\frac{1}{48}$ |
| 225 | $\frac{1}{50}$  | $\frac{15}{225} \cdot \frac{3}{10} = \frac{2250}{50}$   | $= \frac{1}{50}$  | $\frac{1}{45}$ | $\frac{15}{225} \cdot \frac{1}{3} = \frac{675}{45}$     | $= \frac{1}{45}$ | $\frac{1}{45}$ | $\frac{1}{45}$ |
| 232 | $\frac{1}{56}$  | $\frac{58}{232} \cdot \frac{1}{14} = \frac{3248}{56}$   | $= \frac{1}{56}$  | $\frac{1}{56}$ | $\frac{58}{232} \cdot \frac{1}{14} = \frac{3248}{56}$   | $= \frac{1}{56}$ | $\frac{1}{56}$ | $\frac{1}{56}$ |
| 236 | $\frac{1}{58}$  | $\frac{118}{236} \cdot \frac{1}{29} = \frac{6844}{58}$  | $= \frac{1}{58}$  | $\frac{1}{58}$ | $\frac{118}{236} \cdot \frac{1}{29} = \frac{6844}{58}$  | $= \frac{1}{58}$ | $\frac{1}{58}$ | $\frac{1}{58}$ |
| 242 | $\frac{1}{55}$  | $\frac{22}{242} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1210}{55}$    | $= \frac{1}{55}$  | $\frac{1}{55}$ | $\frac{22}{242} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1210}{55}$    | $= \frac{1}{55}$ | $\frac{1}{55}$ | $\frac{1}{55}$ |
| 244 | $\frac{1}{60}$  | $\frac{122}{244} \cdot \frac{1}{30} = \frac{7320}{60}$  | $= \frac{1}{60}$  | $\frac{1}{60}$ | $\frac{122}{244} \cdot \frac{1}{30} = \frac{7320}{60}$  | $= \frac{1}{60}$ | $\frac{1}{60}$ | $\frac{1}{60}$ |
| 245 | $\frac{5}{294}$ | $\frac{35}{245} \cdot \frac{3}{42} = \frac{10290}{294}$ | $= \frac{5}{294}$ | $\frac{1}{56}$ | $\frac{35}{245} \cdot \frac{1}{8} = \frac{1960}{56}$    | $= \frac{1}{56}$ | $\frac{1}{56}$ | $\frac{1}{56}$ |
| 248 | $\frac{1}{60}$  | $\frac{62}{248} \cdot \frac{1}{15} = \frac{3720}{60}$   | $= \frac{1}{60}$  | $\frac{1}{60}$ | $\frac{62}{248} \cdot \frac{1}{15} = \frac{3720}{60}$   | $= \frac{1}{60}$ | $\frac{1}{60}$ | $\frac{1}{60}$ |
| 250 | $\frac{1}{50}$  | $\frac{10}{250} \cdot \frac{1}{2} = \frac{500}{50}$     | $= \frac{1}{50}$  | $\frac{1}{50}$ | $\frac{10}{250} \cdot \frac{1}{2} = \frac{500}{50}$     | $= \frac{1}{50}$ | $\frac{1}{50}$ | $\frac{1}{50}$ |
| 260 | $\frac{1}{52}$  | $\frac{130}{260} \cdot \frac{1}{26} = \frac{6760}{52}$  | $= \frac{1}{52}$  | $\frac{1}{48}$ | $\frac{130}{260} \cdot \frac{1}{24} = \frac{6240}{48}$  | $= \frac{1}{48}$ | $\frac{1}{48}$ | $\frac{1}{48}$ |
| 261 | $\frac{1}{58}$  | $\frac{87}{261} \cdot \frac{3}{58} = \frac{15138}{58}$  | $= \frac{1}{58}$  | $\frac{1}{57}$ | $\frac{87}{261} \cdot \frac{1}{19} = \frac{4959}{57}$   | $= \frac{1}{57}$ | $\frac{1}{57}$ | $\frac{1}{57}$ |
| 268 | $\frac{1}{66}$  | $\frac{134}{268} \cdot \frac{1}{33} = \frac{8844}{66}$  | $= \frac{1}{66}$  | $\frac{1}{66}$ | $\frac{134}{268} \cdot \frac{1}{33} = \frac{8844}{66}$  | $= \frac{1}{66}$ | $\frac{1}{66}$ | $\frac{1}{66}$ |
| 272 | $\frac{1}{64}$  | $\frac{34}{272} \cdot \frac{1}{8} = \frac{2176}{64}$    | $= \frac{1}{64}$  | $\frac{1}{64}$ | $\frac{34}{272} \cdot \frac{1}{8} = \frac{2176}{64}$    | $= \frac{1}{64}$ | $\frac{1}{64}$ | $\frac{1}{64}$ |
| 275 | $\frac{1}{66}$  | $\frac{55}{275} \cdot \frac{5}{66} = \frac{18150}{66}$  | $= \frac{1}{66}$  | $\frac{1}{60}$ | $\frac{55}{275} \cdot \frac{1}{12} = \frac{3300}{60}$   | $= \frac{1}{60}$ | $\frac{1}{60}$ | $\frac{1}{60}$ |
| 279 | $\frac{1}{62}$  | $\frac{93}{279} \cdot \frac{3}{62} = \frac{17298}{62}$  | $= \frac{1}{62}$  | $\frac{1}{60}$ | $\frac{93}{279} \cdot \frac{1}{20} = \frac{5580}{60}$   | $= \frac{1}{60}$ | $\frac{1}{60}$ | $\frac{1}{60}$ |
| 280 | $\frac{1}{40}$  | $\frac{70}{280} \cdot \frac{1}{10} = \frac{2800}{40}$   | $= \frac{1}{40}$  | $\frac{1}{28}$ | $\frac{70}{280} \cdot \frac{1}{7} = \frac{1960}{28}$    | $= \frac{1}{28}$ | $\frac{1}{28}$ | $\frac{1}{28}$ |
| 284 | $\frac{1}{70}$  | $\frac{142}{284} \cdot \frac{1}{35} = \frac{9940}{70}$  | $= \frac{1}{70}$  | $\frac{1}{70}$ | $\frac{142}{284} \cdot \frac{1}{35} = \frac{9940}{70}$  | $= \frac{1}{70}$ | $\frac{1}{70}$ | $\frac{1}{70}$ |
| 289 | $\frac{1}{72}$  | $\frac{17}{289} \cdot \frac{1}{72} = \frac{20808}{72}$  | $= \frac{1}{72}$  | $\frac{1}{72}$ | $\frac{17}{289} \cdot \frac{1}{72} = \frac{20808}{72}$  | $= \frac{1}{72}$ | $\frac{1}{72}$ | $\frac{1}{72}$ |
| 292 | $\frac{1}{72}$  | $\frac{146}{292} \cdot \frac{1}{36} = \frac{10512}{72}$ | $= \frac{1}{72}$  | $\frac{1}{72}$ | $\frac{146}{292} \cdot \frac{1}{36} = \frac{10512}{72}$ | $= \frac{1}{72}$ | $\frac{1}{72}$ | $\frac{1}{72}$ |
| 296 | $\frac{1}{72}$  | $\frac{74}{296} \cdot \frac{1}{18} = \frac{5328}{72}$   | $= \frac{1}{72}$  | $\frac{1}{72}$ | $\frac{74}{296} \cdot \frac{1}{18} = \frac{5328}{72}$   | $= \frac{1}{72}$ | $\frac{1}{72}$ | $\frac{1}{72}$ |
| 297 | $\frac{1}{66}$  | $\frac{33}{297} \cdot \frac{3}{22} = \frac{6534}{66}$   | $= \frac{1}{66}$  | $\frac{1}{63}$ | $\frac{33}{297} \cdot \frac{1}{7} = \frac{2079}{63}$    | $= \frac{1}{63}$ | $\frac{1}{63}$ | $\frac{1}{63}$ |
| 304 | $\frac{1}{72}$  | $\frac{38}{304} \cdot \frac{1}{9} = \frac{2736}{72}$    | $= \frac{1}{72}$  | $\frac{1}{72}$ | $\frac{38}{304} \cdot \frac{1}{9} = \frac{2736}{72}$    | $= \frac{1}{72}$ | $\frac{1}{72}$ | $\frac{1}{72}$ |

A. Schranken, Beispielgewichte

| m   | egalitär        |                                                                          |                   | vollständig egalitär                                                           |            |  |
|-----|-----------------|--------------------------------------------------------------------------|-------------------|--------------------------------------------------------------------------------|------------|--|
|     | $\zeta_{min}$   | Vorhersage                                                               |                   | $\zeta_{min}$                                                                  | Vorhersage |  |
| 308 | $\frac{1}{66}$  | $\frac{154}{308} \cdot \frac{1}{33} = \frac{154}{10164} = \frac{1}{66}$  | $\frac{2}{129}$   | $\frac{154}{308} \cdot \frac{4}{129} = \frac{616}{39732} = \frac{2}{129}$      |            |  |
| 315 | $\frac{1}{70}$  | $\frac{105}{315} \cdot \frac{1}{3} = \frac{315}{22050} = \frac{1}{70}$   | $\frac{25}{1446}$ | $\frac{105}{315} \cdot \frac{25}{482} = \frac{2625}{151830} = \frac{25}{1446}$ |            |  |
| 316 | $\frac{1}{78}$  | $\frac{158}{316} \cdot \frac{1}{39} = \frac{158}{12324} = \frac{1}{78}$  | $\frac{1}{78}$    | $\frac{158}{316} \cdot \frac{1}{39} = \frac{158}{12324} = \frac{1}{78}$        |            |  |
| 320 | $\frac{1}{64}$  | $\frac{10}{320} \cdot \frac{1}{2} = \frac{10}{640} = \frac{1}{64}$       | $\frac{1}{64}$    | $\frac{10}{320} \cdot \frac{1}{2} = \frac{10}{640} = \frac{1}{64}$             |            |  |
| 325 | $\frac{1}{78}$  | $\frac{65}{325} \cdot \frac{5}{78} = \frac{325}{25350} = \frac{1}{78}$   | $\frac{1}{75}$    | $\frac{65}{325} \cdot \frac{1}{15} = \frac{65}{4875} = \frac{1}{75}$           |            |  |
| 328 | $\frac{1}{80}$  | $\frac{82}{328} \cdot \frac{1}{20} = \frac{82}{6560} = \frac{1}{80}$     | $\frac{1}{80}$    | $\frac{82}{328} \cdot \frac{1}{20} = \frac{82}{6560} = \frac{1}{80}$           |            |  |
| 332 | $\frac{1}{82}$  | $\frac{166}{332} \cdot \frac{1}{41} = \frac{166}{13612} = \frac{1}{82}$  | $\frac{1}{82}$    | $\frac{166}{332} \cdot \frac{1}{41} = \frac{166}{13612} = \frac{1}{82}$        |            |  |
| 333 | $\frac{1}{74}$  | $\frac{111}{333} \cdot \frac{3}{74} = \frac{333}{24642} = \frac{1}{74}$  | $\frac{1}{72}$    | $\frac{111}{333} \cdot \frac{1}{24} = \frac{111}{7992} = \frac{1}{72}$         |            |  |
| 338 | $\frac{1}{78}$  | $\frac{26}{338} \cdot \frac{1}{6} = \frac{26}{2028} = \frac{1}{78}$      | $\frac{1}{78}$    | $\frac{26}{338} \cdot \frac{1}{6} = \frac{26}{2028} = \frac{1}{78}$            |            |  |
| 340 | $\frac{1}{68}$  | $\frac{170}{340} \cdot \frac{1}{34} = \frac{170}{11560} = \frac{1}{68}$  | $\frac{1}{64}$    | $\frac{170}{340} \cdot \frac{1}{32} = \frac{170}{10880} = \frac{1}{64}$        |            |  |
| 343 | $\frac{1}{84}$  | $\frac{7}{343} \cdot \frac{1}{12} = \frac{49}{4116} = \frac{1}{84}$      | $\frac{1}{84}$    | $\frac{7}{343} \cdot \frac{1}{7} = \frac{49}{4116} = \frac{1}{84}$             |            |  |
| 344 | $\frac{1}{84}$  | $\frac{86}{344} \cdot \frac{1}{21} = \frac{86}{7224} = \frac{1}{84}$     | $\frac{1}{84}$    | $\frac{86}{344} \cdot \frac{1}{21} = \frac{86}{7224} = \frac{1}{84}$           |            |  |
| 350 | $\frac{1}{50}$  | $\frac{70}{350} \cdot \frac{1}{10} = \frac{70}{3500} = \frac{1}{50}$     | $\frac{1}{35}$    | $\frac{70}{350} \cdot \frac{1}{7} = \frac{70}{2450} = \frac{1}{35}$            |            |  |
| 351 | $\frac{1}{78}$  | $\frac{39}{351} \cdot \frac{3}{26} = \frac{117}{9126} = \frac{1}{78}$    | $\frac{1}{72}$    | $\frac{39}{351} \cdot \frac{1}{8} = \frac{39}{2808} = \frac{1}{72}$            |            |  |
| 352 | $\frac{1}{80}$  | $\frac{22}{352} \cdot \frac{1}{5} = \frac{22}{1760} = \frac{1}{80}$      | $\frac{1}{80}$    | $\frac{22}{352} \cdot \frac{1}{5} = \frac{22}{1760} = \frac{1}{80}$            |            |  |
| 356 | $\frac{1}{88}$  | $\frac{178}{356} \cdot \frac{1}{44} = \frac{178}{15664} = \frac{1}{88}$  | $\frac{1}{88}$    | $\frac{178}{356} \cdot \frac{1}{44} = \frac{178}{15664} = \frac{1}{88}$        |            |  |
| 361 | $\frac{1}{90}$  | $\frac{356}{361} \cdot \frac{1}{19} = \frac{356}{6859} = \frac{1}{90}$   | $\frac{1}{90}$    | $\frac{356}{361} \cdot \frac{1}{19} = \frac{356}{6859} = \frac{1}{90}$         |            |  |
| 363 | $\frac{3}{242}$ | $\frac{33}{363} \cdot \frac{3}{22} = \frac{99}{7986} = \frac{3}{242}$    | $\frac{1}{77}$    | $\frac{33}{363} \cdot \frac{1}{7} = \frac{33}{2541} = \frac{1}{77}$            |            |  |
| 364 | $\frac{1}{78}$  | $\frac{182}{364} \cdot \frac{1}{39} = \frac{182}{14196} = \frac{1}{78}$  | $\frac{1}{76}$    | $\frac{182}{364} \cdot \frac{1}{38} = \frac{182}{13832} = \frac{1}{76}$        |            |  |
| 368 | $\frac{1}{88}$  | $\frac{46}{368} \cdot \frac{1}{11} = \frac{46}{4048} = \frac{1}{88}$     | $\frac{1}{88}$    | $\frac{46}{368} \cdot \frac{1}{11} = \frac{46}{4048} = \frac{1}{88}$           |            |  |
| 369 | $\frac{1}{82}$  | $\frac{123}{369} \cdot \frac{3}{82} = \frac{369}{30258} = \frac{1}{82}$  | $\frac{1}{81}$    | $\frac{123}{369} \cdot \frac{1}{27} = \frac{123}{9963} = \frac{1}{81}$         |            |  |
| 375 | $\frac{3}{250}$ | $\frac{15}{375} \cdot \frac{3}{10} = \frac{45}{3750} = \frac{3}{250}$    | $\frac{1}{75}$    | $\frac{15}{375} \cdot \frac{1}{3} = \frac{15}{1125} = \frac{1}{75}$            |            |  |
| 376 | $\frac{1}{92}$  | $\frac{94}{376} \cdot \frac{1}{23} = \frac{94}{8648} = \frac{1}{92}$     | $\frac{1}{92}$    | $\frac{94}{376} \cdot \frac{1}{23} = \frac{94}{8648} = \frac{1}{92}$           |            |  |
| 380 | $\frac{1}{76}$  | $\frac{190}{380} \cdot \frac{1}{38} = \frac{190}{14440} = \frac{1}{76}$  | $\frac{3}{220}$   | $\frac{190}{380} \cdot \frac{3}{110} = \frac{570}{41800} = \frac{3}{220}$      |            |  |
| 387 | $\frac{1}{86}$  | $\frac{129}{387} \cdot \frac{3}{86} = \frac{387}{33282} = \frac{1}{86}$  | $\frac{1}{84}$    | $\frac{129}{387} \cdot \frac{1}{28} = \frac{129}{10836} = \frac{1}{84}$        |            |  |
| 388 | $\frac{1}{96}$  | $\frac{194}{388} \cdot \frac{1}{48} = \frac{194}{18624} = \frac{1}{96}$  | $\frac{1}{96}$    | $\frac{194}{388} \cdot \frac{1}{48} = \frac{194}{18624} = \frac{1}{96}$        |            |  |
| 392 | $\frac{1}{84}$  | $\frac{14}{392} \cdot \frac{1}{3} = \frac{14}{1176} = \frac{1}{84}$      | $\frac{1}{84}$    | $\frac{14}{392} \cdot \frac{1}{3} = \frac{14}{1176} = \frac{1}{84}$            |            |  |
| 400 | $\frac{1}{80}$  | $\frac{10}{400} \cdot \frac{1}{2} = \frac{10}{800} = \frac{1}{80}$       | $\frac{1}{80}$    | $\frac{10}{400} \cdot \frac{1}{2} = \frac{10}{800} = \frac{1}{80}$             |            |  |
| 404 | $\frac{1}{100}$ | $\frac{202}{404} \cdot \frac{1}{50} = \frac{202}{20200} = \frac{1}{100}$ | $\frac{1}{100}$   | $\frac{202}{404} \cdot \frac{1}{50} = \frac{202}{20200} = \frac{1}{100}$       |            |  |
| 405 | $\frac{1}{90}$  | $\frac{15}{405} \cdot \frac{3}{10} = \frac{45}{4050} = \frac{1}{90}$     | $\frac{1}{81}$    | $\frac{15}{405} \cdot \frac{1}{3} = \frac{15}{1215} = \frac{1}{81}$            |            |  |
| 412 | $\frac{1}{102}$ | $\frac{206}{412} \cdot \frac{1}{51} = \frac{206}{21012} = \frac{1}{102}$ | $\frac{1}{102}$   | $\frac{206}{412} \cdot \frac{1}{51} = \frac{206}{21012} = \frac{1}{102}$       |            |  |
| 416 | $\frac{1}{96}$  | $\frac{26}{416} \cdot \frac{1}{6} = \frac{26}{2496} = \frac{1}{96}$      | $\frac{1}{96}$    | $\frac{26}{416} \cdot \frac{1}{6} = \frac{26}{2496} = \frac{1}{96}$            |            |  |
| 423 | $\frac{1}{94}$  | $\frac{141}{423} \cdot \frac{3}{94} = \frac{423}{39762} = \frac{1}{94}$  | $\frac{1}{93}$    | $\frac{141}{423} \cdot \frac{1}{31} = \frac{141}{13113} = \frac{1}{93}$        |            |  |
| 424 | $\frac{1}{104}$ | $\frac{106}{424} \cdot \frac{1}{26} = \frac{106}{11024} = \frac{1}{104}$ | $\frac{1}{104}$   | $\frac{106}{424} \cdot \frac{1}{26} = \frac{106}{11024} = \frac{1}{104}$       |            |  |
| 425 | $\frac{1}{102}$ | $\frac{85}{425} \cdot \frac{5}{102} = \frac{425}{43350} = \frac{1}{102}$ | $\frac{1}{100}$   | $\frac{85}{425} \cdot \frac{1}{20} = \frac{85}{8500} = \frac{1}{100}$          |            |  |
| 428 | $\frac{1}{106}$ | $\frac{214}{428} \cdot \frac{1}{53} = \frac{214}{22684} = \frac{1}{106}$ | $\frac{1}{106}$   | $\frac{214}{428} \cdot \frac{1}{53} = \frac{214}{22684} = \frac{1}{106}$       |            |  |

A. Schranken, Beispielgewichte

| m   | $\zeta_{min}$   | egalitär<br>Vorhersage                                                   | $\zeta_{min}$   | vollständig egalitär<br>Vorhersage                                          |
|-----|-----------------|--------------------------------------------------------------------------|-----------------|-----------------------------------------------------------------------------|
| 436 | $\frac{1}{108}$ | $\frac{218}{436} \cdot \frac{1}{54} = \frac{218}{23544} = \frac{1}{108}$ | $\frac{1}{108}$ | $\frac{218}{436} \cdot \frac{1}{54} = \frac{218}{23544} = \frac{1}{108}$    |
| 440 | $\frac{1}{88}$  | $\frac{110}{440} \cdot \frac{1}{22} = \frac{110}{9680} = \frac{1}{88}$   | $\frac{1}{88}$  | $\frac{110}{440} \cdot \frac{1}{20} = \frac{110}{8800} = \frac{1}{80}$      |
| 441 | $\frac{1}{98}$  | $\frac{21}{441} \cdot \frac{1}{3} = \frac{63}{6174} = \frac{1}{98}$      | $\frac{1}{84}$  | $\frac{21}{441} \cdot \frac{1}{4} = \frac{21}{1764} = \frac{1}{84}$         |
| 448 | $\frac{1}{96}$  | $\frac{14}{448} \cdot \frac{1}{3} = \frac{14}{1344} = \frac{1}{96}$      | $\frac{1}{96}$  | $\frac{14}{448} \cdot \frac{1}{3} = \frac{14}{1344} = \frac{1}{96}$         |
| 452 | $\frac{1}{112}$ | $\frac{226}{452} \cdot \frac{1}{56} = \frac{226}{25312} = \frac{1}{112}$ | $\frac{1}{112}$ | $\frac{226}{452} \cdot \frac{1}{56} = \frac{226}{25312} = \frac{1}{112}$    |
| 459 | $\frac{1}{102}$ | $\frac{51}{459} \cdot \frac{1}{3} = \frac{153}{15606} = \frac{1}{102}$   | $\frac{1}{99}$  | $\frac{51}{459} \cdot \frac{1}{11} = \frac{5049}{5049} = \frac{1}{99}$      |
| 460 | $\frac{1}{92}$  | $\frac{230}{460} \cdot \frac{1}{46} = \frac{230}{21160} = \frac{1}{92}$  | $\frac{1}{88}$  | $\frac{230}{460} \cdot \frac{1}{44} = \frac{230}{20240} = \frac{1}{88}$     |
| 464 | $\frac{1}{112}$ | $\frac{58}{464} \cdot \frac{1}{14} = \frac{58}{6496} = \frac{1}{112}$    | $\frac{1}{112}$ | $\frac{58}{464} \cdot \frac{1}{14} = \frac{58}{6496} = \frac{1}{112}$       |
| 472 | $\frac{1}{116}$ | $\frac{118}{472} \cdot \frac{1}{29} = \frac{118}{13688} = \frac{1}{116}$ | $\frac{1}{116}$ | $\frac{118}{472} \cdot \frac{1}{29} = \frac{118}{13688} = \frac{1}{116}$    |
| 475 | $\frac{1}{114}$ | $\frac{95}{475} \cdot \frac{1}{5} = \frac{475}{51150} = \frac{1}{114}$   | $\frac{1}{110}$ | $\frac{95}{475} \cdot \frac{1}{22} = \frac{10450}{10450} = \frac{1}{110}$   |
| 476 | $\frac{1}{102}$ | $\frac{238}{476} \cdot \frac{1}{51} = \frac{238}{24276} = \frac{1}{102}$ | $\frac{1}{102}$ | $\frac{238}{476} \cdot \frac{1}{51} = \frac{238}{24276} = \frac{1}{102}$    |
| 477 | $\frac{1}{106}$ | $\frac{159}{477} \cdot \frac{1}{3} = \frac{477}{50562} = \frac{1}{106}$  | $\frac{1}{105}$ | $\frac{159}{477} \cdot \frac{1}{35} = \frac{16695}{16695} = \frac{1}{105}$  |
| 484 | $\frac{1}{110}$ | $\frac{22}{484} \cdot \frac{1}{5} = \frac{22}{2420} = \frac{1}{110}$     | $\frac{1}{110}$ | $\frac{22}{484} \cdot \frac{1}{5} = \frac{22}{2420} = \frac{1}{110}$        |
| 488 | $\frac{1}{120}$ | $\frac{122}{488} \cdot \frac{1}{30} = \frac{122}{14640} = \frac{1}{120}$ | $\frac{1}{120}$ | $\frac{122}{488} \cdot \frac{1}{30} = \frac{122}{14640} = \frac{1}{120}$    |
| 490 | $\frac{1}{70}$  | $\frac{70}{490} \cdot \frac{1}{10} = \frac{70}{4900} = \frac{1}{70}$     | $\frac{1}{49}$  | $\frac{70}{490} \cdot \frac{1}{7} = \frac{70}{3430} = \frac{1}{49}$         |
| 495 | $\frac{1}{110}$ | $\frac{165}{495} \cdot \frac{1}{3} = \frac{495}{54450} = \frac{1}{110}$  | $\frac{1}{90}$  | $\frac{165}{495} \cdot \frac{1}{30} = \frac{165}{14850} = \frac{1}{90}$     |
| 496 | $\frac{1}{120}$ | $\frac{62}{496} \cdot \frac{1}{15} = \frac{62}{7440} = \frac{1}{120}$    | $\frac{1}{120}$ | $\frac{62}{496} \cdot \frac{1}{15} = \frac{62}{7440} = \frac{1}{120}$       |
| 500 | $\frac{1}{100}$ | $\frac{10}{500} \cdot \frac{1}{2} = \frac{10}{1000} = \frac{1}{100}$     | $\frac{1}{100}$ | $\frac{10}{500} \cdot \frac{1}{2} = \frac{10}{1000} = \frac{1}{100}$        |
| 507 | $\frac{3}{338}$ | $\frac{39}{507} \cdot \frac{1}{26} = \frac{117}{13182} = \frac{3}{338}$  | $\frac{1}{104}$ | $\frac{39}{507} \cdot \frac{1}{8} = \frac{39}{4056} = \frac{1}{104}$        |
| 508 | $\frac{1}{126}$ | $\frac{254}{508} \cdot \frac{1}{63} = \frac{254}{32004} = \frac{1}{126}$ | $\frac{1}{126}$ | $\frac{254}{508} \cdot \frac{1}{63} = \frac{254}{32004} = \frac{1}{126}$    |
| 513 | $\frac{1}{114}$ | $\frac{57}{513} \cdot \frac{1}{38} = \frac{171}{19494} = \frac{1}{114}$  | $\frac{1}{108}$ | $\frac{57}{513} \cdot \frac{1}{12} = \frac{57}{6156} = \frac{1}{108}$       |
| 520 | $\frac{1}{104}$ | $\frac{130}{520} \cdot \frac{1}{26} = \frac{130}{13520} = \frac{1}{104}$ | $\frac{1}{96}$  | $\frac{130}{520} \cdot \frac{1}{24} = \frac{130}{12480} = \frac{1}{96}$     |
| 524 | $\frac{1}{130}$ | $\frac{262}{524} \cdot \frac{1}{65} = \frac{262}{34060} = \frac{1}{130}$ | $\frac{1}{130}$ | $\frac{262}{524} \cdot \frac{1}{65} = \frac{262}{34060} = \frac{1}{130}$    |
| 525 | $\frac{3}{350}$ | $\frac{105}{525} \cdot \frac{1}{70} = \frac{315}{36750} = \frac{3}{350}$ | $\frac{5}{482}$ | $\frac{105}{525} \cdot \frac{1}{25} = \frac{2625}{253050} = \frac{5}{482}$  |
| 531 | $\frac{1}{118}$ | $\frac{177}{531} \cdot \frac{1}{3} = \frac{531}{62658} = \frac{1}{118}$  | $\frac{1}{117}$ | $\frac{177}{531} \cdot \frac{1}{39} = \frac{177}{20709} = \frac{1}{117}$    |
| 532 |                 |                                                                          | $\frac{5}{564}$ | $\frac{266}{532} \cdot \frac{1}{282} = \frac{1330}{150024} = \frac{5}{564}$ |
| 536 | $\frac{1}{132}$ | $\frac{134}{536} \cdot \frac{1}{33} = \frac{134}{17688} = \frac{1}{132}$ | $\frac{1}{132}$ | $\frac{134}{536} \cdot \frac{1}{33} = \frac{134}{17688} = \frac{1}{132}$    |
| 539 | $\frac{1}{132}$ | $\frac{77}{539} \cdot \frac{1}{132} = \frac{539}{71148} = \frac{1}{132}$ | $\frac{1}{126}$ | $\frac{77}{539} \cdot \frac{1}{18} = \frac{77}{9702} = \frac{1}{126}$       |
| 544 | $\frac{1}{128}$ | $\frac{34}{544} \cdot \frac{1}{8} = \frac{34}{4352} = \frac{1}{128}$     | $\frac{1}{128}$ | $\frac{34}{544} \cdot \frac{1}{8} = \frac{34}{4352} = \frac{1}{128}$        |
| 548 | $\frac{1}{136}$ | $\frac{274}{548} \cdot \frac{1}{68} = \frac{274}{37264} = \frac{1}{136}$ | $\frac{1}{136}$ | $\frac{274}{548} \cdot \frac{1}{68} = \frac{274}{37264} = \frac{1}{136}$    |
| 549 | $\frac{1}{122}$ | $\frac{183}{549} \cdot \frac{1}{3} = \frac{549}{66978} = \frac{1}{122}$  | $\frac{1}{120}$ | $\frac{183}{549} \cdot \frac{1}{40} = \frac{183}{21960} = \frac{1}{120}$    |
| 550 | $\frac{1}{110}$ | $\frac{110}{550} \cdot \frac{1}{22} = \frac{110}{12100} = \frac{1}{110}$ | $\frac{1}{100}$ | $\frac{110}{550} \cdot \frac{1}{20} = \frac{110}{11000} = \frac{1}{100}$    |
| 556 | $\frac{1}{138}$ | $\frac{278}{556} \cdot \frac{1}{69} = \frac{278}{38364} = \frac{1}{138}$ | $\frac{1}{138}$ | $\frac{278}{556} \cdot \frac{1}{69} = \frac{278}{38364} = \frac{1}{138}$    |
| 560 |                 |                                                                          | $\frac{1}{56}$  | $\frac{70}{560} \cdot \frac{1}{7} = \frac{70}{3920} = \frac{1}{56}$         |
| 567 | $\frac{1}{126}$ | $\frac{21}{567} \cdot \frac{1}{14} = \frac{63}{7938} = \frac{1}{126}$    | $\frac{1}{108}$ | $\frac{21}{567} \cdot \frac{1}{4} = \frac{21}{2268} = \frac{1}{108}$        |
| 568 | $\frac{1}{140}$ | $\frac{142}{568} \cdot \frac{1}{35} = \frac{142}{19880} = \frac{1}{140}$ | $\frac{1}{140}$ | $\frac{142}{568} \cdot \frac{1}{35} = \frac{142}{19880} = \frac{1}{140}$    |



A. Schranken, Beispielgewichte

| m   | $\zeta_{min}$   | egalitär<br>Vorhersage                                                     | $\zeta_{min}$     | vollständig egalitär<br>Vorhersage                                               |
|-----|-----------------|----------------------------------------------------------------------------|-------------------|----------------------------------------------------------------------------------|
| 572 | $\frac{1}{130}$ | $\frac{286}{572} \cdot \frac{1}{65} = \frac{286}{37180} = \frac{1}{130}$   | $\frac{31}{3936}$ | $\frac{286}{572} \cdot \frac{31}{1968} = \frac{8866}{1125696} = \frac{31}{3936}$ |
| 575 | $\frac{1}{138}$ | $\frac{115}{575} \cdot \frac{1}{5} = \frac{115}{79350} = \frac{1}{138}$    | $\frac{1}{135}$   | $\frac{115}{575} \cdot \frac{1}{27} = \frac{115}{15525} = \frac{1}{135}$         |
| 578 | $\frac{1}{136}$ | $\frac{34}{578} \cdot \frac{1}{8} = \frac{34}{4624} = \frac{1}{136}$       | $\frac{1}{136}$   | $\frac{34}{578} \cdot \frac{1}{8} = \frac{34}{4624} = \frac{1}{136}$             |
| 580 | $\frac{1}{116}$ | $\frac{290}{580} \cdot \frac{1}{58} = \frac{290}{33640} = \frac{1}{116}$   | $\frac{1}{114}$   | $\frac{290}{580} \cdot \frac{1}{57} = \frac{290}{33060} = \frac{1}{114}$         |
| 584 | $\frac{1}{144}$ | $\frac{146}{584} \cdot \frac{1}{36} = \frac{146}{21024} = \frac{1}{144}$   | $\frac{1}{144}$   | $\frac{146}{584} \cdot \frac{1}{36} = \frac{146}{21024} = \frac{1}{144}$         |
| 585 | $\frac{1}{130}$ | $\frac{195}{585} \cdot \frac{1}{30} = \frac{195}{76050} = \frac{1}{130}$   | $\frac{1}{117}$   | $\frac{195}{585} \cdot \frac{1}{39} = \frac{195}{22815} = \frac{1}{117}$         |
| 592 | $\frac{1}{144}$ | $\frac{74}{592} \cdot \frac{1}{18} = \frac{74}{10656} = \frac{1}{144}$     | $\frac{1}{144}$   | $\frac{74}{592} \cdot \frac{1}{18} = \frac{74}{10656} = \frac{1}{144}$           |
| 596 | $\frac{1}{148}$ | $\frac{298}{596} \cdot \frac{1}{74} = \frac{298}{44104} = \frac{1}{148}$   | $\frac{1}{148}$   | $\frac{298}{596} \cdot \frac{1}{74} = \frac{298}{44104} = \frac{1}{148}$         |
| 603 | $\frac{1}{134}$ | $\frac{201}{603} \cdot \frac{1}{134} = \frac{201}{80802} = \frac{1}{134}$  | $\frac{1}{132}$   | $\frac{201}{603} \cdot \frac{1}{44} = \frac{201}{26532} = \frac{1}{132}$         |
| 604 | $\frac{1}{150}$ | $\frac{302}{604} \cdot \frac{1}{75} = \frac{302}{45300} = \frac{1}{150}$   | $\frac{1}{150}$   | $\frac{302}{604} \cdot \frac{1}{75} = \frac{302}{45300} = \frac{1}{150}$         |
| 605 | $\frac{5}{726}$ | $\frac{55}{605} \cdot \frac{5}{66} = \frac{55}{39930} = \frac{5}{726}$     | $\frac{1}{132}$   | $\frac{55}{605} \cdot \frac{1}{12} = \frac{55}{7260} = \frac{1}{132}$            |
| 608 | $\frac{1}{144}$ | $\frac{38}{608} \cdot \frac{1}{9} = \frac{38}{5472} = \frac{1}{144}$       | $\frac{1}{144}$   | $\frac{38}{608} \cdot \frac{1}{9} = \frac{38}{5472} = \frac{1}{144}$             |
| 616 | $\frac{1}{132}$ | $\frac{154}{616} \cdot \frac{1}{33} = \frac{154}{20328} = \frac{1}{132}$   | $\frac{1}{129}$   | $\frac{154}{616} \cdot \frac{1}{129} = \frac{154}{79464} = \frac{1}{129}$        |
| 620 | $\frac{1}{124}$ | $\frac{310}{620} \cdot \frac{1}{62} = \frac{310}{38440} = \frac{1}{124}$   | $\frac{1}{122}$   | $\frac{310}{620} \cdot \frac{1}{61} = \frac{310}{37820} = \frac{1}{122}$         |
| 621 | $\frac{1}{138}$ | $\frac{69}{621} \cdot \frac{1}{46} = \frac{69}{28566} = \frac{1}{138}$     | $\frac{1}{135}$   | $\frac{69}{621} \cdot \frac{1}{15} = \frac{69}{9315} = \frac{1}{135}$            |
| 628 | $\frac{1}{156}$ | $\frac{314}{628} \cdot \frac{1}{78} = \frac{314}{48984} = \frac{1}{156}$   | $\frac{1}{156}$   | $\frac{314}{628} \cdot \frac{1}{78} = \frac{314}{48984} = \frac{1}{156}$         |
| 632 | $\frac{1}{156}$ | $\frac{158}{632} \cdot \frac{1}{39} = \frac{158}{24648} = \frac{1}{156}$   | $\frac{1}{156}$   | $\frac{158}{632} \cdot \frac{1}{39} = \frac{158}{24648} = \frac{1}{156}$         |
| 637 | $\frac{1}{156}$ | $\frac{91}{637} \cdot \frac{1}{156} = \frac{91}{99372} = \frac{1}{156}$    | $\frac{1}{147}$   | $\frac{91}{637} \cdot \frac{1}{21} = \frac{91}{13377} = \frac{1}{147}$           |
| 639 | $\frac{1}{142}$ | $\frac{213}{639} \cdot \frac{1}{142} = \frac{213}{90738} = \frac{1}{142}$  | $\frac{1}{141}$   | $\frac{213}{639} \cdot \frac{1}{47} = \frac{213}{30033} = \frac{1}{141}$         |
| 640 | $\frac{1}{128}$ | $\frac{10}{640} \cdot \frac{1}{2} = \frac{10}{1280} = \frac{1}{128}$       | $\frac{1}{128}$   | $\frac{10}{640} \cdot \frac{1}{2} = \frac{10}{1280} = \frac{1}{128}$             |
| 644 |                 |                                                                            | $\frac{1}{138}$   | $\frac{322}{644} \cdot \frac{1}{69} = \frac{322}{44436} = \frac{1}{138}$         |
| 650 | $\frac{1}{130}$ | $\frac{130}{650} \cdot \frac{1}{26} = \frac{130}{16900} = \frac{1}{130}$   | $\frac{1}{120}$   | $\frac{130}{650} \cdot \frac{1}{24} = \frac{130}{15600} = \frac{1}{120}$         |
| 652 | $\frac{1}{162}$ | $\frac{326}{652} \cdot \frac{1}{81} = \frac{326}{52812} = \frac{1}{162}$   | $\frac{1}{162}$   | $\frac{326}{652} \cdot \frac{1}{81} = \frac{326}{52812} = \frac{1}{162}$         |
| 656 | $\frac{1}{160}$ | $\frac{82}{656} \cdot \frac{1}{20} = \frac{82}{13120} = \frac{1}{160}$     | $\frac{1}{160}$   | $\frac{82}{656} \cdot \frac{1}{20} = \frac{82}{13120} = \frac{1}{160}$           |
| 657 | $\frac{1}{146}$ | $\frac{219}{657} \cdot \frac{1}{3} = \frac{219}{657} = \frac{1}{3}$        | $\frac{1}{144}$   | $\frac{219}{657} \cdot \frac{1}{48} = \frac{219}{31536} = \frac{1}{144}$         |
| 664 | $\frac{1}{164}$ | $\frac{166}{664} \cdot \frac{1}{41} = \frac{166}{27224} = \frac{1}{164}$   | $\frac{1}{164}$   | $\frac{166}{664} \cdot \frac{1}{41} = \frac{166}{27224} = \frac{1}{164}$         |
| 668 | $\frac{1}{166}$ | $\frac{334}{668} \cdot \frac{1}{83} = \frac{334}{55444} = \frac{1}{166}$   | $\frac{1}{166}$   | $\frac{334}{668} \cdot \frac{1}{83} = \frac{334}{55444} = \frac{1}{166}$         |
| 675 | $\frac{1}{150}$ | $\frac{15}{675} \cdot \frac{1}{10} = \frac{15}{6750} = \frac{1}{450}$      | $\frac{1}{135}$   | $\frac{15}{675} \cdot \frac{1}{3} = \frac{15}{2025} = \frac{1}{135}$             |
| 676 |                 |                                                                            | $\frac{1}{156}$   | $\frac{26}{676} \cdot \frac{1}{6} = \frac{26}{4056} = \frac{1}{156}$             |
| 680 | $\frac{1}{136}$ | $\frac{170}{680} \cdot \frac{1}{34} = \frac{170}{23120} = \frac{1}{136}$   | $\frac{1}{128}$   | $\frac{170}{680} \cdot \frac{1}{32} = \frac{170}{21760} = \frac{1}{128}$         |
| 686 |                 |                                                                            | $\frac{1}{147}$   | $\frac{14}{686} \cdot \frac{1}{3} = \frac{14}{2058} = \frac{1}{147}$             |
| 688 | $\frac{1}{168}$ | $\frac{86}{688} \cdot \frac{1}{21} = \frac{86}{14448} = \frac{1}{168}$     | $\frac{1}{168}$   | $\frac{86}{688} \cdot \frac{1}{21} = \frac{86}{14448} = \frac{1}{168}$           |
| 692 | $\frac{1}{172}$ | $\frac{346}{692} \cdot \frac{1}{86} = \frac{346}{59512} = \frac{1}{172}$   | $\frac{1}{172}$   | $\frac{346}{692} \cdot \frac{1}{86} = \frac{346}{59512} = \frac{1}{172}$         |
| 693 | $\frac{1}{154}$ | $\frac{231}{693} \cdot \frac{1}{154} = \frac{231}{106722} = \frac{1}{154}$ | $\frac{1}{132}$   | $\frac{231}{693} \cdot \frac{1}{44} = \frac{231}{30492} = \frac{1}{132}$         |
| 700 |                 |                                                                            | $\frac{1}{70}$    | $\frac{70}{700} \cdot \frac{1}{7} = \frac{70}{4900} = \frac{1}{70}$              |
| 704 | $\frac{1}{160}$ | $\frac{22}{704} \cdot \frac{1}{5} = \frac{22}{3520} = \frac{1}{160}$       | $\frac{1}{160}$   | $\frac{22}{704} \cdot \frac{1}{5} = \frac{22}{3520} = \frac{1}{160}$             |

A. Schranken, Beispielgewichte

| m   | $\zeta_{min}$   | egalitär<br>Vorhersage                                                     | $\zeta_{min}$   | vollständig egalitär<br>Vorhersage                                        |
|-----|-----------------|----------------------------------------------------------------------------|-----------------|---------------------------------------------------------------------------|
| 711 | $\frac{1}{158}$ | $\frac{237}{711} \cdot \frac{3}{158} = \frac{711}{112338} = \frac{1}{158}$ | $\frac{1}{156}$ | $\frac{237}{711} \cdot \frac{1}{52} = \frac{237}{36972} = \frac{1}{156}$  |
| 712 | $\frac{1}{176}$ | $\frac{712}{178} \cdot \frac{1}{44} = \frac{31328}{178} = \frac{1}{176}$   | $\frac{1}{176}$ | $\frac{712}{178} \cdot \frac{1}{44} = \frac{31328}{178} = \frac{1}{176}$  |
| 716 | $\frac{1}{178}$ | $\frac{358}{716} \cdot \frac{1}{89} = \frac{358}{63724} = \frac{1}{178}$   | $\frac{1}{178}$ | $\frac{358}{716} \cdot \frac{1}{89} = \frac{358}{63724} = \frac{1}{178}$  |
| 722 |                 |                                                                            | $\frac{1}{171}$ | $\frac{38}{722} \cdot \frac{1}{9} = \frac{38}{6498} = \frac{1}{171}$      |
| 724 | $\frac{1}{180}$ | $\frac{362}{724} \cdot \frac{1}{90} = \frac{362}{65160} = \frac{1}{180}$   |                 |                                                                           |
| 725 | $\frac{1}{174}$ | $\frac{145}{725} \cdot \frac{5}{174} = \frac{725}{126150} = \frac{1}{174}$ | $\frac{1}{170}$ | $\frac{145}{725} \cdot \frac{1}{34} = \frac{145}{24650} = \frac{1}{170}$  |
| 728 |                 |                                                                            | $\frac{1}{152}$ | $\frac{182}{728} \cdot \frac{1}{38} = \frac{182}{27664} = \frac{1}{152}$  |
| 735 | $\frac{3}{490}$ | $\frac{105}{735} \cdot \frac{3}{70} = \frac{315}{51450} = \frac{3}{490}$   |                 |                                                                           |
| 736 | $\frac{1}{176}$ | $\frac{46}{736} \cdot \frac{1}{11} = \frac{46}{8096} = \frac{1}{176}$      | $\frac{1}{176}$ | $\frac{46}{736} \cdot \frac{1}{11} = \frac{46}{8096} = \frac{1}{176}$     |
| 747 | $\frac{1}{166}$ | $\frac{249}{747} \cdot \frac{3}{166} = \frac{747}{124002} = \frac{1}{166}$ | $\frac{1}{165}$ | $\frac{249}{747} \cdot \frac{1}{55} = \frac{249}{41085} = \frac{1}{165}$  |
| 752 |                 |                                                                            | $\frac{1}{184}$ | $\frac{94}{752} \cdot \frac{1}{23} = \frac{94}{17296} = \frac{1}{184}$    |
| 764 |                 |                                                                            | $\frac{1}{190}$ | $\frac{382}{764} \cdot \frac{1}{95} = \frac{382}{72580} = \frac{1}{190}$  |
| 765 | $\frac{1}{170}$ | $\frac{255}{765} \cdot \frac{3}{170} = \frac{765}{130050} = \frac{1}{170}$ | $\frac{1}{153}$ | $\frac{255}{765} \cdot \frac{1}{51} = \frac{255}{39015} = \frac{1}{153}$  |
| 772 | $\frac{1}{192}$ | $\frac{386}{772} \cdot \frac{1}{96} = \frac{386}{74112} = \frac{1}{192}$   | $\frac{1}{192}$ | $\frac{386}{772} \cdot \frac{1}{96} = \frac{386}{74112} = \frac{1}{192}$  |
| 775 | $\frac{1}{186}$ | $\frac{155}{775} \cdot \frac{5}{186} = \frac{775}{144150} = \frac{1}{186}$ | $\frac{1}{180}$ | $\frac{155}{775} \cdot \frac{1}{36} = \frac{155}{27900} = \frac{1}{180}$  |
| 776 | $\frac{1}{192}$ | $\frac{194}{776} \cdot \frac{1}{48} = \frac{194}{37248} = \frac{1}{192}$   | $\frac{1}{192}$ | $\frac{194}{776} \cdot \frac{1}{48} = \frac{194}{37248} = \frac{1}{192}$  |
| 783 | $\frac{1}{174}$ | $\frac{87}{783} \cdot \frac{3}{58} = \frac{261}{45414} = \frac{1}{174}$    | $\frac{1}{171}$ | $\frac{87}{783} \cdot \frac{1}{19} = \frac{87}{14877} = \frac{1}{171}$    |
| 784 |                 |                                                                            | $\frac{1}{168}$ | $\frac{14}{784} \cdot \frac{1}{3} = \frac{14}{2352} = \frac{1}{168}$      |
| 788 |                 |                                                                            | $\frac{1}{196}$ | $\frac{394}{788} \cdot \frac{1}{98} = \frac{394}{77224} = \frac{1}{196}$  |
| 796 | $\frac{1}{198}$ | $\frac{398}{796} \cdot \frac{1}{99} = \frac{398}{78804} = \frac{1}{198}$   | $\frac{1}{198}$ | $\frac{398}{796} \cdot \frac{1}{99} = \frac{398}{78804} = \frac{1}{198}$  |
| 800 | $\frac{1}{160}$ | $\frac{10}{800} \cdot \frac{1}{2} = \frac{10}{1600} = \frac{1}{160}$       | $\frac{1}{160}$ | $\frac{10}{800} \cdot \frac{1}{2} = \frac{10}{1600} = \frac{1}{160}$      |
| 801 | $\frac{1}{178}$ | $\frac{267}{801} \cdot \frac{3}{178} = \frac{801}{142578} = \frac{1}{178}$ | $\frac{1}{177}$ | $\frac{267}{801} \cdot \frac{1}{59} = \frac{267}{47259} = \frac{1}{177}$  |
| 808 |                 |                                                                            | $\frac{1}{200}$ | $\frac{202}{808} \cdot \frac{1}{50} = \frac{202}{40400} = \frac{1}{200}$  |
| 812 |                 |                                                                            | $\frac{1}{174}$ | $\frac{406}{812} \cdot \frac{1}{87} = \frac{406}{70644} = \frac{1}{174}$  |
| 819 | $\frac{1}{177}$ | $\frac{273}{819} \cdot \frac{1}{59} = \frac{273}{48321} = \frac{1}{177}$   |                 |                                                                           |
| 824 |                 |                                                                            | $\frac{1}{204}$ | $\frac{206}{824} \cdot \frac{1}{51} = \frac{206}{42024} = \frac{1}{204}$  |
| 832 |                 |                                                                            | $\frac{1}{192}$ | $\frac{26}{832} \cdot \frac{1}{6} = \frac{26}{4992} = \frac{1}{192}$      |
| 833 |                 |                                                                            | $\frac{1}{196}$ | $\frac{119}{833} \cdot \frac{1}{28} = \frac{119}{23324} = \frac{1}{196}$  |
| 836 |                 |                                                                            | $\frac{1}{190}$ | $\frac{418}{836} \cdot \frac{1}{95} = \frac{418}{79420} = \frac{1}{190}$  |
| 837 |                 |                                                                            | $\frac{1}{180}$ | $\frac{93}{837} \cdot \frac{1}{20} = \frac{93}{16740} = \frac{1}{180}$    |
| 844 |                 |                                                                            | $\frac{1}{210}$ | $\frac{422}{844} \cdot \frac{1}{105} = \frac{422}{88620} = \frac{1}{210}$ |
| 845 |                 |                                                                            | $\frac{1}{195}$ | $\frac{65}{845} \cdot \frac{1}{15} = \frac{65}{12675} = \frac{1}{195}$    |
| 847 |                 |                                                                            | $\frac{1}{198}$ | $\frac{77}{847} \cdot \frac{1}{18} = \frac{77}{15246} = \frac{1}{198}$    |
| 848 |                 |                                                                            | $\frac{1}{208}$ | $\frac{106}{848} \cdot \frac{1}{26} = \frac{106}{22048} = \frac{1}{208}$  |
| 856 |                 |                                                                            | $\frac{1}{212}$ | $\frac{214}{856} \cdot \frac{1}{53} = \frac{214}{45368} = \frac{1}{212}$  |
| 867 |                 |                                                                            | $\frac{1}{187}$ | $\frac{51}{867} \cdot \frac{1}{11} = \frac{51}{9537} = \frac{1}{187}$     |

A. Schranken, Beispielgewichte

| m    | $\zeta_{min}$   | egalitär<br>Vorhersage                                                  | $\zeta_{min}$   | vollständig egalitär<br>Vorhersage                                         |
|------|-----------------|-------------------------------------------------------------------------|-----------------|----------------------------------------------------------------------------|
| 872  |                 |                                                                         | $\frac{1}{216}$ | $\frac{218}{872} \cdot \frac{1}{54} = \frac{218}{47088} = \frac{1}{216}$   |
| 873  |                 |                                                                         | $\frac{1}{192}$ | $\frac{291}{873} \cdot \frac{1}{64} = \frac{291}{55872} = \frac{1}{192}$   |
| 875  |                 |                                                                         | $\frac{1}{200}$ | $\frac{35}{875} \cdot \frac{1}{8} = \frac{35}{7000} = \frac{1}{200}$       |
| 884  |                 |                                                                         | $\frac{1}{204}$ | $\frac{442}{884} \cdot \frac{1}{102} = \frac{442}{90168} = \frac{1}{204}$  |
| 891  |                 |                                                                         | $\frac{1}{189}$ | $\frac{33}{891} \cdot \frac{1}{7} = \frac{33}{6237} = \frac{1}{189}$       |
| 892  |                 |                                                                         | $\frac{1}{222}$ | $\frac{446}{892} \cdot \frac{1}{111} = \frac{446}{99012} = \frac{1}{222}$  |
| 896  |                 |                                                                         | $\frac{1}{192}$ | $\frac{14}{896} \cdot \frac{1}{3} = \frac{14}{2688} = \frac{1}{192}$       |
| 904  |                 |                                                                         | $\frac{1}{224}$ | $\frac{226}{904} \cdot \frac{1}{56} = \frac{226}{50624} = \frac{1}{224}$   |
| 908  |                 |                                                                         | $\frac{1}{226}$ | $\frac{454}{908} \cdot \frac{1}{113} = \frac{454}{102604} = \frac{1}{226}$ |
| 909  |                 |                                                                         | $\frac{1}{201}$ | $\frac{303}{909} \cdot \frac{1}{67} = \frac{303}{60903} = \frac{1}{201}$   |
| 916  |                 |                                                                         | $\frac{1}{228}$ | $\frac{458}{916} \cdot \frac{1}{114} = \frac{458}{104424} = \frac{1}{228}$ |
| 925  |                 |                                                                         | $\frac{1}{220}$ | $\frac{185}{925} \cdot \frac{1}{44} = \frac{185}{40700} = \frac{1}{220}$   |
| 1000 |                 |                                                                         | $\frac{1}{200}$ | $\frac{10}{1000} \cdot \frac{1}{2} = \frac{10}{2000} = \frac{1}{200}$      |
| 1125 | $\frac{1}{250}$ | $\frac{15}{1125} \cdot \frac{3}{10} = \frac{45}{11250} = \frac{1}{250}$ |                 |                                                                            |

A. Schranken, Beispielgewichte

**A.1.14. Minima für gerade Zahlen mit 2 Primteilern**

| $m = 2^j \cdot p^k$ | $\min \zeta_{\text{egalitär}}$ | $\min \zeta_{\text{egalitär}}^{\text{vollständig}}$ | $\frac{2}{\phi(m)}$           |
|---------------------|--------------------------------|-----------------------------------------------------|-------------------------------|
| 10                  | $\frac{1}{2}$                  | $\frac{1}{2}$                                       | $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$   |
| 14                  | $\frac{1}{3}$                  | $\frac{1}{3}$                                       | $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$   |
| 20                  | $\frac{1}{4}$                  | $\frac{1}{4}$                                       | $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$   |
| 22                  | $\frac{1}{5}$                  | $\frac{1}{5}$                                       | $\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$  |
| 26                  | $\frac{1}{6}$                  | $\frac{1}{6}$                                       | $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$  |
| 28                  | $\frac{1}{6}$                  | $\frac{1}{6}$                                       | $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$  |
| 34                  | $\frac{1}{8}$                  | $\frac{1}{8}$                                       | $\frac{2}{16} = \frac{1}{8}$  |
| 38                  | $\frac{1}{9}$                  | $\frac{1}{9}$                                       | $\frac{2}{18} = \frac{1}{9}$  |
| 40                  | $\frac{1}{8}$                  | $\frac{1}{8}$                                       | $\frac{2}{16} = \frac{1}{8}$  |
| 44                  | $\frac{1}{10}$                 | $\frac{1}{10}$                                      | $\frac{2}{20} = \frac{1}{10}$ |
| 46                  | $\frac{1}{11}$                 | $\frac{1}{11}$                                      | $\frac{2}{22} = \frac{1}{11}$ |
| 50                  | $\frac{1}{10}$                 | $\frac{1}{10}$                                      | $\frac{2}{20} = \frac{1}{10}$ |
| 52                  | $\frac{1}{12}$                 | $\frac{1}{12}$                                      | $\frac{2}{24} = \frac{1}{12}$ |
| 56                  | $\frac{1}{12}$                 | $\frac{1}{12}$                                      | $\frac{2}{24} = \frac{1}{12}$ |
| 58                  | $\frac{1}{14}$                 | $\frac{1}{14}$                                      | $\frac{2}{28} = \frac{1}{14}$ |
| 62                  | $\frac{1}{15}$                 | $\frac{1}{15}$                                      | $\frac{2}{30} = \frac{1}{15}$ |
| 68                  | $\frac{1}{16}$                 | $\frac{1}{16}$                                      | $\frac{2}{32} = \frac{1}{16}$ |
| 74                  | $\frac{1}{18}$                 | $\frac{1}{18}$                                      | $\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$ |
| 76                  | $\frac{1}{18}$                 | $\frac{1}{18}$                                      | $\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$ |
| 80                  | $\frac{1}{16}$                 | $\frac{1}{16}$                                      | $\frac{2}{32} = \frac{1}{16}$ |
| 82                  | $\frac{1}{20}$                 | $\frac{1}{20}$                                      | $\frac{2}{40} = \frac{1}{20}$ |
| 86                  | $\frac{1}{21}$                 | $\frac{1}{21}$                                      | $\frac{2}{42} = \frac{1}{21}$ |
| 88                  | $\frac{1}{20}$                 | $\frac{1}{20}$                                      | $\frac{2}{40} = \frac{1}{20}$ |
| 92                  | $\frac{1}{22}$                 | $\frac{1}{22}$                                      | $\frac{2}{44} = \frac{1}{22}$ |
| 94                  | $\frac{1}{23}$                 | $\frac{1}{23}$                                      | $\frac{2}{46} = \frac{1}{23}$ |
| 98                  | $\frac{1}{21}$                 | $\frac{1}{21}$                                      | $\frac{2}{42} = \frac{1}{21}$ |
| 100                 | $\frac{1}{20}$                 | $\frac{1}{20}$                                      | $\frac{2}{40} = \frac{1}{20}$ |
| 104                 | $\frac{1}{24}$                 | $\frac{1}{24}$                                      | $\frac{2}{48} = \frac{1}{24}$ |
| 106                 | $\frac{1}{26}$                 | $\frac{1}{26}$                                      | $\frac{2}{52} = \frac{1}{26}$ |
| 112                 | $\frac{1}{24}$                 | $\frac{1}{24}$                                      | $\frac{2}{48} = \frac{1}{24}$ |
| 116                 | $\frac{1}{28}$                 | $\frac{1}{28}$                                      | $\frac{2}{56} = \frac{1}{28}$ |
| 118                 | $\frac{1}{29}$                 | $\frac{1}{29}$                                      | $\frac{2}{58} = \frac{1}{29}$ |
| 122                 | $\frac{1}{30}$                 | $\frac{1}{30}$                                      | $\frac{2}{60} = \frac{1}{30}$ |
| 124                 | $\frac{1}{30}$                 | $\frac{1}{30}$                                      | $\frac{2}{60} = \frac{1}{30}$ |
| 134                 | $\frac{1}{33}$                 | $\frac{1}{33}$                                      | $\frac{2}{66} = \frac{1}{33}$ |
| 136                 | $\frac{1}{32}$                 | $\frac{1}{32}$                                      | $\frac{2}{64} = \frac{1}{32}$ |

A. Schranken, Beispielgewichte

| $m = 2^j \cdot p^k$ | $\min \zeta_{\text{egalitär}}$ | $\min \zeta_{\text{egalitär}}^{\text{vollständig}}$ | $\frac{2}{\phi(m)}$            |
|---------------------|--------------------------------|-----------------------------------------------------|--------------------------------|
| 142                 | $\frac{1}{35}$                 | $\frac{1}{35}$                                      | $\frac{2}{70} = \frac{1}{35}$  |
| 146                 | $\frac{1}{36}$                 | $\frac{1}{36}$                                      | $\frac{2}{72} = \frac{1}{36}$  |
| 148                 | $\frac{1}{36}$                 | $\frac{1}{36}$                                      | $\frac{2}{72} = \frac{1}{36}$  |
| 152                 | $\frac{1}{36}$                 | $\frac{1}{36}$                                      | $\frac{2}{72} = \frac{1}{36}$  |
| 158                 | $\frac{1}{39}$                 | $\frac{1}{39}$                                      | $\frac{2}{78} = \frac{1}{39}$  |
| 160                 | $\frac{1}{32}$                 | $\frac{1}{32}$                                      | $\frac{2}{64} = \frac{1}{32}$  |
| 164                 | $\frac{1}{40}$                 | $\frac{1}{40}$                                      | $\frac{2}{80} = \frac{1}{40}$  |
| 166                 | $\frac{1}{41}$                 | $\frac{1}{41}$                                      | $\frac{2}{82} = \frac{1}{41}$  |
| 172                 | $\frac{1}{42}$                 | $\frac{1}{42}$                                      | $\frac{2}{84} = \frac{1}{42}$  |
| 176                 | $\frac{1}{40}$                 | $\frac{1}{40}$                                      | $\frac{2}{80} = \frac{1}{40}$  |
| 178                 | $\frac{1}{44}$                 | $\frac{1}{44}$                                      | $\frac{2}{88} = \frac{1}{44}$  |
| 184                 | $\frac{1}{44}$                 | $\frac{1}{44}$                                      | $\frac{2}{88} = \frac{1}{44}$  |
| 188                 | $\frac{1}{46}$                 | $\frac{1}{46}$                                      | $\frac{2}{92} = \frac{1}{46}$  |
| 194                 | $\frac{1}{48}$                 | $\frac{1}{48}$                                      | $\frac{2}{96} = \frac{1}{48}$  |
| 196                 | $\frac{1}{42}$                 | $\frac{1}{42}$                                      | $\frac{2}{84} = \frac{1}{42}$  |
| 200                 | $\frac{1}{40}$                 | $\frac{1}{40}$                                      | $\frac{2}{80} = \frac{1}{40}$  |
| 202                 | $\frac{1}{50}$                 | $\frac{1}{50}$                                      | $\frac{2}{100} = \frac{1}{50}$ |
| 206                 | $\frac{1}{51}$                 | $\frac{1}{51}$                                      | $\frac{2}{102} = \frac{1}{51}$ |
| 208                 | $\frac{1}{48}$                 | $\frac{1}{48}$                                      | $\frac{2}{96} = \frac{1}{48}$  |
| 212                 | $\frac{1}{52}$                 | $\frac{1}{52}$                                      | $\frac{2}{104} = \frac{1}{52}$ |
| 214                 | $\frac{1}{53}$                 | $\frac{1}{53}$                                      | $\frac{2}{106} = \frac{1}{53}$ |
| 218                 | $\frac{1}{54}$                 | $\frac{1}{54}$                                      | $\frac{2}{108} = \frac{1}{54}$ |
| 224                 | $\frac{1}{48}$                 | $\frac{1}{48}$                                      | $\frac{2}{96} = \frac{1}{48}$  |
| 226                 | $\frac{1}{56}$                 | $\frac{1}{56}$                                      | $\frac{2}{112} = \frac{1}{56}$ |
| 232                 | $\frac{1}{56}$                 | $\frac{1}{56}$                                      | $\frac{2}{112} = \frac{1}{56}$ |
| 236                 | $\frac{1}{58}$                 | $\frac{1}{58}$                                      | $\frac{2}{116} = \frac{1}{58}$ |
| 242                 | $\frac{1}{55}$                 | $\frac{1}{55}$                                      | $\frac{2}{110} = \frac{1}{55}$ |
| 244                 | $\frac{1}{60}$                 | $\frac{1}{60}$                                      | $\frac{2}{120} = \frac{1}{60}$ |
| 248                 | $\frac{1}{60}$                 | $\frac{1}{60}$                                      | $\frac{2}{120} = \frac{1}{60}$ |
| 250                 | $\frac{1}{50}$                 | $\frac{1}{50}$                                      | $\frac{2}{100} = \frac{1}{50}$ |
| 254                 | $\frac{1}{63}$                 | $\frac{1}{63}$                                      | $\frac{2}{126} = \frac{1}{63}$ |
| 262                 | $\frac{1}{65}$                 | $\frac{1}{65}$                                      | $\frac{2}{130} = \frac{1}{65}$ |
| 268                 | $\frac{1}{66}$                 | $\frac{1}{66}$                                      | $\frac{2}{132} = \frac{1}{66}$ |
| 272                 | $\frac{1}{64}$                 | $\frac{1}{64}$                                      | $\frac{2}{128} = \frac{1}{64}$ |
| 274                 | $\frac{1}{68}$                 | $\frac{1}{68}$                                      | $\frac{2}{136} = \frac{1}{68}$ |
| 278                 | $\frac{1}{69}$                 | $\frac{1}{69}$                                      | $\frac{2}{138} = \frac{1}{69}$ |

A. Schranken, Beispielgewichte

| $m = 2^j \cdot p^k$ | $\min \zeta_{\text{egalitär}}$ | $\min \zeta_{\text{egalitär}}^{\text{vollständig}}$ | $\frac{2}{\phi(m)}$             |
|---------------------|--------------------------------|-----------------------------------------------------|---------------------------------|
| 284                 | $\frac{1}{70}$                 | $\frac{1}{70}$                                      | $\frac{2}{140} = \frac{1}{70}$  |
| 292                 | $\frac{1}{72}$                 | $\frac{1}{72}$                                      | $\frac{2}{144} = \frac{1}{72}$  |
| 296                 | $\frac{1}{72}$                 | $\frac{1}{72}$                                      | $\frac{2}{144} = \frac{1}{72}$  |
| 298                 | $\frac{1}{74}$                 | $\frac{1}{74}$                                      | $\frac{2}{148} = \frac{1}{74}$  |
| 302                 | $\frac{1}{75}$                 | $\frac{1}{75}$                                      | $\frac{2}{150} = \frac{1}{75}$  |
| 304                 | $\frac{1}{72}$                 | $\frac{1}{72}$                                      | $\frac{2}{144} = \frac{1}{72}$  |
| 314                 | $\frac{1}{78}$                 | $\frac{1}{78}$                                      | $\frac{2}{156} = \frac{1}{78}$  |
| 316                 | $\frac{1}{78}$                 | $\frac{1}{78}$                                      | $\frac{2}{156} = \frac{1}{78}$  |
| 320                 | $\frac{1}{64}$                 | $\frac{1}{64}$                                      | $\frac{2}{128} = \frac{1}{64}$  |
| 326                 | $\frac{1}{81}$                 | $\frac{1}{81}$                                      | $\frac{2}{162} = \frac{1}{81}$  |
| 328                 | $\frac{1}{80}$                 | $\frac{1}{80}$                                      | $\frac{2}{160} = \frac{1}{80}$  |
| 332                 | $\frac{1}{82}$                 | $\frac{1}{82}$                                      | $\frac{2}{164} = \frac{1}{82}$  |
| 334                 | $\frac{1}{83}$                 | $\frac{1}{83}$                                      | $\frac{2}{166} = \frac{1}{83}$  |
| 338                 | $\frac{1}{78}$                 | $\frac{1}{78}$                                      | $\frac{2}{156} = \frac{1}{78}$  |
| 344                 | $\frac{1}{84}$                 | $\frac{1}{84}$                                      | $\frac{2}{168} = \frac{1}{84}$  |
| 346                 | $\frac{1}{86}$                 | $\frac{1}{86}$                                      | $\frac{2}{172} = \frac{1}{86}$  |
| 352                 | $\frac{1}{80}$                 | $\frac{1}{80}$                                      | $\frac{2}{160} = \frac{1}{80}$  |
| 356                 | $\frac{1}{88}$                 | $\frac{1}{88}$                                      | $\frac{2}{176} = \frac{1}{88}$  |
| 358                 | $\frac{1}{89}$                 | $\frac{1}{89}$                                      | $\frac{2}{178} = \frac{1}{89}$  |
| 362                 | $\frac{1}{90}$                 | $\frac{1}{90}$                                      | $\frac{2}{180} = \frac{1}{90}$  |
| 368                 | $\frac{1}{88}$                 | $\frac{1}{88}$                                      | $\frac{2}{176} = \frac{1}{88}$  |
| 376                 | $\frac{1}{92}$                 | $\frac{1}{92}$                                      | $\frac{2}{184} = \frac{1}{92}$  |
| 382                 |                                | $\frac{1}{95}$                                      | $\frac{2}{190} = \frac{1}{95}$  |
| 386                 | $\frac{1}{96}$                 | $\frac{1}{96}$                                      | $\frac{2}{192} = \frac{1}{96}$  |
| 388                 | $\frac{1}{96}$                 | $\frac{1}{96}$                                      | $\frac{2}{192} = \frac{1}{96}$  |
| 392                 | $\frac{1}{84}$                 | $\frac{1}{84}$                                      | $\frac{2}{168} = \frac{1}{84}$  |
| 394                 | $\frac{1}{98}$                 | $\frac{1}{98}$                                      | $\frac{2}{196} = \frac{1}{98}$  |
| 398                 | $\frac{1}{99}$                 | $\frac{1}{99}$                                      | $\frac{2}{198} = \frac{1}{99}$  |
| 400                 | $\frac{1}{80}$                 | $\frac{1}{80}$                                      | $\frac{2}{160} = \frac{1}{80}$  |
| 404                 | $\frac{1}{100}$                | $\frac{1}{100}$                                     | $\frac{2}{200} = \frac{1}{100}$ |
| 412                 | $\frac{1}{102}$                | $\frac{1}{102}$                                     | $\frac{2}{204} = \frac{1}{102}$ |
| 416                 | $\frac{1}{96}$                 | $\frac{1}{96}$                                      | $\frac{2}{192} = \frac{1}{96}$  |
| 422                 | $\frac{1}{105}$                | $\frac{1}{105}$                                     | $\frac{2}{210} = \frac{1}{105}$ |
| 424                 | $\frac{1}{104}$                | $\frac{1}{104}$                                     | $\frac{2}{208} = \frac{1}{104}$ |
| 428                 | $\frac{1}{106}$                | $\frac{1}{106}$                                     | $\frac{2}{212} = \frac{1}{106}$ |
| 436                 | $\frac{1}{108}$                | $\frac{1}{108}$                                     | $\frac{2}{216} = \frac{1}{108}$ |

A. Schranken, Beispielgewichte

| $m = 2^j \cdot p^k$ | $\min \zeta_{\text{egalitär}}$ | $\min \zeta_{\text{egalitär}}^{\text{vollständig}}$ | $\frac{2}{\phi(m)}$             |
|---------------------|--------------------------------|-----------------------------------------------------|---------------------------------|
| 446                 | $\frac{1}{111}$                | $\frac{1}{111}$                                     | $\frac{2}{222} = \frac{1}{111}$ |
| 448                 | $\frac{1}{96}$                 | $\frac{1}{96}$                                      | $\frac{2}{192} = \frac{1}{96}$  |
| 452                 | $\frac{1}{112}$                | $\frac{1}{112}$                                     | $\frac{2}{224} = \frac{1}{112}$ |
| 454                 | $\frac{1}{113}$                | $\frac{1}{113}$                                     | $\frac{2}{226} = \frac{1}{113}$ |
| 458                 | $\frac{1}{114}$                | $\frac{1}{114}$                                     | $\frac{2}{228} = \frac{1}{114}$ |
| 464                 | $\frac{1}{112}$                | $\frac{1}{112}$                                     | $\frac{2}{224} = \frac{1}{112}$ |
| 466                 | $\frac{1}{116}$                | $\frac{1}{116}$                                     | $\frac{2}{232} = \frac{1}{116}$ |
| 472                 | $\frac{1}{116}$                | $\frac{1}{116}$                                     | $\frac{2}{232} = \frac{1}{116}$ |
| 478                 | $\frac{1}{119}$                | $\frac{1}{119}$                                     | $\frac{2}{238} = \frac{1}{119}$ |
| 482                 | $\frac{1}{120}$                | $\frac{1}{120}$                                     | $\frac{2}{240} = \frac{1}{120}$ |
| 484                 | $\frac{1}{110}$                | $\frac{1}{110}$                                     | $\frac{2}{220} = \frac{1}{110}$ |
| 488                 | $\frac{1}{120}$                | $\frac{1}{120}$                                     | $\frac{2}{240} = \frac{1}{120}$ |
| 496                 | $\frac{1}{120}$                | $\frac{1}{120}$                                     | $\frac{2}{240} = \frac{1}{120}$ |
| 500                 | $\frac{1}{100}$                | $\frac{1}{100}$                                     | $\frac{2}{200} = \frac{1}{100}$ |
| 502                 | $\frac{1}{125}$                | $\frac{1}{125}$                                     | $\frac{2}{250} = \frac{1}{125}$ |
| 508                 | $\frac{1}{126}$                | $\frac{1}{126}$                                     | $\frac{2}{252} = \frac{1}{126}$ |
| 514                 | $\frac{1}{128}$                | $\frac{1}{128}$                                     | $\frac{2}{256} = \frac{1}{128}$ |
| 524                 | $\frac{1}{130}$                | $\frac{1}{130}$                                     | $\frac{2}{260} = \frac{1}{130}$ |
| 526                 | $\frac{1}{131}$                | $\frac{1}{131}$                                     | $\frac{2}{262} = \frac{1}{131}$ |
| 536                 | $\frac{1}{132}$                | $\frac{1}{132}$                                     | $\frac{2}{264} = \frac{1}{132}$ |
| 538                 | $\frac{1}{134}$                | $\frac{1}{134}$                                     | $\frac{2}{268} = \frac{1}{134}$ |
| 542                 | $\frac{1}{135}$                | $\frac{1}{135}$                                     | $\frac{2}{270} = \frac{1}{135}$ |
| 544                 | $\frac{1}{128}$                | $\frac{1}{128}$                                     | $\frac{2}{256} = \frac{1}{128}$ |
| 548                 | $\frac{1}{136}$                | $\frac{1}{136}$                                     | $\frac{2}{272} = \frac{1}{136}$ |
| 554                 |                                | $\frac{1}{138}$                                     | $\frac{2}{276} = \frac{1}{138}$ |
| 556                 | $\frac{1}{138}$                | $\frac{1}{138}$                                     | $\frac{2}{276} = \frac{1}{138}$ |
| 562                 | $\frac{1}{140}$                | $\frac{1}{140}$                                     | $\frac{2}{280} = \frac{1}{140}$ |
| 566                 |                                | $\frac{1}{141}$                                     | $\frac{2}{282} = \frac{1}{141}$ |
| 568                 | $\frac{1}{140}$                | $\frac{1}{140}$                                     | $\frac{2}{280} = \frac{1}{140}$ |
| 578                 | $\frac{1}{136}$                | $\frac{1}{136}$                                     | $\frac{2}{272} = \frac{1}{136}$ |
| 584                 | $\frac{1}{144}$                | $\frac{1}{144}$                                     | $\frac{2}{288} = \frac{1}{144}$ |
| 586                 | $\frac{1}{146}$                | $\frac{1}{146}$                                     | $\frac{2}{292} = \frac{1}{146}$ |
| 592                 | $\frac{1}{144}$                | $\frac{1}{144}$                                     | $\frac{2}{288} = \frac{1}{144}$ |
| 596                 | $\frac{1}{148}$                | $\frac{1}{148}$                                     | $\frac{2}{296} = \frac{1}{148}$ |
| 604                 | $\frac{1}{150}$                | $\frac{1}{150}$                                     | $\frac{2}{300} = \frac{1}{150}$ |
| 608                 | $\frac{1}{144}$                | $\frac{1}{144}$                                     | $\frac{2}{288} = \frac{1}{144}$ |

A. Schranken, Beispielgewichte

| $m = 2^j \cdot p^k$ | $\min \zeta_{\text{egalitär}}$ | $\min \zeta_{\text{egalitär}}^{\text{vollständig}}$ | $\frac{2}{\phi(m)}$             |
|---------------------|--------------------------------|-----------------------------------------------------|---------------------------------|
| 614                 | $\frac{1}{153}$                | $\frac{1}{153}$                                     | $\frac{2}{306} = \frac{1}{153}$ |
| 622                 | $\frac{1}{155}$                | $\frac{1}{155}$                                     | $\frac{2}{310} = \frac{1}{155}$ |
| 626                 |                                | $\frac{1}{156}$                                     | $\frac{2}{312} = \frac{1}{156}$ |
| 628                 | $\frac{1}{156}$                | $\frac{1}{156}$                                     | $\frac{2}{312} = \frac{1}{156}$ |
| 632                 | $\frac{1}{156}$                | $\frac{1}{156}$                                     | $\frac{2}{312} = \frac{1}{156}$ |
| 634                 | $\frac{1}{158}$                | $\frac{1}{158}$                                     | $\frac{2}{316} = \frac{1}{158}$ |
| 640                 | $\frac{1}{128}$                | $\frac{1}{128}$                                     | $\frac{2}{256} = \frac{1}{128}$ |
| 652                 | $\frac{1}{162}$                | $\frac{1}{162}$                                     | $\frac{2}{324} = \frac{1}{162}$ |
| 656                 | $\frac{1}{160}$                | $\frac{1}{160}$                                     | $\frac{2}{320} = \frac{1}{160}$ |
| 662                 |                                | $\frac{1}{165}$                                     | $\frac{2}{330} = \frac{1}{165}$ |
| 664                 | $\frac{1}{164}$                | $\frac{1}{164}$                                     | $\frac{2}{328} = \frac{1}{164}$ |
| 668                 | $\frac{1}{166}$                | $\frac{1}{166}$                                     | $\frac{2}{332} = \frac{1}{166}$ |
| 674                 |                                | $\frac{1}{168}$                                     | $\frac{2}{336} = \frac{1}{168}$ |
| 676                 |                                | $\frac{1}{156}$                                     | $\frac{2}{312} = \frac{1}{156}$ |
| 686                 |                                | $\frac{1}{147}$                                     | $\frac{2}{294} = \frac{1}{147}$ |
| 688                 | $\frac{1}{168}$                | $\frac{1}{168}$                                     | $\frac{2}{336} = \frac{1}{168}$ |
| 692                 | $\frac{1}{172}$                | $\frac{1}{172}$                                     | $\frac{2}{344} = \frac{1}{172}$ |
| 694                 |                                | $\frac{1}{173}$                                     | $\frac{2}{346} = \frac{1}{173}$ |
| 698                 | $\frac{1}{174}$                | $\frac{1}{174}$                                     | $\frac{2}{348} = \frac{1}{174}$ |
| 704                 | $\frac{1}{160}$                | $\frac{1}{160}$                                     | $\frac{2}{320} = \frac{1}{160}$ |
| 706                 | $\frac{1}{176}$                | $\frac{1}{176}$                                     | $\frac{2}{352} = \frac{1}{176}$ |
| 712                 | $\frac{1}{176}$                | $\frac{1}{176}$                                     | $\frac{2}{352} = \frac{1}{176}$ |
| 716                 | $\frac{1}{178}$                | $\frac{1}{178}$                                     | $\frac{2}{356} = \frac{1}{178}$ |
| 718                 |                                | $\frac{1}{179}$                                     | $\frac{2}{358} = \frac{1}{179}$ |
| 722                 |                                | $\frac{1}{171}$                                     | $\frac{2}{342} = \frac{1}{171}$ |
| 724                 | $\frac{1}{180}$                |                                                     | $\frac{2}{360} = \frac{1}{180}$ |
| 734                 | $\frac{1}{183}$                | $\frac{1}{183}$                                     | $\frac{2}{366} = \frac{1}{183}$ |
| 736                 | $\frac{1}{176}$                | $\frac{1}{176}$                                     | $\frac{2}{352} = \frac{1}{176}$ |
| 746                 | $\frac{1}{186}$                | $\frac{1}{186}$                                     | $\frac{2}{372} = \frac{1}{186}$ |
| 752                 |                                | $\frac{1}{184}$                                     | $\frac{2}{368} = \frac{1}{184}$ |
| 758                 |                                | $\frac{1}{189}$                                     | $\frac{2}{378} = \frac{1}{189}$ |
| 764                 |                                | $\frac{1}{190}$                                     | $\frac{2}{380} = \frac{1}{190}$ |
| 766                 |                                | $\frac{1}{191}$                                     | $\frac{2}{382} = \frac{1}{191}$ |
| 772                 | $\frac{1}{192}$                | $\frac{1}{192}$                                     | $\frac{2}{384} = \frac{1}{192}$ |
| 776                 | $\frac{1}{192}$                | $\frac{1}{192}$                                     | $\frac{2}{384} = \frac{1}{192}$ |
| 778                 | $\frac{1}{194}$                | $\frac{1}{194}$                                     | $\frac{2}{388} = \frac{1}{194}$ |



# A. Schranken, Beispielgewichte

| $m = 2^j \cdot p^k$ | $\min \zeta_{\text{egalitär}}$ | $\min \zeta_{\text{egalitär}}^{\text{vollständig}}$ | $\frac{2}{\phi(m)}$             |
|---------------------|--------------------------------|-----------------------------------------------------|---------------------------------|
| 784                 |                                | $\frac{1}{168}$                                     | $\frac{2}{336} = \frac{1}{168}$ |
| 788                 |                                | $\frac{1}{196}$                                     | $\frac{2}{392} = \frac{1}{196}$ |
| 794                 | $\frac{1}{198}$                | $\frac{1}{198}$                                     | $\frac{2}{396} = \frac{1}{198}$ |
| 796                 | $\frac{1}{198}$                | $\frac{1}{198}$                                     | $\frac{2}{396} = \frac{1}{198}$ |
| 800                 | $\frac{1}{160}$                | $\frac{1}{160}$                                     | $\frac{2}{320} = \frac{1}{160}$ |
| 802                 | $\frac{1}{200}$                | $\frac{1}{200}$                                     | $\frac{2}{400} = \frac{1}{200}$ |
| 808                 |                                | $\frac{1}{200}$                                     | $\frac{2}{400} = \frac{1}{200}$ |
| 818                 |                                | $\frac{1}{204}$                                     | $\frac{2}{408} = \frac{1}{204}$ |
| 824                 |                                | $\frac{1}{204}$                                     | $\frac{2}{408} = \frac{1}{204}$ |
| 832                 |                                | $\frac{1}{192}$                                     | $\frac{2}{384} = \frac{1}{192}$ |
| 838                 |                                | $\frac{1}{209}$                                     | $\frac{2}{418} = \frac{1}{209}$ |
| 842                 |                                | $\frac{1}{210}$                                     | $\frac{2}{420} = \frac{1}{210}$ |
| 844                 |                                | $\frac{1}{210}$                                     | $\frac{2}{420} = \frac{1}{210}$ |
| 848                 |                                | $\frac{1}{208}$                                     | $\frac{2}{416} = \frac{1}{208}$ |
| 856                 |                                | $\frac{1}{212}$                                     | $\frac{2}{424} = \frac{1}{212}$ |
| 862                 |                                | $\frac{1}{215}$                                     | $\frac{2}{430} = \frac{1}{215}$ |
| 866                 |                                | $\frac{1}{216}$                                     | $\frac{2}{432} = \frac{1}{216}$ |
| 872                 |                                | $\frac{1}{216}$                                     | $\frac{2}{432} = \frac{1}{216}$ |
| 878                 |                                | $\frac{1}{219}$                                     | $\frac{2}{438} = \frac{1}{219}$ |
| 886                 |                                | $\frac{1}{221}$                                     | $\frac{2}{442} = \frac{1}{221}$ |
| 892                 |                                | $\frac{1}{222}$                                     | $\frac{2}{444} = \frac{1}{222}$ |
| 896                 |                                | $\frac{1}{192}$                                     | $\frac{2}{384} = \frac{1}{192}$ |
| 898                 |                                | $\frac{1}{224}$                                     | $\frac{2}{448} = \frac{1}{224}$ |
| 904                 |                                | $\frac{1}{224}$                                     | $\frac{2}{448} = \frac{1}{224}$ |
| 908                 |                                | $\frac{1}{226}$                                     | $\frac{2}{452} = \frac{1}{226}$ |
| 914                 |                                | $\frac{1}{228}$                                     | $\frac{2}{456} = \frac{1}{228}$ |
| 916                 |                                | $\frac{1}{228}$                                     | $\frac{2}{456} = \frac{1}{228}$ |
| 922                 |                                |                                                     | $\frac{2}{460} = \frac{1}{230}$ |
| 926                 |                                | $\frac{1}{231}$                                     | $\frac{2}{462} = \frac{1}{231}$ |
| 928                 |                                |                                                     | $\frac{2}{448} = \frac{1}{224}$ |
| 932                 |                                |                                                     | $\frac{2}{464} = \frac{1}{232}$ |
| 934                 |                                |                                                     | $\frac{2}{466} = \frac{1}{233}$ |
| 944                 |                                |                                                     | $\frac{2}{464} = \frac{1}{232}$ |
| 956                 |                                |                                                     | $\frac{2}{476} = \frac{1}{238}$ |
| 958                 |                                |                                                     | $\frac{2}{478} = \frac{1}{239}$ |
| 964                 |                                |                                                     | $\frac{2}{480} = \frac{1}{240}$ |

# A. Schranken, Beispielgewichte

| $m = 2^j \cdot p^k$ | $\min \zeta_{\text{egalitär}}$ | $\min \zeta_{\text{egalitär}}^{\text{vollständig}}$ | $\frac{2}{\phi(m)}$             |
|---------------------|--------------------------------|-----------------------------------------------------|---------------------------------|
| 968                 |                                |                                                     | $\frac{2}{440} = \frac{1}{220}$ |
| 974                 |                                |                                                     | $\frac{2}{486} = \frac{1}{243}$ |
| 976                 |                                |                                                     | $\frac{2}{480} = \frac{1}{240}$ |
| 982                 |                                |                                                     | $\frac{2}{490} = \frac{1}{245}$ |
| 992                 |                                |                                                     | $\frac{2}{480} = \frac{1}{240}$ |
| 998                 |                                |                                                     | $\frac{2}{498} = \frac{1}{249}$ |
| 1000                |                                | $\frac{1}{200}$                                     | $\frac{2}{400} = \frac{1}{200}$ |
| 1004                |                                |                                                     | $\frac{2}{500} = \frac{1}{250}$ |
| 1006                |                                |                                                     | $\frac{2}{502} = \frac{1}{251}$ |
| 1016                |                                |                                                     | $\frac{2}{504} = \frac{1}{252}$ |
| 1018                |                                |                                                     | $\frac{2}{508} = \frac{1}{254}$ |
| 1028                |                                |                                                     | $\frac{2}{512} = \frac{1}{256}$ |
| 1042                |                                |                                                     | $\frac{2}{520} = \frac{1}{260}$ |
| 1046                |                                |                                                     | $\frac{2}{522} = \frac{1}{261}$ |
| 1048                |                                |                                                     | $\frac{2}{520} = \frac{1}{260}$ |
| 1052                |                                |                                                     | $\frac{2}{524} = \frac{1}{262}$ |
| 1058                |                                |                                                     | $\frac{2}{506} = \frac{1}{253}$ |
| 1072                |                                |                                                     | $\frac{2}{528} = \frac{1}{264}$ |
| 1076                |                                |                                                     | $\frac{2}{536} = \frac{1}{268}$ |
| 1082                |                                |                                                     | $\frac{2}{540} = \frac{1}{270}$ |
| 1084                |                                |                                                     | $\frac{2}{540} = \frac{1}{270}$ |
| 1088                |                                |                                                     | $\frac{2}{512} = \frac{1}{256}$ |
| 1094                |                                |                                                     | $\frac{2}{546} = \frac{1}{273}$ |
| 1096                |                                |                                                     | $\frac{2}{544} = \frac{1}{272}$ |
| 1108                |                                |                                                     | $\frac{2}{552} = \frac{1}{276}$ |
| 1112                |                                |                                                     | $\frac{2}{552} = \frac{1}{276}$ |
| 1114                |                                |                                                     | $\frac{2}{556} = \frac{1}{278}$ |
| 1124                |                                |                                                     | $\frac{2}{560} = \frac{1}{280}$ |
| 1126                |                                |                                                     | $\frac{2}{562} = \frac{1}{281}$ |
| 1132                |                                |                                                     | $\frac{2}{564} = \frac{1}{282}$ |
| 1136                |                                |                                                     | $\frac{2}{560} = \frac{1}{280}$ |
| 1138                |                                |                                                     | $\frac{2}{568} = \frac{1}{284}$ |
| 1142                |                                |                                                     | $\frac{2}{570} = \frac{1}{285}$ |
| 1154                |                                |                                                     | $\frac{2}{576} = \frac{1}{288}$ |
| 1156                |                                |                                                     | $\frac{2}{544} = \frac{1}{272}$ |
| 1168                |                                |                                                     | $\frac{2}{576} = \frac{1}{288}$ |

A. Schranken, Beispielgewichte

**A.1.15.**  $\min\zeta_{\text{egalitär}}$  für Vielfache von 3 mit einer Primzahl

| $m = 3 \cdot p_1$ | $\min\zeta_{\text{egalitär}}$ | $\frac{3}{\phi(m)+2}$             |
|-------------------|-------------------------------|-----------------------------------|
| 15                | $\frac{3}{10}$                | $\frac{3}{8+2} = \frac{3}{10}$    |
| 21                | $\frac{3}{14}$                | $\frac{3}{12+2} = \frac{3}{14}$   |
| 33                | $\frac{3}{22}$                | $\frac{3}{20+2} = \frac{3}{22}$   |
| 39                | $\frac{3}{26}$                | $\frac{3}{24+2} = \frac{3}{26}$   |
| 51                | $\frac{3}{34}$                | $\frac{3}{32+2} = \frac{3}{34}$   |
| 57                | $\frac{3}{38}$                | $\frac{3}{36+2} = \frac{3}{38}$   |
| 69                | $\frac{3}{46}$                | $\frac{3}{44+2} = \frac{3}{46}$   |
| 87                | $\frac{3}{58}$                | $\frac{3}{56+2} = \frac{3}{58}$   |
| 93                | $\frac{3}{62}$                | $\frac{3}{60+2} = \frac{3}{62}$   |
| 111               | $\frac{3}{74}$                | $\frac{3}{72+2} = \frac{3}{74}$   |
| 123               | $\frac{3}{82}$                | $\frac{3}{80+2} = \frac{3}{82}$   |
| 129               | $\frac{3}{86}$                | $\frac{3}{84+2} = \frac{3}{86}$   |
| 141               | $\frac{3}{94}$                | $\frac{3}{92+2} = \frac{3}{94}$   |
| 159               | $\frac{3}{106}$               | $\frac{3}{104+2} = \frac{3}{106}$ |
| 177               | $\frac{3}{118}$               | $\frac{3}{116+2} = \frac{3}{118}$ |
| 183               | $\frac{3}{122}$               | $\frac{3}{120+2} = \frac{3}{122}$ |
| 201               | $\frac{3}{134}$               | $\frac{3}{132+2} = \frac{3}{134}$ |
| 213               | $\frac{3}{142}$               | $\frac{3}{140+2} = \frac{3}{142}$ |
| 219               | $\frac{3}{146}$               | $\frac{3}{144+2} = \frac{3}{146}$ |
| 237               | $\frac{3}{158}$               | $\frac{3}{156+2} = \frac{3}{158}$ |
| 249               | $\frac{3}{166}$               | $\frac{3}{164+2} = \frac{3}{166}$ |
| 267               | $\frac{3}{178}$               | $\frac{3}{176+2} = \frac{3}{178}$ |
| 291               | $\frac{3}{194}$               | $\frac{3}{192+2} = \frac{3}{194}$ |
| 303               | $\frac{3}{202}$               | $\frac{3}{200+2} = \frac{3}{202}$ |
| 309               | $\frac{3}{206}$               | $\frac{3}{204+2} = \frac{3}{206}$ |
| 321               | $\frac{3}{214}$               | $\frac{3}{212+2} = \frac{3}{214}$ |
| 327               | $\frac{3}{218}$               | $\frac{3}{216+2} = \frac{3}{218}$ |
| 339               | $\frac{3}{226}$               | $\frac{3}{224+2} = \frac{3}{226}$ |
| 381               | $\frac{3}{254}$               | $\frac{3}{252+2} = \frac{3}{254}$ |
| 393               | $\frac{3}{262}$               | $\frac{3}{260+2} = \frac{3}{262}$ |
| 411               | $\frac{3}{274}$               | $\frac{3}{272+2} = \frac{3}{274}$ |
| 417               | $\frac{3}{278}$               | $\frac{3}{276+2} = \frac{3}{278}$ |
| 447               | $\frac{3}{298}$               | $\frac{3}{296+2} = \frac{3}{298}$ |
| 453               | $\frac{3}{302}$               | $\frac{3}{300+2} = \frac{3}{302}$ |
| 471               | $\frac{3}{314}$               | $\frac{3}{312+2} = \frac{3}{314}$ |
| 489               | $\frac{3}{326}$               | $\frac{3}{324+2} = \frac{3}{326}$ |

| $m = 3 \cdot p_1$ | $\min\zeta_{\text{egalitär}}$ | $\frac{3}{\phi(m)+2}$             |
|-------------------|-------------------------------|-----------------------------------|
| 501               | $\frac{3}{334}$               | $\frac{3}{332+2} = \frac{3}{334}$ |
| 519               | $\frac{3}{346}$               | $\frac{3}{344+2} = \frac{3}{346}$ |
| 537               | $\frac{3}{358}$               | $\frac{3}{356+2} = \frac{3}{358}$ |
| 543               | $\frac{3}{362}$               | $\frac{3}{360+2} = \frac{3}{362}$ |
| 573               | $\frac{3}{382}$               | $\frac{3}{380+2} = \frac{3}{382}$ |
| 579               | $\frac{3}{386}$               | $\frac{3}{384+2} = \frac{3}{386}$ |
| 591               | $\frac{3}{394}$               | $\frac{3}{392+2} = \frac{3}{394}$ |
| 597               | $\frac{3}{398}$               | $\frac{3}{396+2} = \frac{3}{398}$ |
| 633               | $\frac{3}{422}$               | $\frac{3}{420+2} = \frac{3}{422}$ |
| 669               | $\frac{3}{446}$               | $\frac{3}{444+2} = \frac{3}{446}$ |
| 681               | $\frac{3}{454}$               | $\frac{3}{452+2} = \frac{3}{454}$ |
| 687               | $\frac{3}{458}$               | $\frac{3}{456+2} = \frac{3}{458}$ |
| 699               | $\frac{3}{466}$               | $\frac{3}{464+2} = \frac{3}{466}$ |
| 717               | $\frac{3}{478}$               | $\frac{3}{476+2} = \frac{3}{478}$ |
| 723               | $\frac{3}{482}$               | $\frac{3}{480+2} = \frac{3}{482}$ |
| 753               | $\frac{3}{502}$               | $\frac{3}{500+2} = \frac{3}{502}$ |
| 771               | $\frac{3}{514}$               | $\frac{3}{512+2} = \frac{3}{514}$ |
| 789               | $\frac{3}{526}$               | $\frac{3}{524+2} = \frac{3}{526}$ |
| 807               |                               | $\frac{3}{536+2} = \frac{3}{538}$ |
| 813               | $\frac{3}{542}$               | $\frac{3}{540+2} = \frac{3}{542}$ |
| 831               |                               | $\frac{3}{552+2} = \frac{3}{554}$ |
| 843               |                               | $\frac{3}{560+2} = \frac{3}{562}$ |
| 849               |                               | $\frac{3}{564+2} = \frac{3}{566}$ |
| 879               |                               | $\frac{3}{584+2} = \frac{3}{586}$ |
| 921               |                               | $\frac{3}{612+2} = \frac{3}{614}$ |
| 933               |                               | $\frac{3}{620+2} = \frac{3}{622}$ |
| 939               |                               | $\frac{3}{624+2} = \frac{3}{626}$ |
| 951               |                               | $\frac{3}{632+2} = \frac{3}{634}$ |
| 993               |                               | $\frac{3}{660+2} = \frac{3}{662}$ |
| 1011              |                               | $\frac{3}{672+2} = \frac{3}{674}$ |
| 1041              |                               | $\frac{3}{692+2} = \frac{3}{694}$ |
| 1047              |                               | $\frac{3}{696+2} = \frac{3}{698}$ |
| 1059              |                               | $\frac{3}{704+2} = \frac{3}{706}$ |
| 1077              |                               | $\frac{3}{716+2} = \frac{3}{718}$ |
| 1101              |                               | $\frac{3}{732+2} = \frac{3}{734}$ |
| 1119              |                               | $\frac{3}{744+2} = \frac{3}{746}$ |

A. Schranken, Beispielgewichte

**A.1.16.**  $\min\zeta_{\text{egalitär}}$  für Produkt zweier Primzahlen

| $m = p_1 \cdot p_2$ | $\min\zeta_{\text{egalitär}}$ | $\frac{1}{p_2} \cdot \min\zeta_{\text{egalitär}}(p_1)$ |
|---------------------|-------------------------------|--------------------------------------------------------|
| 15                  | $\frac{3}{10}$                | $\frac{1}{5} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{10}$         |
| 21                  | $\frac{3}{14}$                | $\frac{1}{7} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{14}$         |
| 33                  | $\frac{3}{22}$                | $\frac{1}{11} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{22}$        |
| 35                  | $\frac{5}{42}$                | $\frac{1}{7} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{42}$         |
| 39                  | $\frac{3}{26}$                | $\frac{1}{13} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{26}$        |
| 51                  | $\frac{3}{34}$                | $\frac{1}{17} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{34}$        |
| 55                  | $\frac{5}{66}$                | $\frac{1}{11} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{66}$        |
| 57                  | $\frac{3}{38}$                | $\frac{1}{19} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{38}$        |
| 65                  | $\frac{5}{78}$                | $\frac{1}{13} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{78}$        |
| 69                  | $\frac{3}{46}$                | $\frac{1}{23} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{46}$        |
| 77                  | $\frac{7}{132}$               | $\frac{1}{11} \cdot \frac{7}{12} = \frac{7}{132}$      |
| 85                  | $\frac{5}{102}$               | $\frac{1}{17} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{102}$       |
| 87                  | $\frac{3}{58}$                | $\frac{1}{29} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{58}$        |
| 91                  | $\frac{7}{156}$               | $\frac{1}{13} \cdot \frac{7}{12} = \frac{7}{156}$      |
| 93                  | $\frac{3}{62}$                | $\frac{1}{31} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{62}$        |
| 95                  | $\frac{5}{114}$               | $\frac{1}{19} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{114}$       |
| 111                 | $\frac{3}{74}$                | $\frac{1}{37} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{74}$        |
| 115                 | $\frac{5}{138}$               | $\frac{1}{23} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{138}$       |
| 119                 | $\frac{7}{204}$               | $\frac{1}{17} \cdot \frac{7}{12} = \frac{7}{204}$      |
| 123                 | $\frac{3}{82}$                | $\frac{1}{41} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{82}$        |
| 129                 | $\frac{3}{86}$                | $\frac{1}{43} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{86}$        |
| 133                 | $\frac{7}{228}$               | $\frac{1}{19} \cdot \frac{7}{12} = \frac{7}{228}$      |
| 141                 | $\frac{3}{94}$                | $\frac{1}{47} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{94}$        |
| 143                 | $\frac{11}{390}$              | $\frac{1}{13} \cdot \frac{11}{30} = \frac{11}{390}$    |
| 145                 | $\frac{5}{174}$               | $\frac{1}{29} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{174}$       |
| 155                 | $\frac{5}{186}$               | $\frac{1}{31} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{186}$       |
| 159                 | $\frac{3}{106}$               | $\frac{1}{53} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{106}$       |
| 161                 | $\frac{7}{276}$               | $\frac{1}{23} \cdot \frac{7}{12} = \frac{7}{276}$      |
| 177                 | $\frac{3}{118}$               | $\frac{1}{59} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{118}$       |
| 183                 | $\frac{3}{122}$               | $\frac{1}{61} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{122}$       |
| 185                 | $\frac{5}{222}$               | $\frac{1}{37} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{222}$       |
| 187                 | $\frac{11}{510}$              | $\frac{1}{17} \cdot \frac{11}{30} = \frac{11}{510}$    |
| 201                 | $\frac{3}{134}$               | $\frac{1}{67} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{134}$       |
| 203                 | $\frac{7}{348}$               | $\frac{1}{29} \cdot \frac{7}{12} = \frac{7}{348}$      |
| 205                 | $\frac{5}{246}$               | $\frac{1}{41} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{246}$       |
| 209                 | $\frac{11}{570}$              | $\frac{1}{19} \cdot \frac{11}{30} = \frac{11}{570}$    |

# A. Schranken, Beispielgewichte

| $m = p_1 \cdot p_2$ | $\min \zeta_{\text{egalitär}}$ | $\frac{1}{p_2} \cdot \min \zeta_{\text{egalitär}}(p_1)$ |
|---------------------|--------------------------------|---------------------------------------------------------|
| 213                 | $\frac{3}{142}$                | $\frac{1}{71} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{142}$        |
| 215                 | $\frac{5}{258}$                | $\frac{1}{43} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{258}$        |
| 217                 | $\frac{7}{372}$                | $\frac{1}{31} \cdot \frac{7}{12} = \frac{7}{372}$       |
| 219                 | $\frac{3}{146}$                | $\frac{1}{73} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{146}$        |
| 221                 | $\frac{13}{714}$               | $\frac{1}{17} \cdot \frac{13}{42} = \frac{13}{714}$     |
| 235                 | $\frac{5}{282}$                | $\frac{1}{47} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{282}$        |
| 237                 | $\frac{3}{158}$                | $\frac{1}{79} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{158}$        |
| 247                 | $\frac{13}{798}$               | $\frac{1}{19} \cdot \frac{13}{42} = \frac{13}{798}$     |
| 249                 | $\frac{3}{166}$                | $\frac{1}{83} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{166}$        |
| 253                 | $\frac{11}{690}$               | $\frac{1}{23} \cdot \frac{11}{30} = \frac{11}{690}$     |
| 259                 | $\frac{7}{444}$                | $\frac{1}{37} \cdot \frac{7}{12} = \frac{7}{444}$       |
| 265                 | $\frac{5}{318}$                | $\frac{1}{53} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{318}$        |
| 267                 | $\frac{3}{178}$                | $\frac{1}{89} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{178}$        |
| 287                 | $\frac{7}{492}$                | $\frac{1}{41} \cdot \frac{7}{12} = \frac{7}{492}$       |
| 291                 | $\frac{3}{194}$                | $\frac{1}{97} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{194}$        |
| 295                 | $\frac{5}{354}$                | $\frac{1}{59} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{354}$        |
| 299                 | $\frac{13}{966}$               | $\frac{1}{23} \cdot \frac{13}{42} = \frac{13}{966}$     |
| 301                 | $\frac{7}{516}$                | $\frac{1}{43} \cdot \frac{7}{12} = \frac{7}{516}$       |
| 303                 | $\frac{3}{202}$                | $\frac{1}{101} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{202}$       |
| 305                 | $\frac{5}{366}$                | $\frac{1}{61} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{366}$        |
| 309                 | $\frac{3}{206}$                | $\frac{1}{103} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{206}$       |
| 319                 | $\frac{11}{870}$               | $\frac{1}{29} \cdot \frac{11}{30} = \frac{11}{870}$     |
| 321                 | $\frac{3}{214}$                | $\frac{1}{107} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{214}$       |
| 323                 | $\frac{17}{1368}$              | $\frac{1}{19} \cdot \frac{17}{72} = \frac{17}{1368}$    |
| 327                 | $\frac{3}{218}$                | $\frac{1}{109} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{218}$       |
| 329                 | $\frac{7}{564}$                | $\frac{1}{47} \cdot \frac{7}{12} = \frac{7}{564}$       |
| 335                 | $\frac{5}{402}$                | $\frac{1}{67} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{402}$        |
| 339                 | $\frac{3}{226}$                | $\frac{1}{113} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{226}$       |
| 341                 | $\frac{11}{930}$               | $\frac{1}{31} \cdot \frac{11}{30} = \frac{11}{930}$     |
| 355                 | $\frac{5}{426}$                | $\frac{1}{71} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{426}$        |
| 365                 | $\frac{5}{438}$                | $\frac{1}{73} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{438}$        |
| 371                 | $\frac{7}{636}$                | $\frac{1}{53} \cdot \frac{7}{12} = \frac{7}{636}$       |
| 377                 | $\frac{13}{1218}$              | $\frac{1}{29} \cdot \frac{13}{42} = \frac{13}{1218}$    |
| 381                 | $\frac{3}{254}$                | $\frac{1}{127} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{254}$       |
| 391                 | $\frac{17}{1656}$              | $\frac{1}{23} \cdot \frac{17}{72} = \frac{17}{1656}$    |
| 393                 | $\frac{3}{262}$                | $\frac{1}{131} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{262}$       |

A. Schranken, Beispielgewichte

| $m = p_1 \cdot p_2$ | $\min \zeta_{\text{egalitär}}$ | $\frac{1}{p_2} \cdot \min \zeta_{\text{egalitär}}(p_1)$ |
|---------------------|--------------------------------|---------------------------------------------------------|
| 395                 | $\frac{5}{474}$                | $\frac{1}{79} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{474}$        |
| 403                 | $\frac{13}{1302}$              | $\frac{1}{31} \cdot \frac{13}{42} = \frac{13}{1302}$    |
| 407                 | $\frac{11}{1110}$              | $\frac{1}{37} \cdot \frac{11}{30} = \frac{11}{1110}$    |
| 411                 | $\frac{3}{274}$                | $\frac{1}{137} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{274}$       |
| 413                 | $\frac{7}{708}$                | $\frac{1}{59} \cdot \frac{7}{12} = \frac{7}{708}$       |
| 415                 | $\frac{5}{498}$                | $\frac{1}{83} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{498}$        |
| 417                 | $\frac{3}{278}$                | $\frac{1}{139} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{278}$       |
| 427                 | $\frac{7}{732}$                | $\frac{1}{61} \cdot \frac{7}{12} = \frac{7}{732}$       |
| 437                 | $\frac{19}{2070}$              | $\frac{1}{23} \cdot \frac{19}{90} = \frac{19}{2070}$    |
| 445                 | $\frac{5}{534}$                | $\frac{1}{89} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{534}$        |
| 447                 | $\frac{3}{298}$                | $\frac{1}{149} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{298}$       |
| 451                 | $\frac{11}{1230}$              | $\frac{1}{41} \cdot \frac{11}{30} = \frac{11}{1230}$    |
| 453                 | $\frac{3}{302}$                | $\frac{1}{151} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{302}$       |
| 469                 | $\frac{7}{804}$                | $\frac{1}{67} \cdot \frac{7}{12} = \frac{7}{804}$       |
| 471                 | $\frac{3}{314}$                | $\frac{1}{157} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{314}$       |
| 473                 | $\frac{11}{1290}$              | $\frac{1}{43} \cdot \frac{11}{30} = \frac{11}{1290}$    |
| 481                 | $\frac{13}{1554}$              | $\frac{1}{37} \cdot \frac{13}{42} = \frac{13}{1554}$    |
| 485                 | $\frac{5}{582}$                | $\frac{1}{97} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{582}$        |
| 489                 | $\frac{3}{326}$                | $\frac{1}{163} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{326}$       |
| 493                 | $\frac{17}{2088}$              | $\frac{1}{29} \cdot \frac{17}{72} = \frac{17}{2088}$    |
| 497                 | $\frac{7}{852}$                | $\frac{1}{71} \cdot \frac{7}{12} = \frac{7}{852}$       |
| 501                 | $\frac{3}{334}$                | $\frac{1}{167} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{334}$       |
| 505                 | $\frac{5}{606}$                | $\frac{1}{101} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{606}$       |
| 511                 | $\frac{7}{876}$                | $\frac{1}{73} \cdot \frac{7}{12} = \frac{7}{876}$       |
| 515                 | $\frac{5}{618}$                | $\frac{1}{103} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{618}$       |
| 517                 | $\frac{11}{1410}$              | $\frac{1}{47} \cdot \frac{11}{30} = \frac{11}{1410}$    |
| 519                 | $\frac{3}{346}$                | $\frac{1}{173} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{346}$       |
| 527                 | $\frac{17}{2232}$              | $\frac{1}{31} \cdot \frac{17}{72} = \frac{17}{2232}$    |
| 533                 | $\frac{13}{1722}$              | $\frac{1}{41} \cdot \frac{13}{42} = \frac{13}{1722}$    |
| 535                 | $\frac{5}{642}$                | $\frac{1}{107} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{642}$       |
| 537                 | $\frac{3}{358}$                | $\frac{1}{179} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{358}$       |
| 543                 | $\frac{3}{362}$                | $\frac{1}{181} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{362}$       |
| 545                 | $\frac{5}{654}$                | $\frac{1}{109} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{654}$       |
| 551                 | $\frac{19}{2610}$              | $\frac{1}{29} \cdot \frac{19}{90} = \frac{19}{2610}$    |
| 553                 | $\frac{7}{948}$                | $\frac{1}{79} \cdot \frac{7}{12} = \frac{7}{948}$       |
| 559                 | $\frac{13}{1806}$              | $\frac{1}{43} \cdot \frac{13}{42} = \frac{13}{1806}$    |

A. Schranken, Beispielgewichte

| $m = p_1 \cdot p_2$ | $\min \zeta_{\text{egalitär}}$ | $\frac{1}{p_2} \cdot \min \zeta_{\text{egalitär}}(p_1)$ |
|---------------------|--------------------------------|---------------------------------------------------------|
| 565                 | $\frac{5}{678}$                | $\frac{1}{113} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{678}$       |
| 573                 | $\frac{3}{382}$                | $\frac{1}{191} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{382}$       |
| 579                 | $\frac{3}{386}$                | $\frac{1}{193} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{386}$       |
| 581                 | $\frac{7}{996}$                | $\frac{1}{83} \cdot \frac{7}{12} = \frac{7}{996}$       |
| 583                 | $\frac{11}{1590}$              | $\frac{1}{53} \cdot \frac{11}{30} = \frac{11}{1590}$    |
| 589                 | $\frac{19}{2790}$              | $\frac{1}{31} \cdot \frac{19}{90} = \frac{19}{2790}$    |
| 591                 | $\frac{3}{394}$                | $\frac{1}{197} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{394}$       |
| 597                 | $\frac{3}{398}$                | $\frac{1}{199} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{398}$       |
| 611                 | $\frac{13}{1974}$              | $\frac{1}{47} \cdot \frac{13}{42} = \frac{13}{1974}$    |
| 623                 | $\frac{7}{1068}$               | $\frac{1}{89} \cdot \frac{7}{12} = \frac{7}{1068}$      |
| 629                 | $\frac{17}{2664}$              | $\frac{1}{37} \cdot \frac{17}{72} = \frac{17}{2664}$    |
| 633                 | $\frac{3}{422}$                | $\frac{1}{211} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{422}$       |
| 635                 | $\frac{5}{762}$                | $\frac{1}{127} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{762}$       |
| 649                 | $\frac{11}{1770}$              | $\frac{1}{59} \cdot \frac{11}{30} = \frac{11}{1770}$    |
| 655                 | $\frac{5}{786}$                | $\frac{1}{131} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{786}$       |
| 667                 | $\frac{23}{3828}$              | $\frac{1}{29} \cdot \frac{23}{132} = \frac{23}{3828}$   |
| 669                 | $\frac{3}{446}$                | $\frac{1}{223} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{446}$       |
| 671                 | $\frac{11}{1830}$              | $\frac{1}{61} \cdot \frac{11}{30} = \frac{11}{1830}$    |
| 679                 | $\frac{7}{1164}$               | $\frac{1}{97} \cdot \frac{7}{12} = \frac{7}{1164}$      |
| 681                 | $\frac{3}{454}$                | $\frac{1}{227} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{454}$       |
| 685                 | $\frac{5}{822}$                | $\frac{1}{137} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{822}$       |
| 687                 | $\frac{3}{458}$                | $\frac{1}{229} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{458}$       |
| 689                 | $\frac{13}{2226}$              | $\frac{1}{53} \cdot \frac{13}{42} = \frac{13}{2226}$    |
| 695                 | $\frac{5}{834}$                | $\frac{1}{139} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{834}$       |
| 697                 | $\frac{17}{2952}$              | $\frac{1}{41} \cdot \frac{17}{72} = \frac{17}{2952}$    |
| 699                 | $\frac{3}{466}$                | $\frac{1}{233} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{466}$       |
| 703                 | $\frac{19}{3330}$              | $\frac{1}{37} \cdot \frac{19}{90} = \frac{19}{3330}$    |
| 707                 | $\frac{7}{1212}$               | $\frac{1}{101} \cdot \frac{7}{12} = \frac{7}{1212}$     |
| 713                 | $\frac{23}{4092}$              | $\frac{1}{31} \cdot \frac{23}{132} = \frac{23}{4092}$   |
| 717                 | $\frac{3}{478}$                | $\frac{1}{239} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{478}$       |
| 721                 | $\frac{7}{1236}$               | $\frac{1}{103} \cdot \frac{7}{12} = \frac{7}{1236}$     |
| 723                 | $\frac{3}{482}$                | $\frac{1}{241} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{482}$       |
| 731                 | $\frac{17}{3096}$              | $\frac{1}{43} \cdot \frac{17}{72} = \frac{17}{3096}$    |
| 737                 | $\frac{11}{2010}$              | $\frac{1}{67} \cdot \frac{11}{30} = \frac{11}{2010}$    |
| 745                 | $\frac{5}{894}$                | $\frac{1}{149} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{894}$       |
| 749                 | $\frac{7}{1284}$               | $\frac{1}{107} \cdot \frac{7}{12} = \frac{7}{1284}$     |

A. Schranken, Beispielgewichte

| $m = p_1 \cdot p_2$ | $\min \zeta_{\text{egalitär}}$ | $\frac{1}{p_2} \cdot \min \zeta_{\text{egalitär}}(p_1)$ |
|---------------------|--------------------------------|---------------------------------------------------------|
| 753                 | $\frac{3}{502}$                | $\frac{1}{251} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{502}$       |
| 755                 | $\frac{5}{906}$                | $\frac{1}{151} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{906}$       |
| 763                 | $\frac{7}{1308}$               | $\frac{1}{109} \cdot \frac{7}{12} = \frac{7}{1308}$     |
| 767                 | $\frac{13}{2478}$              | $\frac{1}{59} \cdot \frac{13}{42} = \frac{13}{2478}$    |
| 771                 | $\frac{3}{514}$                | $\frac{1}{257} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{514}$       |
| 779                 | $\frac{19}{3690}$              | $\frac{1}{41} \cdot \frac{19}{90} = \frac{19}{3690}$    |
| 781                 | $\frac{11}{2130}$              | $\frac{1}{71} \cdot \frac{11}{30} = \frac{11}{2130}$    |
| 785                 | $\frac{5}{942}$                | $\frac{1}{157} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{942}$       |
| 789                 | $\frac{3}{526}$                | $\frac{1}{263} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{526}$       |
| 791                 | $\frac{7}{1356}$               | $\frac{1}{113} \cdot \frac{7}{12} = \frac{7}{1356}$     |
| 793                 | $\frac{13}{2562}$              | $\frac{1}{61} \cdot \frac{13}{42} = \frac{13}{2562}$    |
| 799                 | $\frac{17}{3384}$              | $\frac{1}{47} \cdot \frac{17}{72} = \frac{17}{3384}$    |
| 803                 | $\frac{11}{2190}$              | $\frac{1}{73} \cdot \frac{11}{30} = \frac{11}{2190}$    |
| 813                 | $\frac{3}{542}$                | $\frac{1}{271} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{542}$       |



## A.2. Schranken mit Beispielen und Richtungen

### A.2.1. Minimum, egalitär

| m  | $\min \zeta_{\text{egalitär}}$ | erreichbare Richtungen für $\min \zeta_{\text{egalitär}}$<br>Beispielgewichtsvektor für $\min \zeta_{\text{egalitär}}$                                                                                      |
|----|--------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 4  | 1                              | $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$                                                                                                                                                                  |
| 5  | $\frac{5}{6}$                  | $\begin{pmatrix} 1, 2 \\ \frac{5}{6} & \frac{5}{3} \end{pmatrix}$                                                                                                                                           |
| 7  | $\frac{7}{12}$                 | $\begin{pmatrix} 1, 2, 3 \\ \frac{7}{12} & \frac{7}{6} & \frac{7}{4} \end{pmatrix}$                                                                                                                         |
| 8  | $\frac{1}{2}$                  | $\begin{pmatrix} 1, 3 \\ \frac{1}{2} & 1 & \frac{3}{2} & 2 \end{pmatrix}$                                                                                                                                   |
| 9  | $\frac{1}{2}$                  | $\begin{pmatrix} 1, 2, 4 \\ \frac{1}{2} & 1 & \frac{3}{2} & \frac{3}{2} \end{pmatrix}$                                                                                                                      |
| 10 | $\frac{1}{2}$                  | $\begin{pmatrix} 1, 3 \\ \frac{1}{2} & 1 & 1 & \frac{3}{2} & 2 \end{pmatrix}$                                                                                                                               |
| 11 | $\frac{11}{30}$                | $\begin{pmatrix} 1, 2, 3, 4, 5 \\ \frac{11}{30} & \frac{11}{15} & \frac{11}{10} & \frac{22}{15} & \frac{11}{6} \end{pmatrix}$                                                                               |
| 13 | $\frac{13}{42}$                | $\begin{pmatrix} 1, 2, 3, 4, 5, 6 \\ \frac{13}{42} & \frac{13}{21} & \frac{13}{14} & \frac{26}{21} & \frac{65}{42} & \frac{13}{7} \end{pmatrix}$                                                            |
| 14 | $\frac{1}{3}$                  | $\begin{pmatrix} 1, 3, 5 \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & \frac{5}{6} & \frac{7}{6} & \frac{4}{3} & \frac{5}{3} & 2 \end{pmatrix}$                                                                            |
| 15 | $\frac{3}{10}$                 | $\begin{pmatrix} 1, 2, 4, 7 \\ \frac{3}{10} & \frac{3}{5} & \frac{9}{10} & \frac{6}{5} & \frac{3}{2} & \frac{8}{5} & \frac{7}{5} \end{pmatrix}$                                                             |
| 16 | $\frac{1}{4}$                  | $\begin{pmatrix} 1, 3, 5, 7 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{3}{4} & 1 & \frac{5}{4} & \frac{3}{2} & \frac{7}{4} & 2 \end{pmatrix}$                                                                     |
| 17 | $\frac{17}{72}$                | $\begin{pmatrix} 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 \\ \frac{17}{72} & \frac{17}{36} & \frac{17}{24} & \frac{17}{18} & \frac{85}{72} & \frac{17}{12} & \frac{119}{72} & \frac{17}{9} \end{pmatrix}$                     |
| 19 | $\frac{19}{90}$                | $\begin{pmatrix} 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 \\ \frac{19}{90} & \frac{19}{45} & \frac{19}{30} & \frac{38}{45} & \frac{19}{18} & \frac{19}{15} & \frac{133}{90} & \frac{76}{45} & \frac{19}{10} \end{pmatrix}$ |
| 20 | $\frac{1}{4}$                  | $\begin{pmatrix} 1, 3, 7, 9 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{3}{4} & 1 & 1 & 1 & \frac{5}{4} & \frac{3}{2} & \frac{7}{4} & 2 \end{pmatrix}$                                                             |
| 21 | $\frac{3}{14}$                 | $\begin{pmatrix} 1, 2, 4, 5, 8, 10 \\ \frac{3}{14} & \frac{3}{7} & \frac{9}{14} & \frac{6}{7} & \frac{15}{14} & \frac{9}{7} & \frac{3}{2} & \frac{11}{7} & \frac{11}{7} & \frac{19}{14} \end{pmatrix}$      |
| 22 | $\frac{1}{5}$                  | $\begin{pmatrix} 1, 3, 5, 7, 9 \\ \frac{1}{5} & \frac{2}{5} & \frac{11}{20} & \frac{3}{4} & \frac{9}{10} & \frac{11}{10} & \frac{5}{4} & \frac{29}{20} & \frac{8}{5} & \frac{9}{5} & 2 \end{pmatrix}$       |

# A. Schranken, Beispielgewichte

| m  | $\min \zeta_{\text{egalitär}}$ | erreichbare Richtungen für $\min \zeta_{\text{egalitär}}$<br>Beispielgewichtsvektor für $\min \zeta_{\text{egalitär}}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|----|--------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 23 | $\frac{23}{132}$               | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11<br>( $\frac{23}{132}$ $\frac{23}{66}$ $\frac{23}{44}$ $\frac{23}{33}$ $\frac{115}{132}$ $\frac{23}{22}$ $\frac{161}{132}$ $\frac{46}{33}$ $\frac{69}{44}$ $\frac{115}{66}$ $\frac{23}{12}$ )                                                                                                                                                                                                                            |
| 25 | $\frac{1}{6}$                  | 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 11, 12<br>( $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{5}{6}$ 1 $\frac{7}{6}$ $\frac{4}{3}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{5}{3}$ $\frac{7}{4}$ $\frac{19}{12}$ )                                                                                                                                                                                                                                                       |
| 26 | $\frac{1}{6}$                  | 1, 3, 5, 7, 9, 11<br>( $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{7}{15}$ $\frac{19}{30}$ $\frac{23}{30}$ $\frac{14}{15}$ $\frac{16}{15}$ $\frac{37}{30}$ $\frac{41}{30}$ $\frac{23}{15}$ $\frac{5}{3}$ $\frac{11}{6}$ 2 )                                                                                                                                                                                                                                        |
| 27 | $\frac{1}{6}$                  | 1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11, 13<br>( $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{5}{6}$ 1 $\frac{7}{6}$ $\frac{4}{3}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{4}{3}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{5}{3}$ )                                                                                                                                                                                                                                             |
| 28 | $\frac{1}{6}$                  | 1, 3, 5, 9, 11, 13<br>( $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{5}{6}$ 1 $\frac{7}{6}$ $\frac{7}{6}$ $\frac{4}{3}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{5}{3}$ $\frac{11}{6}$ 2 )                                                                                                                                                                                                                                                    |
| 29 | $\frac{29}{210}$               | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14<br>( $\frac{29}{210}$ $\frac{29}{105}$ $\frac{29}{70}$ $\frac{58}{105}$ $\frac{29}{42}$ $\frac{29}{35}$ $\frac{29}{30}$ $\frac{116}{105}$ $\frac{87}{70}$ $\frac{29}{21}$ $\frac{319}{210}$ $\frac{58}{35}$ $\frac{377}{210}$ $\frac{29}{15}$ )                                                                                                                                                             |
| 31 | $\frac{31}{240}$               | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15<br>( $\frac{31}{240}$ $\frac{31}{120}$ $\frac{31}{80}$ $\frac{31}{60}$ $\frac{31}{48}$ $\frac{31}{40}$ $\frac{217}{240}$ $\frac{31}{30}$ $\frac{93}{80}$ $\frac{31}{24}$ $\frac{341}{240}$ $\frac{31}{20}$ $\frac{403}{240}$ $\frac{217}{120}$ $\frac{31}{16}$ )                                                                                                                                        |
| 32 | $\frac{1}{8}$                  | 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15<br>( $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{3}{8}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{5}{8}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{7}{8}$ 1 $\frac{9}{8}$ $\frac{5}{4}$ $\frac{11}{8}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{13}{8}$ $\frac{7}{4}$ $\frac{15}{8}$ 2 )                                                                                                                                                                                                               |
| 33 | $\frac{3}{22}$                 | 1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 13, 14, 16<br>( $\frac{3}{22}$ $\frac{3}{11}$ $\frac{9}{22}$ $\frac{6}{11}$ $\frac{15}{22}$ $\frac{9}{11}$ $\frac{21}{22}$ $\frac{12}{11}$ $\frac{27}{22}$ $\frac{15}{11}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{18}{11}$ $\frac{18}{11}$ $\frac{17}{11}$ $\frac{31}{22}$ $\frac{14}{11}$ )                                                                                                                                                          |
| 34 | $\frac{1}{8}$                  | 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15<br>( $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{5}{14}$ $\frac{27}{56}$ $\frac{33}{56}$ $\frac{5}{7}$ $\frac{23}{28}$ $\frac{53}{56}$ $\frac{59}{56}$ $\frac{33}{28}$ $\frac{9}{7}$ $\frac{79}{56}$ $\frac{85}{56}$ $\frac{23}{14}$ $\frac{7}{4}$ $\frac{15}{8}$ 2 )                                                                                                                                                                    |
| 35 | $\frac{5}{42}$                 | 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 11, 12, 13, 16, 17<br>( $\frac{5}{42}$ $\frac{5}{21}$ $\frac{5}{14}$ $\frac{10}{21}$ $\frac{25}{42}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{20}{21}$ $\frac{15}{14}$ $\frac{25}{21}$ $\frac{55}{42}$ $\frac{10}{7}$ $\frac{65}{42}$ $\frac{5}{3}$ $\frac{12}{7}$ $\frac{143}{84}$ $\frac{19}{12}$ )                                                                                                                                      |
| 37 | $\frac{37}{342}$               | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18<br>( $\frac{37}{342}$ $\frac{37}{171}$ $\frac{37}{114}$ $\frac{74}{171}$ $\frac{185}{342}$ $\frac{37}{57}$ $\frac{259}{342}$ $\frac{148}{171}$ $\frac{37}{38}$ $\frac{185}{171}$ $\frac{407}{342}$ $\frac{74}{57}$ $\frac{481}{342}$ $\frac{259}{171}$ $\frac{185}{114}$ $\frac{296}{171}$ $\frac{629}{342}$ $\frac{37}{19}$ )                                                              |
| 38 | $\frac{1}{9}$                  | 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17<br>( $\frac{1}{9}$ $\frac{2}{9}$ $\frac{23}{72}$ $\frac{31}{72}$ $\frac{19}{36}$ $\frac{23}{36}$ $\frac{53}{72}$ $\frac{61}{72}$ $\frac{17}{18}$ $\frac{19}{18}$ $\frac{83}{72}$ $\frac{91}{72}$ $\frac{49}{36}$ $\frac{53}{36}$ $\frac{113}{72}$ $\frac{121}{72}$ $\frac{16}{9}$ $\frac{17}{9}$ 2 )                                                                                                                        |
| 39 | $\frac{3}{26}$                 | 1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11, 14, 16, 17, 19<br>( $\frac{3}{26}$ $\frac{3}{13}$ $\frac{9}{26}$ $\frac{6}{13}$ $\frac{15}{26}$ $\frac{9}{13}$ $\frac{21}{26}$ $\frac{12}{13}$ $\frac{27}{26}$ $\frac{15}{13}$ $\frac{33}{26}$ $\frac{18}{13}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{21}{13}$ $\frac{5}{3}$ $\frac{125}{78}$ $\frac{58}{39}$ $\frac{107}{78}$ $\frac{49}{39}$ )                                                                                                  |
| 40 | $\frac{1}{8}$                  | 1, 3, 7, 9, 11, 13, 17, 19<br>( $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{3}{8}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{5}{8}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{7}{8}$ 1 $\frac{7}{8}$ 1 $\frac{9}{8}$ 1 $\frac{9}{8}$ $\frac{5}{4}$ $\frac{11}{8}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{13}{8}$ $\frac{7}{4}$ $\frac{15}{8}$ 2 )                                                                                                                                                                              |
| 41 | $\frac{41}{420}$               | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20<br>( $\frac{41}{420}$ $\frac{41}{210}$ $\frac{41}{140}$ $\frac{41}{105}$ $\frac{41}{84}$ $\frac{41}{70}$ $\frac{41}{60}$ $\frac{82}{105}$ $\frac{123}{140}$ $\frac{41}{42}$ $\frac{451}{420}$ $\frac{41}{35}$ $\frac{533}{420}$ $\frac{41}{30}$ $\frac{41}{28}$ $\frac{164}{105}$ $\frac{697}{420}$ $\frac{123}{70}$ $\frac{779}{420}$ $\frac{41}{21}$ )                            |
| 43 | $\frac{43}{462}$               | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21<br>( $\frac{43}{462}$ $\frac{43}{231}$ $\frac{43}{154}$ $\frac{86}{231}$ $\frac{215}{462}$ $\frac{43}{77}$ $\frac{43}{66}$ $\frac{172}{231}$ $\frac{129}{154}$ $\frac{215}{231}$ $\frac{43}{42}$ $\frac{86}{77}$ $\frac{559}{462}$ $\frac{43}{33}$ $\frac{215}{154}$ $\frac{344}{231}$ $\frac{731}{462}$ $\frac{129}{77}$ $\frac{817}{462}$ $\frac{430}{231}$ $\frac{43}{22}$ ) |
| 44 | $\frac{1}{10}$                 | 1, 3, 5, 7, 9, 13, 15, 17, 19, 21<br>( $\frac{1}{10}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{3}{10}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{9}{20}$ $\frac{11}{20}$ $\frac{13}{20}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{9}{10}$ 1 $\frac{11}{10}$ $\frac{6}{5}$ $\frac{5}{4}$ $\frac{27}{20}$ $\frac{29}{20}$ $\frac{31}{20}$ $\frac{8}{5}$ $\frac{17}{10}$ $\frac{9}{5}$ $\frac{19}{10}$ 2 )                                                                                                  |

# A. Schranken, Beispielgewichte

| m  | $\min\zeta_{\text{egalitär}}$ | erreichbare Richtungen für $\min\zeta_{\text{egalitär}}$<br>Beispielgewichtsvektor für $\min\zeta_{\text{egalitär}}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|----|-------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 45 | $\frac{1}{10}$                | 1, 2, 4, 7, 8, 11, 13, 14, 16, 17, 19, 22<br>( $\frac{1}{10}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{3}{10}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{3}{5}$ $\frac{7}{10}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{9}{10}$ 1 $\frac{11}{10}$ $\frac{6}{5}$ $\frac{13}{10}$ $\frac{7}{5}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{8}{5}$ $\frac{8}{5}$ $\frac{8}{5}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{7}{5}$ $\frac{13}{10}$ )                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
| 46 | $\frac{1}{11}$                | 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21<br>( $\frac{1}{11}$ $\frac{2}{11}$ $\frac{29}{110}$ $\frac{39}{55}$ $\frac{24}{55}$ $\frac{29}{55}$ $\frac{67}{110}$ $\frac{7}{10}$ $\frac{43}{55}$ $\frac{48}{55}$ $\frac{21}{22}$ $\frac{23}{22}$ $\frac{62}{55}$ $\frac{67}{55}$ $\frac{13}{10}$ $\frac{153}{55}$ $\frac{81}{55}$ $\frac{86}{110}$ $\frac{181}{110}$ $\frac{191}{110}$ $\frac{20}{11}$ $\frac{21}{11}$ 2 )                                                                                                                                                                                                                                                      |
| 47 | $\frac{47}{552}$              | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23<br>( $\frac{47}{552}$ $\frac{47}{276}$ $\frac{47}{184}$ $\frac{47}{138}$ $\frac{235}{552}$ $\frac{47}{92}$ $\frac{329}{552}$ $\frac{47}{69}$ $\frac{141}{184}$ $\frac{235}{276}$ $\frac{517}{552}$ $\frac{47}{46}$ $\frac{611}{552}$ $\frac{329}{276}$ $\frac{235}{184}$ $\frac{94}{69}$ $\frac{799}{552}$ $\frac{141}{92}$ $\frac{893}{552}$ $\frac{235}{552}$ $\frac{329}{138}$ $\frac{517}{184}$ $\frac{47}{24}$ )                                                                                                                                                                  |
| 49 | $\frac{1}{12}$                | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 22, 23, 24<br>( $\frac{1}{12}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{5}{12}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{7}{12}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{11}{12}$ 1 $\frac{13}{12}$ $\frac{7}{6}$ $\frac{5}{4}$ $\frac{4}{3}$ $\frac{17}{12}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{19}{12}$ $\frac{5}{3}$ $\frac{7}{4}$ $\frac{11}{6}$ $\frac{7}{4}$ $\frac{5}{3}$ )                                                                                                                                                                                                                                        |
| 50 | $\frac{1}{10}$                | 1, 3, 7, 9, 11, 13, 17, 19, 21, 23<br>( $\frac{1}{10}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{3}{10}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{3}{5}$ $\frac{7}{10}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{9}{10}$ 1 $\frac{19}{20}$ $\frac{19}{20}$ $\frac{21}{20}$ $\frac{21}{20}$ 1 $\frac{11}{10}$ $\frac{6}{5}$ $\frac{13}{10}$ $\frac{7}{5}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{8}{5}$ $\frac{17}{10}$ $\frac{9}{5}$ $\frac{19}{10}$ 2 )                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| 51 | $\frac{3}{34}$                | 1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11, 13, 14, 16, 19, 20, 22, 23, 25<br>( $\frac{3}{34}$ $\frac{3}{17}$ $\frac{9}{34}$ $\frac{6}{17}$ $\frac{15}{34}$ $\frac{9}{17}$ $\frac{21}{34}$ $\frac{12}{17}$ $\frac{27}{34}$ $\frac{15}{17}$ $\frac{33}{34}$ $\frac{18}{17}$ $\frac{39}{34}$ $\frac{21}{17}$ $\frac{45}{34}$ $\frac{24}{17}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{27}{17}$ $\frac{109}{68}$ $\frac{103}{68}$ $\frac{97}{68}$ $\frac{91}{68}$ $\frac{97}{68}$ $\frac{103}{68}$ $\frac{27}{17}$ )                                                                                                                                                                                              |
| 52 | $\frac{1}{12}$                | 1, 3, 5, 7, 9, 11, 15, 17, 19, 21, 23, 25<br>( $\frac{1}{12}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{5}{12}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{7}{12}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{11}{12}$ 1 $\frac{13}{12}$ $\frac{7}{6}$ $\frac{5}{4}$ $\frac{4}{3}$ $\frac{17}{12}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{19}{12}$ $\frac{5}{3}$ $\frac{7}{4}$ $\frac{11}{6}$ $\frac{23}{12}$ 2 )                                                                                                                                                                                                                                                                     |
| 53 | $\frac{53}{702}$              | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26<br>( $\frac{53}{702}$ $\frac{53}{351}$ $\frac{53}{234}$ $\frac{106}{351}$ $\frac{265}{702}$ $\frac{53}{117}$ $\frac{371}{702}$ $\frac{212}{351}$ $\frac{53}{78}$ $\frac{265}{351}$ $\frac{583}{702}$ $\frac{106}{117}$ $\frac{371}{54}$ $\frac{212}{351}$ $\frac{53}{234}$ $\frac{265}{702}$ $\frac{39}{351}$ $\frac{1007}{702}$ $\frac{530}{351}$ $\frac{371}{351}$ $\frac{583}{702}$ $\frac{1219}{702}$ $\frac{212}{117}$ $\frac{1325}{702}$ $\frac{53}{27}$ )                                                                                                           |
| 55 | $\frac{5}{66}$                | 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 12, 13, 14, 16, 17, 18, 19, 21, 23, 24, 26, 27<br>( $\frac{5}{66}$ $\frac{5}{33}$ $\frac{5}{22}$ $\frac{10}{33}$ $\frac{25}{66}$ $\frac{5}{11}$ $\frac{35}{66}$ $\frac{20}{33}$ $\frac{15}{22}$ $\frac{25}{6}$ $\frac{5}{10}$ $\frac{65}{66}$ $\frac{35}{33}$ $\frac{25}{66}$ $\frac{40}{66}$ $\frac{85}{11}$ $\frac{95}{66}$ $\frac{50}{33}$ $\frac{35}{22}$ $\frac{5}{3}$ $\frac{221}{132}$ $\frac{7}{4}$ $\frac{113}{66}$ $\frac{18}{11}$ $\frac{103}{66}$ )                                                                                                                                                                                  |
| 56 | $\frac{1}{12}$                | 1, 3, 5, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 23, 25, 27<br>( $\frac{1}{12}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{5}{12}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{7}{12}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{11}{12}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{11}{12}$ 1 $\frac{13}{12}$ $\frac{7}{6}$ $\frac{13}{12}$ $\frac{7}{6}$ $\frac{5}{4}$ $\frac{4}{3}$ $\frac{17}{12}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{19}{12}$ $\frac{5}{3}$ $\frac{7}{4}$ $\frac{11}{6}$ $\frac{23}{12}$ 2 )                                                                                                                                                                                                                      |
| 57 | $\frac{3}{38}$                | 1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11, 13, 14, 16, 17, 20, 22, 23, 25, 26, 28<br>( $\frac{3}{38}$ $\frac{3}{19}$ $\frac{9}{38}$ $\frac{6}{19}$ $\frac{15}{38}$ $\frac{9}{19}$ $\frac{21}{38}$ $\frac{12}{19}$ $\frac{27}{38}$ $\frac{15}{19}$ $\frac{33}{38}$ $\frac{18}{19}$ $\frac{39}{38}$ $\frac{21}{19}$ $\frac{45}{38}$ $\frac{24}{19}$ $\frac{51}{38}$ $\frac{27}{19}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{63}{38}$ $\frac{63}{38}$ $\frac{30}{19}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{27}{19}$ $\frac{55}{38}$ $\frac{26}{19}$ $\frac{49}{38}$ )                                                                                                                                                           |
| 58 | $\frac{1}{14}$                | 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27<br>( $\frac{1}{14}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{19}{91}$ $\frac{51}{182}$ $\frac{9}{26}$ $\frac{38}{91}$ $\frac{44}{182}$ $\frac{101}{182}$ $\frac{113}{13}$ $\frac{9}{91}$ $\frac{69}{182}$ $\frac{151}{182}$ $\frac{163}{91}$ $\frac{88}{91}$ $\frac{94}{182}$ $\frac{201}{182}$ $\frac{213}{91}$ $\frac{113}{182}$ $\frac{17}{182}$ $\frac{251}{182}$ $\frac{263}{91}$ $\frac{138}{91}$ $\frac{144}{26}$ $\frac{43}{182}$ $\frac{313}{91}$ $\frac{163}{7}$ $\frac{13}{14}$ 2 )                                                                                                                                             |
| 59 | $\frac{59}{870}$              | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29<br>( $\frac{59}{870}$ $\frac{59}{435}$ $\frac{59}{290}$ $\frac{118}{435}$ $\frac{59}{174}$ $\frac{59}{145}$ $\frac{413}{870}$ $\frac{236}{435}$ $\frac{177}{290}$ $\frac{59}{87}$ $\frac{649}{870}$ $\frac{118}{145}$ $\frac{767}{435}$ $\frac{413}{870}$ $\frac{59}{145}$ $\frac{472}{870}$ $\frac{1003}{87}$ $\frac{177}{290}$ $\frac{1121}{435}$ $\frac{118}{870}$ $\frac{649}{435}$ $\frac{1357}{870}$ $\frac{236}{145}$ $\frac{265}{174}$ $\frac{767}{435}$ $\frac{531}{290}$ $\frac{826}{435}$ $\frac{59}{30}$ )                                         |
| 61 | $\frac{61}{930}$              | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30<br>( $\frac{61}{930}$ $\frac{61}{465}$ $\frac{61}{310}$ $\frac{122}{465}$ $\frac{61}{186}$ $\frac{61}{155}$ $\frac{427}{930}$ $\frac{244}{465}$ $\frac{183}{310}$ $\frac{61}{93}$ $\frac{671}{930}$ $\frac{122}{155}$ $\frac{783}{465}$ $\frac{427}{62}$ $\frac{61}{465}$ $\frac{488}{930}$ $\frac{1037}{155}$ $\frac{183}{93}$ $\frac{1130}{465}$ $\frac{122}{310}$ $\frac{427}{465}$ $\frac{671}{155}$ $\frac{1403}{186}$ $\frac{244}{465}$ $\frac{305}{310}$ $\frac{793}{465}$ $\frac{549}{310}$ $\frac{854}{465}$ $\frac{1769}{930}$ $\frac{61}{31}$ ) |
| 62 | $\frac{1}{15}$                | 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29<br>( $\frac{1}{15}$ $\frac{2}{15}$ $\frac{41}{210}$ $\frac{11}{42}$ $\frac{34}{105}$ $\frac{41}{105}$ $\frac{41}{210}$ $\frac{109}{105}$ $\frac{61}{105}$ $\frac{68}{105}$ $\frac{149}{210}$ $\frac{163}{105}$ $\frac{88}{21}$ $\frac{19}{105}$ $\frac{29}{30}$ $\frac{31}{21}$ $\frac{23}{105}$ $\frac{122}{210}$ $\frac{257}{210}$ $\frac{271}{210}$ $\frac{142}{105}$ $\frac{149}{105}$ $\frac{311}{42}$ $\frac{65}{105}$ $\frac{169}{105}$ $\frac{176}{42}$ $\frac{73}{105}$ $\frac{379}{210}$ $\frac{28}{15}$ $\frac{29}{15}$ 2 )                                                                             |
| 63 | $\frac{1}{14}$                | 1, 2, 4, 5, 8, 10, 11, 13, 16, 17, 19, 20, 22, 23, 25, 26, 29, 31<br>( $\frac{1}{14}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{3}{14}$ $\frac{2}{7}$ $\frac{5}{14}$ $\frac{3}{7}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{4}{7}$ $\frac{9}{14}$ $\frac{5}{7}$ $\frac{11}{14}$ $\frac{6}{7}$ $\frac{13}{14}$ 1 $\frac{15}{14}$ $\frac{8}{7}$ $\frac{17}{14}$ $\frac{9}{7}$ $\frac{19}{14}$ $\frac{10}{7}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{11}{7}$ $\frac{23}{14}$ $\frac{11}{7}$ $\frac{11}{7}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{11}{7}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{10}{7}$ $\frac{19}{14}$ $\frac{9}{7}$ )                                                                                                                                   |
| 64 | $\frac{1}{16}$                | 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31<br>( $\frac{1}{16}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{3}{16}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{5}{16}$ $\frac{3}{8}$ $\frac{7}{16}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{9}{16}$ $\frac{5}{8}$ $\frac{11}{16}$ $\frac{3}{8}$ $\frac{13}{16}$ $\frac{7}{8}$ $\frac{15}{16}$ 1 $\frac{17}{16}$ $\frac{9}{8}$ $\frac{19}{16}$ $\frac{5}{4}$ $\frac{21}{16}$ $\frac{11}{8}$ $\frac{23}{16}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{25}{16}$ $\frac{13}{8}$ $\frac{27}{16}$ $\frac{7}{4}$ $\frac{29}{16}$ $\frac{15}{8}$ $\frac{31}{16}$ 2 )                                                                                                                                   |

### A. Schranken, Beispielgewichte

[illegible]

### A. Schranken, Beispielgewichte

[illegible]

### A. Schranken, Beispielgewichte

[illegible]

### A. Schranken, Beispielgewichte

[illegible]







### A. Schranken, Beispielgewichte

[illegible]

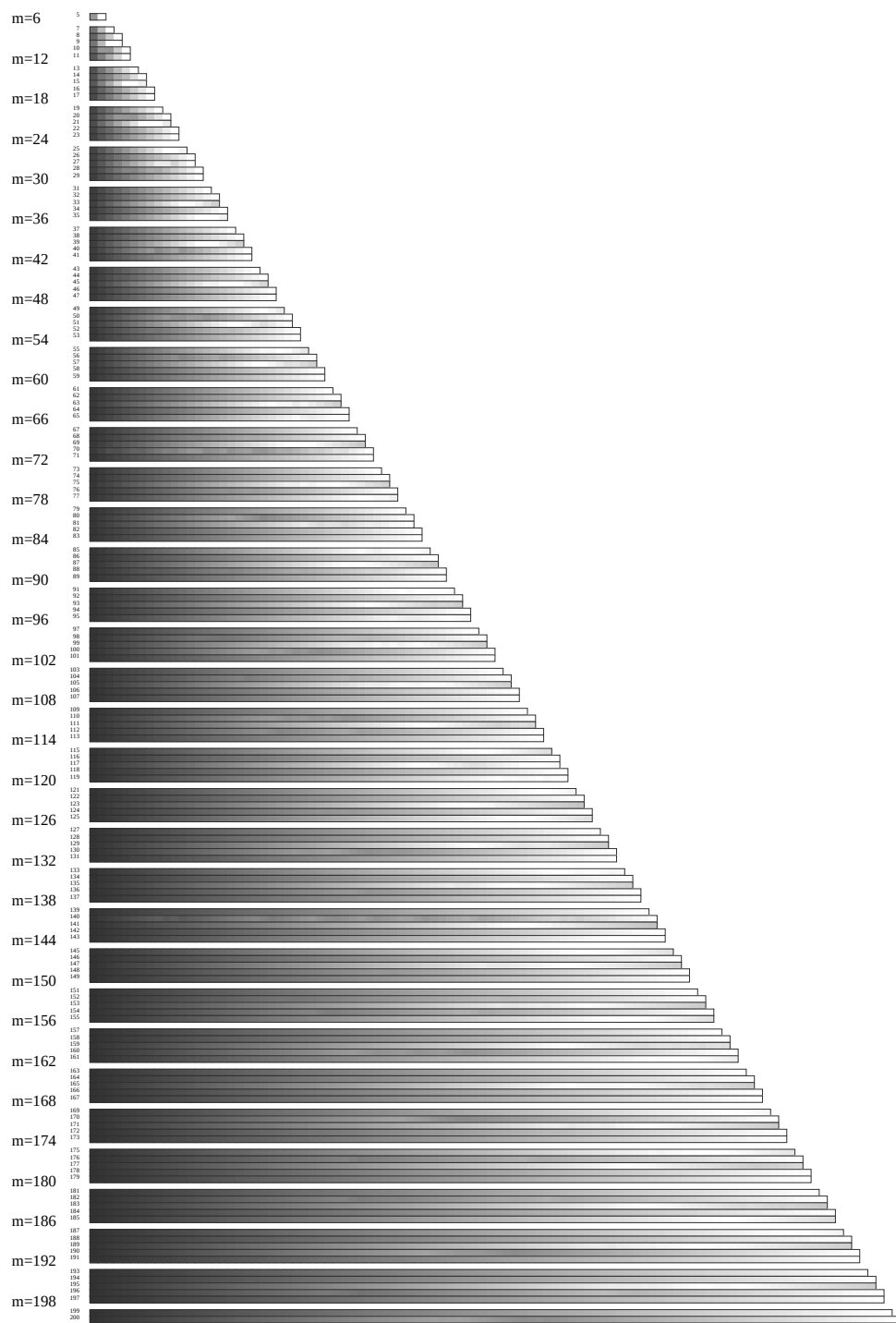


### **A.2.2. Minimum, egalitär als Grafik**

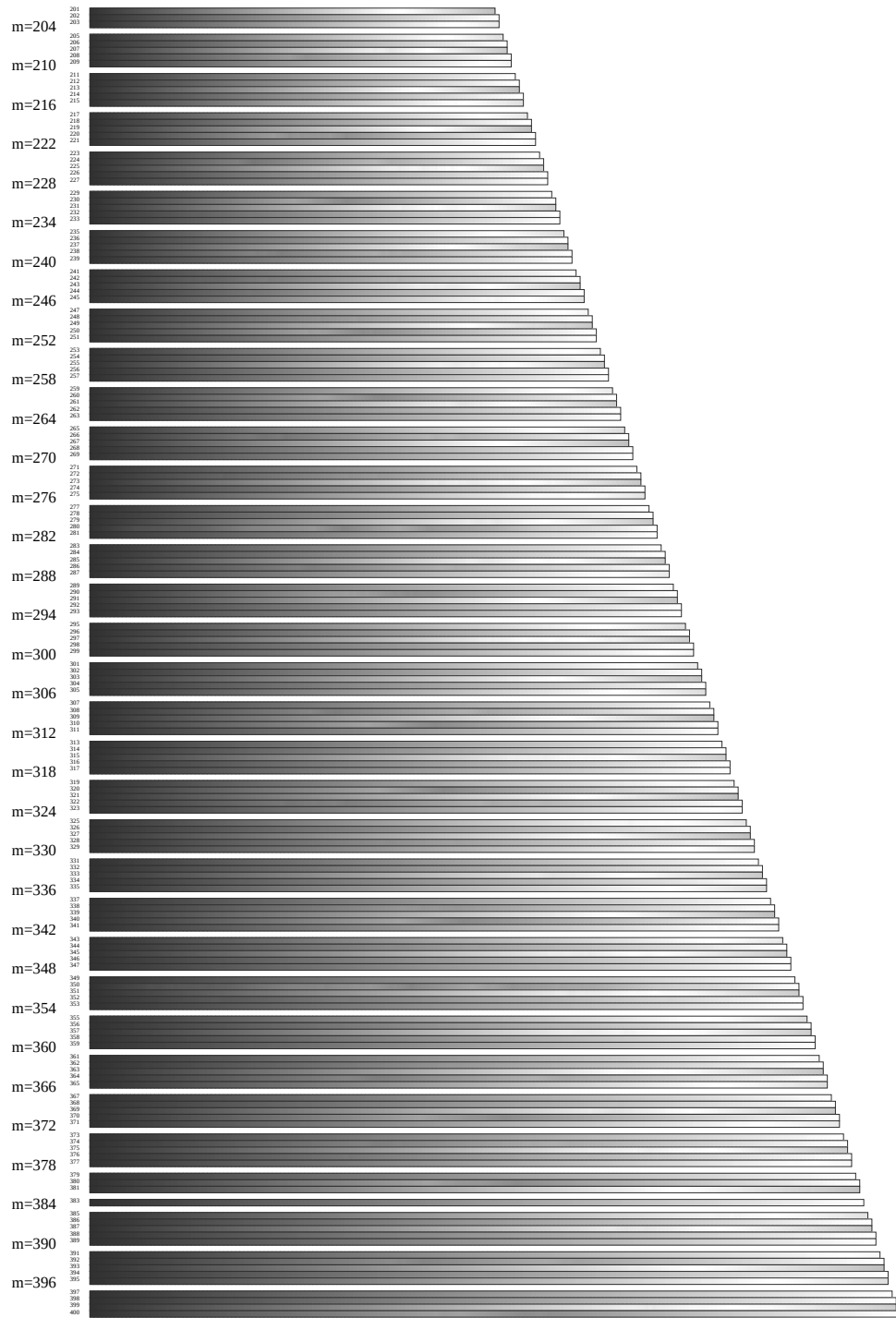
Nachdem die Beispielvektoren sehr lang sind, hier der Versuch durch Grafiken eine bessere Übersicht zu bieten:

Zu jedem  $m$  wurden die Werte des Beispielgewichtsvektors in Farben umgewandelt. Der kleinste Wert wird mit schwarz repräsentiert und der größte mit der hellsten Farbe.

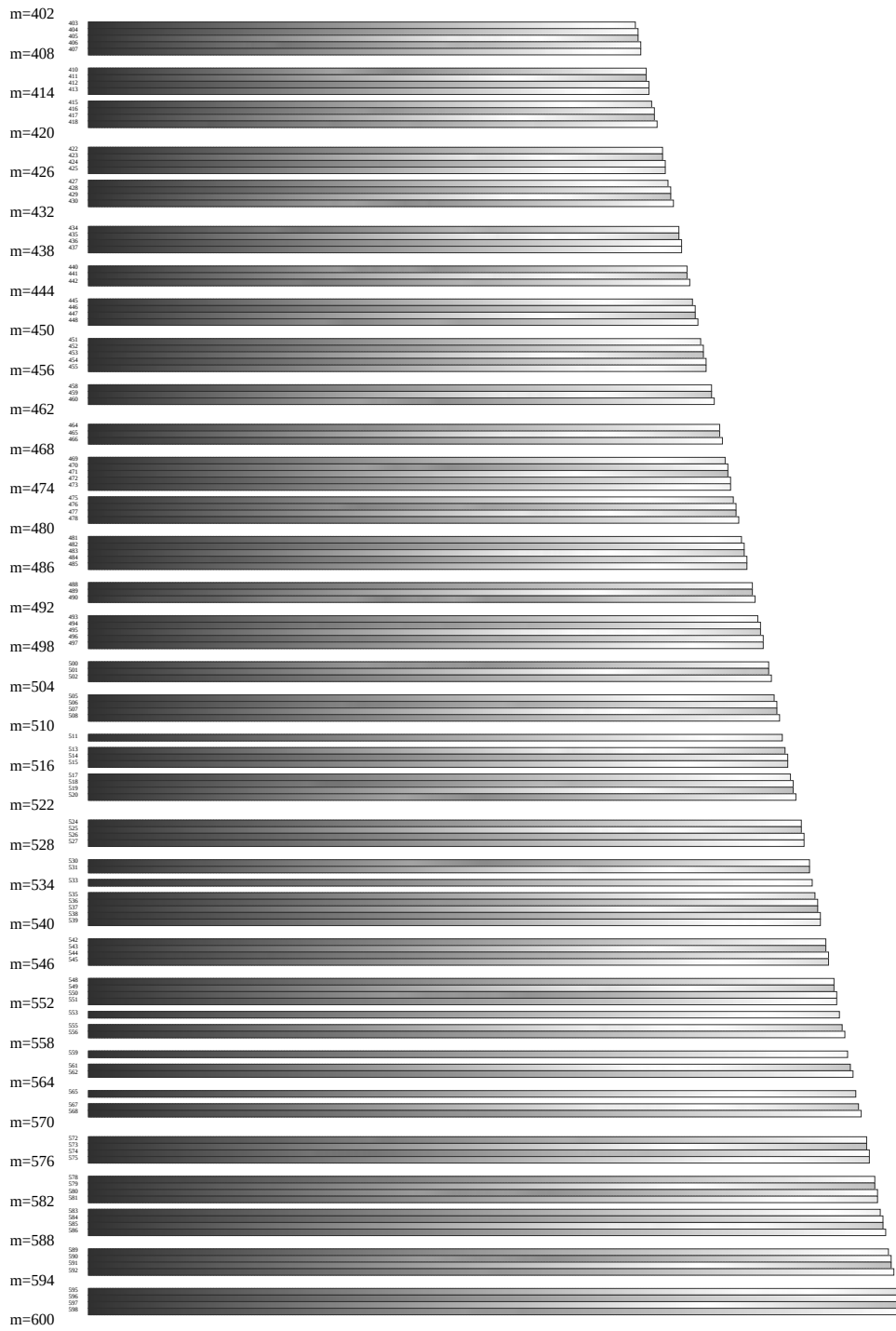
## A. Schranken, Beispielgewichte



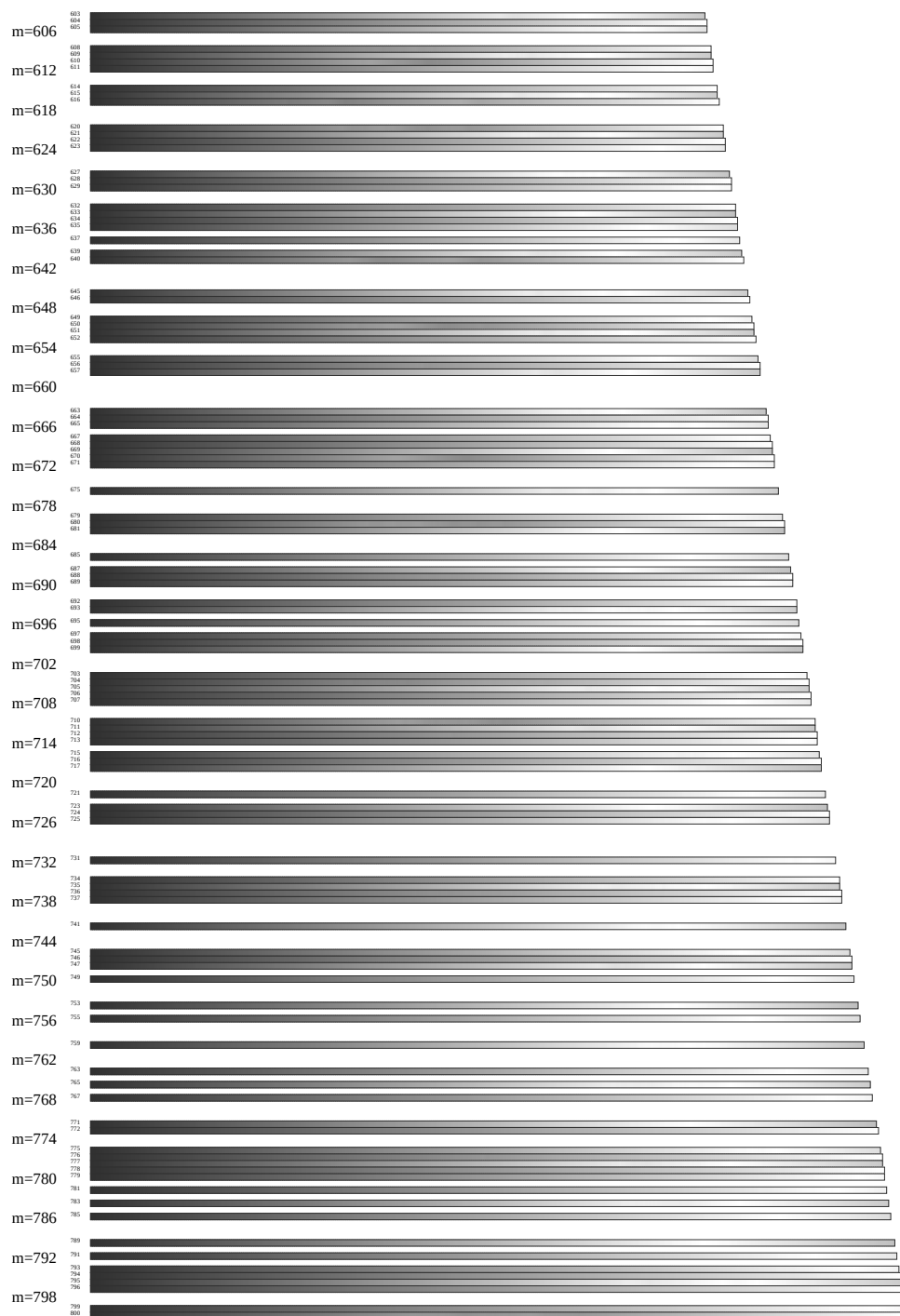
# A. Schranken, Beispielgewichte



## A. Schranken, Beispielgewichte

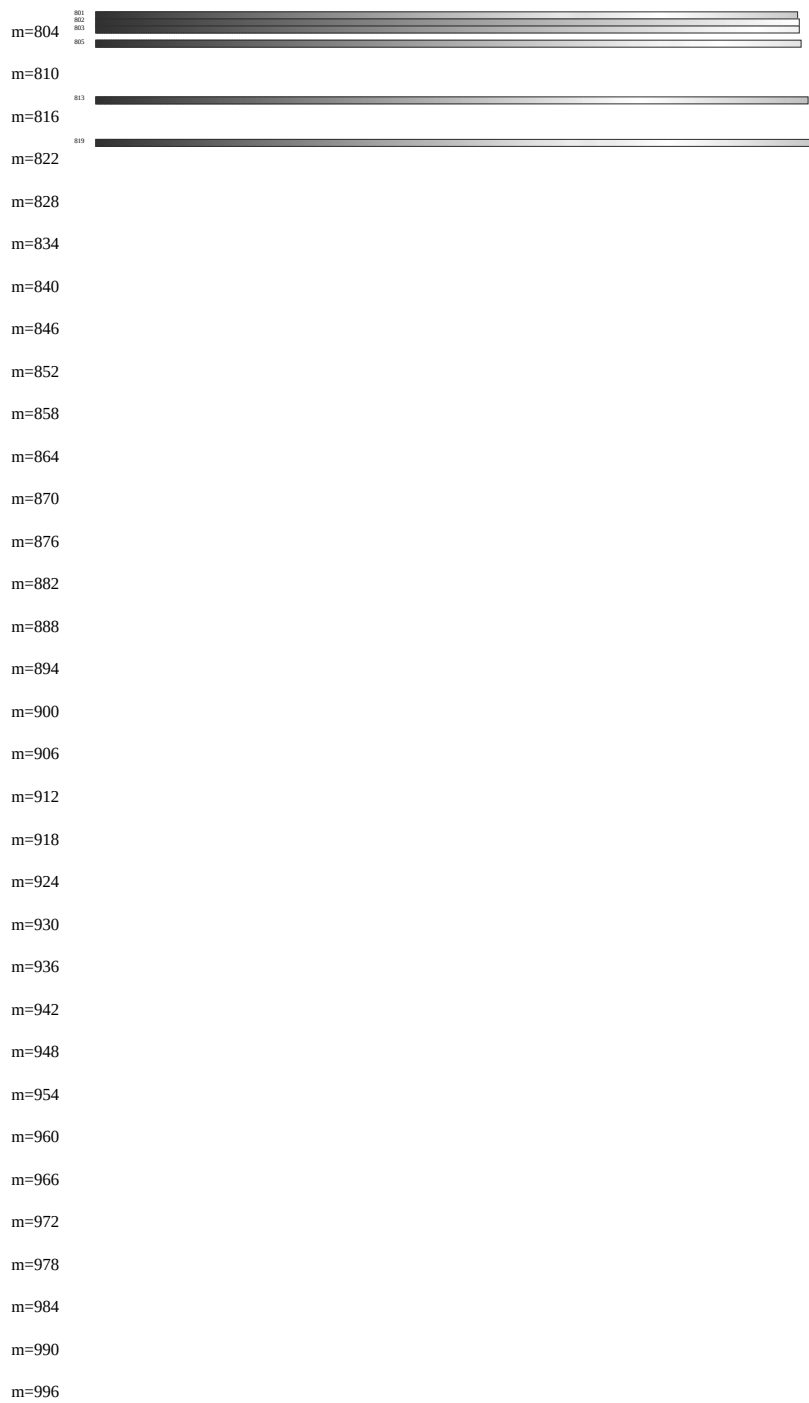


## A. Schranken, Beispielgewichte





## A. Schranken, Beispielgewichte



# A. Schranken, Beispielgewichte

## A.2.3. Maximum, egalitär

| m  | $\max \zeta_{\text{egalitär}}$ | erreichbare Richtungen für $\max \zeta_{\text{egalitär}}$<br>Beispielgewichtsvektor für $\max \zeta_{\text{egalitär}}$                                                                                     |
|----|--------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 4  | 1                              | $\begin{matrix} 1 \\ (1 \ 1) \end{matrix}$                                                                                                                                                                 |
| 5  | $\frac{5}{3}$                  | $\begin{matrix} 1, 2 \\ (\frac{5}{3} \ \frac{5}{6}) \end{matrix}$                                                                                                                                          |
| 7  | $\frac{7}{4}$                  | $\begin{matrix} 1, 2, 3 \\ (\frac{7}{4} \ \frac{7}{12} \ \frac{7}{6}) \end{matrix}$                                                                                                                        |
| 8  | 2                              | $\begin{matrix} 4 \\ (\frac{3}{2} \ 1 \ \frac{1}{2} \ 2) \end{matrix}$                                                                                                                                     |
| 9  | $\frac{3}{2}$                  | $\begin{matrix} 1, 2, 3, 4 \\ (\frac{3}{2} \ \frac{1}{2} \ \frac{3}{2} \ 1) \end{matrix}$                                                                                                                  |
| 10 | 2                              | $\begin{matrix} 5 \\ (1 \ \frac{3}{2} \ \frac{1}{2} \ 1 \ 2) \end{matrix}$                                                                                                                                 |
| 11 | $\frac{11}{6}$                 | $\begin{matrix} 1, 2, 3, 4, 5 \\ (\frac{11}{6} \ \frac{11}{24} \ \frac{11}{8} \ \frac{11}{12} \ \frac{11}{12}) \end{matrix}$                                                                               |
| 13 | $\frac{13}{7}$                 | $\begin{matrix} 1, 2, 3, 4, 5, 6 \\ (\frac{13}{7} \ \frac{13}{42} \ \frac{65}{42} \ \frac{13}{21} \ \frac{26}{21} \ \frac{13}{14}) \end{matrix}$                                                           |
| 14 | 2                              | $\begin{matrix} 7 \\ (\frac{4}{3} \ \frac{7}{6} \ \frac{1}{3} \ \frac{5}{3} \ \frac{5}{6} \ \frac{2}{3} \ 2) \end{matrix}$                                                                                 |
| 15 | $\frac{5}{3}$                  | $\begin{matrix} 3, 6 \\ (\frac{3}{2} \ \frac{3}{4} \ \frac{5}{4} \ \frac{1}{2} \ \frac{3}{2} \ \frac{5}{4} \ \frac{3}{4}) \end{matrix}$                                                                    |
| 16 | 2                              | $\begin{matrix} 8 \\ (\frac{7}{4} \ \frac{1}{2} \ \frac{5}{4} \ 1 \ \frac{3}{4} \ \frac{3}{2} \ \frac{1}{4} \ 2) \end{matrix}$                                                                             |
| 17 | $\frac{17}{9}$                 | $\begin{matrix} 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 \\ (\frac{17}{9} \ \frac{17}{27} \ \frac{34}{27} \ \frac{17}{27} \ \frac{34}{27} \ \frac{17}{27} \ \frac{34}{27} \ \frac{17}{18}) \end{matrix}$                     |
| 19 | $\frac{19}{10}$                | $\begin{matrix} 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 \\ (\frac{19}{10} \ \frac{19}{30} \ \frac{19}{15} \ \frac{19}{30} \ \frac{19}{15} \ \frac{19}{30} \ \frac{19}{15} \ \frac{19}{20} \ \frac{19}{20}) \end{matrix}$ |
| 20 | 2                              | $\begin{matrix} 10 \\ (\frac{7}{4} \ \frac{1}{2} \ \frac{5}{4} \ 1 \ 1 \ 1 \ \frac{3}{4} \ \frac{3}{2} \ \frac{1}{4} \ 2) \end{matrix}$                                                                    |
| 21 | $\frac{38}{21}$                | $\begin{matrix} 1, 2, 4, 5, 8, 10 \\ (\frac{38}{21} \ \frac{1}{3} \ \frac{31}{21} \ \frac{25}{42} \ \frac{17}{14} \ \frac{6}{7} \ \frac{3}{2} \ \frac{9}{14} \ \frac{7}{6} \ \frac{19}{21}) \end{matrix}$  |
| 22 | 2                              | $\begin{matrix} 11 \\ (\frac{29}{18} \ \frac{7}{9} \ \frac{8}{9} \ \frac{13}{9} \ \frac{2}{9} \ \frac{16}{9} \ \frac{5}{9} \ \frac{10}{9} \ \frac{11}{9} \ \frac{7}{18} \ 2) \end{matrix}$                 |

# A. Schranken, Beispielgewichte

| m  | $\max \zeta_{\text{egalitär}}$ | erreichbare Richtungen für $\max \zeta_{\text{egalitär}}$<br>Beispielgewichtsvektor für $\max \zeta_{\text{egalitär}}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|----|--------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 23 | $\frac{23}{12}$                | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11<br>( $\frac{23}{12}$ $\frac{23}{24}$ $\frac{23}{24}$ $\frac{23}{24}$ $\frac{23}{24}$ $\frac{23}{24}$ $\frac{23}{24}$ $\frac{23}{24}$ $\frac{23}{24}$ $\frac{23}{24}$ $\frac{23}{24}$ )                                                                                                                                                                                               |
| 25 | $\frac{25}{13}$                | 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 11, 12<br>( $\frac{25}{13}$ $\frac{5}{13}$ $\frac{20}{13}$ $\frac{5}{13}$ $\frac{20}{13}$ $\frac{10}{13}$ $\frac{15}{13}$ $\frac{10}{13}$ $\frac{15}{13}$ $\frac{25}{26}$ $\frac{25}{26}$ $\frac{25}{26}$ )                                                                                                                                                                                    |
| 26 | 2                              | 13<br>( $\frac{57}{34}$ $\frac{11}{17}$ $\frac{18}{17}$ $\frac{21}{17}$ $\frac{8}{17}$ $\frac{31}{17}$ $\frac{3}{17}$ $\frac{26}{17}$ $\frac{13}{17}$ $\frac{16}{17}$ $\frac{23}{17}$ $\frac{11}{34}$ 2 )                                                                                                                                                                                                              |
| 27 | $\frac{36}{19}$                | 1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11, 13<br>( $\frac{36}{19}$ $\frac{9}{19}$ $\frac{27}{19}$ $\frac{12}{19}$ $\frac{24}{19}$ $\frac{12}{19}$ $\frac{24}{19}$ $\frac{12}{19}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{33}{38}$ $\frac{39}{38}$ $\frac{18}{19}$ $\frac{18}{19}$ )                                                                                                                                                                       |
| 28 | 2                              | 14<br>( $\frac{11}{6}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{7}{6}$ $\frac{5}{6}$ 1 $\frac{7}{6}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{4}{3}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{5}{3}$ $\frac{1}{6}$ 2 )                                                                                                                                                                                                                                 |
| 29 | $\frac{29}{15}$                | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14<br>( $\frac{29}{15}$ $\frac{29}{90}$ $\frac{29}{18}$ $\frac{29}{45}$ $\frac{58}{45}$ $\frac{29}{45}$ $\frac{58}{45}$ $\frac{29}{45}$ $\frac{58}{45}$ $\frac{29}{45}$ $\frac{58}{45}$ $\frac{29}{30}$ $\frac{29}{30}$ $\frac{29}{30}$ )                                                                                                                                   |
| 31 | $\frac{31}{16}$                | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15<br>( $\frac{31}{16}$ $\frac{31}{80}$ $\frac{31}{20}$ $\frac{31}{80}$ $\frac{31}{20}$ $\frac{31}{80}$ $\frac{31}{20}$ $\frac{31}{40}$ $\frac{93}{80}$ $\frac{31}{40}$ $\frac{93}{80}$ $\frac{31}{40}$ $\frac{93}{80}$ $\frac{31}{32}$ $\frac{31}{32}$ )                                                                                                               |
| 32 | 2                              | 16<br>( $\frac{15}{8}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{13}{8}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{11}{8}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{9}{8}$ 1 $\frac{7}{8}$ $\frac{5}{4}$ $\frac{5}{8}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{3}{8}$ $\frac{7}{4}$ $\frac{1}{8}$ 2 )                                                                                                                                                                                                   |
| 33 | $\frac{36}{19}$                | 1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 13, 14, 16<br>( $\frac{36}{19}$ $\frac{17}{38}$ $\frac{55}{38}$ $\frac{17}{38}$ $\frac{55}{38}$ $\frac{25}{38}$ $\frac{47}{38}$ $\frac{25}{38}$ $\frac{26}{19}$ $\frac{10}{19}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{37}{38}$ $\frac{20}{19}$ $\frac{16}{19}$ $\frac{20}{19}$ $\frac{18}{19}$ )                                                                                                                  |
| 34 | 2                              | 17<br>( $\frac{58}{33}$ $\frac{16}{33}$ $\frac{14}{11}$ $\frac{21}{22}$ $\frac{9}{11}$ $\frac{31}{22}$ $\frac{4}{11}$ $\frac{41}{22}$ $\frac{3}{22}$ $\frac{18}{11}$ $\frac{13}{22}$ $\frac{13}{11}$ $\frac{23}{22}$ $\frac{8}{11}$ $\frac{50}{33}$ $\frac{8}{33}$ 2 )                                                                                                                                                 |
| 35 | $\frac{23}{12}$                | 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 11, 12, 13, 16, 17<br>( $\frac{23}{12}$ $\frac{7}{12}$ $\frac{4}{3}$ $\frac{7}{12}$ $\frac{4}{3}$ $\frac{7}{12}$ $\frac{4}{3}$ $\frac{7}{12}$ $\frac{4}{3}$ $\frac{7}{6}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{7}{6}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{7}{6}$ 1 $\frac{11}{12}$ 1 )                                                                                                                                           |
| 37 | $\frac{37}{19}$                | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18<br>( $\frac{37}{19}$ $\frac{37}{57}$ $\frac{74}{57}$ $\frac{37}{57}$ $\frac{74}{57}$ $\frac{37}{57}$ $\frac{74}{57}$ $\frac{37}{57}$ $\frac{74}{57}$ $\frac{37}{57}$ $\frac{74}{57}$ $\frac{37}{57}$ $\frac{74}{57}$ $\frac{37}{57}$ $\frac{74}{57}$ $\frac{37}{38}$ )                                                                                   |
| 38 | 2                              | 19<br>( $\frac{91}{51}$ $\frac{22}{51}$ $\frac{23}{17}$ $\frac{29}{34}$ $\frac{16}{17}$ $\frac{43}{34}$ $\frac{9}{17}$ $\frac{57}{34}$ $\frac{2}{17}$ $\frac{32}{17}$ $\frac{11}{34}$ $\frac{25}{17}$ $\frac{25}{34}$ $\frac{18}{17}$ $\frac{39}{34}$ $\frac{11}{17}$ $\frac{80}{51}$ $\frac{11}{51}$ 2 )                                                                                                              |
| 39 | $\frac{86}{45}$                | 1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11, 14, 16, 17, 19<br>( $\frac{86}{45}$ $\frac{13}{45}$ $\frac{73}{45}$ $\frac{49}{90}$ $\frac{41}{30}$ $\frac{49}{90}$ $\frac{41}{30}$ $\frac{49}{90}$ $\frac{41}{30}$ $\frac{7}{10}$ $\frac{109}{90}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{7}{10}$ $\frac{109}{90}$ $\frac{43}{45}$ $\frac{43}{45}$ $\frac{43}{45}$ $\frac{43}{45}$ )                                                            |
| 40 | 2                              | 20<br>( $\frac{15}{8}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{13}{8}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{11}{8}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{9}{8}$ 1 $\frac{9}{8}$ 1 $\frac{7}{8}$ 1 $\frac{7}{8}$ $\frac{5}{4}$ $\frac{5}{8}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{3}{8}$ $\frac{7}{4}$ $\frac{1}{8}$ 2 )                                                                                                                                                                   |
| 41 | $\frac{41}{21}$                | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20<br>( $\frac{41}{21}$ $\frac{41}{126}$ $\frac{205}{126}$ $\frac{41}{126}$ $\frac{205}{126}$ $\frac{41}{126}$ $\frac{205}{126}$ $\frac{41}{63}$ $\frac{82}{63}$ $\frac{41}{63}$ $\frac{82}{63}$ $\frac{41}{63}$ $\frac{82}{63}$ $\frac{41}{63}$ $\frac{82}{252}$ $\frac{41}{36}$ $\frac{205}{252}$ $\frac{41}{36}$ $\frac{41}{42}$ )               |
| 43 | $\frac{43}{22}$                | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21<br>( $\frac{43}{22}$ $\frac{43}{132}$ $\frac{215}{132}$ $\frac{43}{132}$ $\frac{215}{132}$ $\frac{43}{66}$ $\frac{43}{33}$ $\frac{43}{66}$ $\frac{43}{33}$ $\frac{43}{66}$ $\frac{43}{33}$ $\frac{43}{66}$ $\frac{43}{33}$ $\frac{43}{66}$ $\frac{43}{33}$ $\frac{43}{66}$ $\frac{43}{33}$ $\frac{43}{66}$ $\frac{43}{44}$ $\frac{43}{44}$ ) |
| 44 | 2                              | 22<br>( $\frac{19}{10}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{17}{10}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{3}{5}$ $\frac{13}{10}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{11}{10}$ $\frac{9}{10}$ 1 $\frac{11}{10}$ $\frac{9}{10}$ $\frac{6}{5}$ $\frac{7}{10}$ $\frac{7}{5}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{8}{5}$ $\frac{3}{10}$ $\frac{9}{5}$ $\frac{1}{10}$ 2 )                                                                                                   |

# A. Schranken, Beispielgewichte

| m  | $\max \zeta_{\text{egalitär}}$ | erreichbare Richtungen für $\max \zeta_{\text{egalitär}}$<br>Beispielgewichtsvektor für $\max \zeta_{\text{egalitär}}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|----|--------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 45 | $\frac{25}{13}$                | 1, 2, 4, 7, 8, 11, 13, 14, 16, 17, 19, 22<br>$(\frac{25}{13} \frac{7}{13} \frac{18}{13} \frac{7}{13} \frac{37}{26} \frac{7}{13} \frac{18}{13} \frac{7}{13} \frac{3}{2} \frac{8}{13} \frac{17}{13} \frac{8}{13} \frac{18}{13} \frac{7}{13} \frac{3}{2} \frac{25}{26} \frac{25}{26} 1 \frac{25}{26} \frac{25}{26} \frac{25}{26} \frac{25}{26})$                                                                                                                                   |
| 46 | 2                              | 23<br>$(\frac{299}{164} \frac{29}{82} \frac{241}{164} \frac{29}{41} \frac{46}{41} \frac{43}{41} \frac{32}{41} \frac{57}{41} \frac{18}{41} \frac{71}{41} \frac{4}{41} \frac{78}{41} \frac{11}{41} \frac{64}{41} \frac{25}{41} \frac{50}{41} \frac{39}{41} \frac{36}{41} \frac{53}{164} \frac{87}{164} \frac{135}{82} \frac{29}{164} 2)$                                                                                                                                          |
| 47 | $\frac{47}{24}$                | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23<br>$(\frac{47}{24} \frac{47}{144} \frac{235}{144} \frac{47}{144} \frac{235}{144} \frac{47}{144} \frac{235}{144} \frac{47}{72} \frac{47}{36} \frac{47}{72} \frac{47}{36} \frac{47}{72} \frac{47}{36} \frac{47}{72} \frac{47}{36} \frac{47}{72} \frac{47}{36} \frac{47}{72} \frac{47}{36} \frac{235}{288} \frac{329}{288} \frac{47}{48} \frac{47}{48})$                                         |
| 49 | $\frac{49}{25}$                | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 22, 23, 24<br>$(\frac{49}{25} \frac{14}{75} \frac{133}{75} \frac{28}{75} \frac{119}{75} \frac{28}{75} \frac{119}{75} \frac{14}{25} \frac{7}{25} \frac{14}{25} \frac{7}{25} \frac{56}{75} \frac{91}{75} \frac{14}{15} \frac{77}{15} \frac{14}{15} \frac{77}{15} \frac{49}{50} \frac{49}{50} \frac{49}{50} \frac{49}{50} \frac{49}{50} \frac{49}{50} \frac{49}{50})$                                              |
| 50 | 2                              | 25<br>$(\frac{9}{5} \frac{2}{5} \frac{7}{5} \frac{4}{5} 1 \frac{29}{25} \frac{51}{50} \frac{59}{50} \frac{33}{50} \frac{3}{2} \frac{17}{50} \frac{42}{25} \frac{8}{25} \frac{83}{50} \frac{1}{2} \frac{67}{50} \frac{41}{50} \frac{49}{50} \frac{21}{25} 1 \frac{6}{5} \frac{3}{5} \frac{8}{5} \frac{1}{5} 2)$                                                                                                                                                                  |
| 51 | $\frac{126}{65}$               | 1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11, 13, 14, 16, 19, 20, 22, 23, 25<br>$(\frac{126}{65} \frac{11}{26} \frac{197}{130} \frac{83}{130} \frac{13}{10} \frac{83}{130} \frac{13}{10} \frac{83}{130} \frac{13}{10} \frac{83}{130} \frac{13}{10} \frac{83}{130} \frac{13}{10} \frac{83}{130} \frac{7}{5} \frac{7}{13} \frac{3}{2} \frac{25}{26} \frac{14}{13} \frac{56}{65} \frac{14}{13} \frac{63}{65} \frac{63}{65} \frac{63}{65})$                                                             |
| 52 | 2                              | 26<br>$(\frac{23}{12} \frac{1}{6} \frac{7}{4} \frac{1}{3} \frac{19}{12} \frac{1}{2} \frac{17}{12} \frac{2}{3} \frac{5}{4} \frac{5}{6} \frac{13}{12} 1 1 1 \frac{11}{12} \frac{7}{6} \frac{3}{4} \frac{4}{3} \frac{7}{12} \frac{3}{2} \frac{5}{12} \frac{5}{3} \frac{1}{4} \frac{11}{6} \frac{1}{12} 2)$                                                                                                                                                                         |
| 53 | $\frac{53}{27}$                | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26<br>$(\frac{53}{27} \frac{53}{81} \frac{106}{81} \frac{53}{81} \frac{106}{81} \frac{53}{81} \frac{106}{81} \frac{53}{81} \frac{106}{81} \frac{53}{81} \frac{106}{81} \frac{53}{81} \frac{106}{81} \frac{53}{81} \frac{106}{81} \frac{53}{81} \frac{106}{81} \frac{53}{81} \frac{106}{81} \frac{53}{81} \frac{106}{81} \frac{53}{81} \frac{106}{81} \frac{53}{81})$                 |
| 55 | $\frac{218}{111}$              | 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 12, 13, 14, 16, 17, 18, 19, 21, 23, 24, 26, 27<br>$(\frac{218}{111} \frac{31}{222} \frac{135}{74} \frac{25}{111} \frac{193}{74} \frac{27}{222} \frac{355}{111} \frac{50}{37} \frac{56}{111} \frac{50}{37} \frac{56}{111} \frac{317}{222} \frac{119}{222} \frac{317}{222} \frac{25}{222} \frac{143}{111} \frac{169}{74} \frac{89}{111} \frac{100}{111} \frac{118}{74} \frac{73}{111} \frac{109}{111} \frac{109}{111} \frac{109}{111} \frac{109}{111})$   |
| 56 | 2                              | 28<br>$(\frac{23}{12} \frac{1}{6} \frac{7}{4} \frac{1}{3} \frac{19}{12} \frac{1}{2} \frac{17}{12} \frac{2}{3} \frac{5}{4} \frac{5}{6} \frac{13}{12} \frac{5}{6} \frac{13}{12} 1 \frac{11}{12} \frac{7}{6} \frac{11}{12} \frac{7}{6} \frac{3}{4} \frac{4}{3} \frac{7}{12} \frac{3}{2} \frac{5}{12} \frac{5}{3} \frac{1}{4} \frac{11}{6} \frac{1}{12} 2)$                                                                                                                         |
| 57 | $\frac{134}{69}$               | 1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11, 13, 14, 16, 17, 20, 22, 23, 25, 26, 28<br>$(\frac{134}{69} \frac{19}{69} \frac{5}{3} \frac{38}{69} \frac{32}{69} \frac{38}{69} \frac{32}{69} \frac{38}{69} \frac{32}{69} \frac{38}{69} \frac{32}{69} \frac{38}{69} \frac{32}{69} \frac{38}{69} \frac{32}{69} \frac{18}{23} \frac{3}{2} \frac{33}{46} \frac{169}{138} \frac{131}{138} \frac{137}{138} \frac{67}{69} \frac{67}{69} \frac{67}{69} \frac{67}{69})$                                        |
| 58 | 2                              | 29<br>$(\frac{307}{165} \frac{46}{165} \frac{87}{165} \frac{92}{165} \frac{43}{33} \frac{5}{6} \frac{34}{33} \frac{73}{66} \frac{25}{33} \frac{91}{66} \frac{16}{33} \frac{109}{66} \frac{7}{33} \frac{127}{66} \frac{5}{66} \frac{59}{66} \frac{23}{66} \frac{50}{66} \frac{41}{66} \frac{59}{66} \frac{32}{66} \frac{7}{66} \frac{23}{165} \frac{238}{165} \frac{23}{165} \frac{284}{165} \frac{23}{165} 2)$                                                                  |
| 59 | $\frac{59}{30}$                | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29<br>$(\frac{59}{30} \frac{59}{180} \frac{59}{36} \frac{59}{180} \frac{59}{36} \frac{59}{180} \frac{59}{36} \frac{59}{90} \frac{59}{45} \frac{59}{90} \frac{59}{45} \frac{59}{90} \frac{59}{45} \frac{59}{90} \frac{59}{45} \frac{59}{90} \frac{59}{45} \frac{59}{90} \frac{59}{45} \frac{59}{90} \frac{59}{45} \frac{59}{90} \frac{59}{45} \frac{59}{90})$             |
| 61 | $\frac{61}{31}$                | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30<br>$(\frac{61}{31} \frac{61}{93} \frac{122}{93} \frac{61}{93} \frac{122}{93} \frac{61}{93} \frac{122}{93} \frac{61}{93} \frac{122}{93} \frac{61}{93} \frac{122}{93} \frac{61}{93} \frac{122}{93} \frac{61}{93} \frac{122}{93} \frac{61}{93} \frac{122}{93} \frac{61}{93} \frac{122}{93} \frac{61}{93} \frac{122}{93} \frac{61}{93} \frac{122}{93} \frac{61}{93})$ |
| 62 | 2                              | 31<br>$(\frac{402}{215} \frac{56}{215} \frac{346}{215} \frac{112}{215} \frac{58}{215} \frac{67}{43} \frac{47}{86} \frac{89}{86} \frac{36}{43} \frac{111}{86} \frac{25}{43} \frac{133}{86} \frac{14}{86} \frac{155}{86} \frac{3}{43} \frac{83}{86} \frac{17}{43} \frac{72}{86} \frac{39}{86} \frac{61}{86} \frac{61}{86} \frac{50}{86} \frac{83}{86} \frac{39}{86} \frac{105}{86} \frac{28}{86} \frac{318}{215} \frac{84}{215} \frac{374}{215} \frac{28}{215} 2)$                |
| 63 | $\frac{113}{58}$               | 1, 2, 4, 5, 8, 10, 11, 13, 16, 17, 19, 20, 22, 23, 25, 26, 29, 31<br>$(\frac{113}{58} \frac{21}{58} \frac{46}{29} \frac{13}{29} \frac{3}{29} \frac{13}{29} \frac{3}{29} \frac{3}{29} \frac{41}{58} \frac{36}{58} \frac{41}{58} \frac{36}{58} \frac{41}{58} \frac{36}{58} \frac{41}{58} \frac{36}{58} \frac{41}{58} \frac{36}{58} \frac{41}{58} \frac{36}{58} \frac{41}{58} \frac{36}{58} \frac{41}{58})$                                                                        |
| 64 | 2                              | 32<br>$(\frac{31}{16} \frac{1}{8} \frac{29}{16} \frac{1}{4} \frac{27}{16} \frac{3}{8} \frac{25}{16} \frac{1}{2} \frac{23}{16} \frac{5}{8} \frac{21}{16} \frac{3}{4} \frac{19}{16} \frac{7}{8} \frac{17}{16} 1 \frac{15}{16} \frac{9}{8} \frac{13}{16} \frac{5}{4} \frac{11}{16} \frac{11}{8} \frac{9}{16} \frac{3}{2} \frac{7}{16} \frac{13}{8} \frac{5}{16} \frac{7}{4} \frac{3}{16} \frac{15}{8} \frac{1}{16} 2)$                                                             |

### A. Schranken, Beispielgewichte

[illegible]

### A. Schranken, Beispielgewichte

| m  | $\max \zeta_{\text{egalit\"ar}}$ | erreichbare Richtungen f\"ur $\max \zeta_{\text{egalit\"ar}}$<br>Beispielgewichtsvektor f\"ur $\max \zeta_{\text{egalit\"ar}}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|----|----------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 79 | $\frac{79}{40}$                  | $(\begin{smallmatrix} 79 & 79 & 79 & 79 & 79 & 79 & 79 & 79 & 79 & 79 & 79 & 79 & 79 & 79 & 79 \\ 40 & 120 & 60 & 120 & 60 & 120 & 60 & 120 & 60 & 120 & 60 & 120 & 60 & 120 & 60 \end{smallmatrix})$<br>$1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
| 80 | 2                                | $(\begin{smallmatrix} 31 & 1 & 29 & 1 & 27 & 3 & 25 & 5 & 21 & 3 & 19 & 7 & 17 & 1 & 17 & 7 & 17 & 1 & 15 & 9 & 13 & 5 & 11 & 11 & 9 & 3 & 7 & 13 & 5 & 7 & 3 & 15 & 1 & 2 \\ 16 & 8 & 16 & 4 & 16 & 8 & 16 & 2 & 16 & 8 & 16 & 4 & 16 & 8 & 16 & 4 & 16 & 8 & 16 & 8 & 16 & 4 & 16 & 8 & 16 & 2 & 16 & 8 & 16 & 4 & 16 & 8 & 16 & 4 \end{smallmatrix})$<br>40<br>$1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11, 13, 14, 16, 17, 19, 20, 22, 23, 25, 26, 28, 29, 31, 32, 34, 35, 37, 38, 40$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
| 81 | $\frac{63}{32}$                  | $(\begin{smallmatrix} 63 & 27 & 99 & 33 & 93 & 33 & 93 & 33 & 93 & 9 & 45 & 9 & 45 & 9 & 45 & 9 & 45 & 9 & 45 & 39 & 87 & 39 & 87 & 39 & 57 & 69 & 57 & 69 & 63 & 63 & 63 & 63 & 63 & 63 \\ 32 & 64 & 64 & 64 & 64 & 64 & 64 & 64 & 64 & 16 & 32 & 16 & 32 & 16 & 32 & 16 & 32 & 16 & 32 & 64 & 64 & 64 & 64 & 64 & 64 & 64 & 64 & 64 & 64 & 64 & 64 & 64 & 64 \end{smallmatrix})$<br>$1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| 82 | 2                                | $(\begin{smallmatrix} 892 & 92 & 800 & 184 & 708 & 276 & 85 & 105 & 75 & 131 & 62 & 157 & 49 & 183 & 36 & 209 & 28 & 235 & 10 & 261 & 7 & 124 & 33 & 111 & 59 & 98 & 85 & 111 & 72 & 157 & 59 & 103 & 46 & 602 & 230 & 754 & 138 & 846 & 46 & 2 \\ 409 & 409 & 409 & 409 & 409 & 409 & 67 & 134 & 67 & 134 & 67 & 134 & 67 & 134 & 67 & 134 & 67 & 134 & 67 & 134 & 67 & 134 & 67 & 134 & 67 & 134 & 67 & 134 & 67 & 134 & 67 & 409 & 409 & 409 & 409 & 409 & 409 \end{smallmatrix})$<br>$1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
| 83 | $\frac{83}{42}$                  | $(\begin{smallmatrix} 83 & 83 & 415 & 83 & 415 & 83 & 415 & 83 & 415 & 83 & 83 & 83 & 83 & 83 & 83 & 83 & 83 & 83 & 83 & 83 & 83 & 83 & 83 & 83 & 83 & 83 & 83 & 83 & 83 & 83 & 83 & 83 & 83 & 83 & 83 & 83 \\ 42 & 252 & 252 & 252 & 252 & 252 & 252 & 252 & 252 & 252 & 126 & 63 & 126 & 63 & 126 & 63 & 126 & 63 & 126 & 63 & 126 & 63 & 126 & 63 & 126 & 63 & 126 & 63 & 126 & 63 & 84 & 84 & 84 & 84 & 84 & 84 & 84 & 84 \end{smallmatrix})$<br>$1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 11, 12, 13, 14, 16, 18, 19, 21, 22, 23, 24, 26, 27, 28, 29, 31, 32, 33, 36, 37, 38, 39, 41, 42$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
| 85 | $\frac{85}{43}$                  | $(\begin{smallmatrix} 85 & 29 & 141 & 29 & 141 & 20 & 65 & 20 & 65 & 20 & 65 & 20 & 65 & 20 & 65 & 20 & 65 & 20 & 65 & 101 & 69 & 101 & 69 & 101 & 69 & 101 & 69 & 101 & 69 & 101 & 69 & 85 & 85 & 85 & 85 & 85 & 85 & 85 \\ 43 & 86 & 86 & 86 & 86 & 43 & 43 & 43 & 43 & 43 & 43 & 43 & 43 & 43 & 43 & 43 & 43 & 43 & 43 & 86 & 86 & 86 & 86 & 86 & 86 & 86 & 86 & 86 & 86 & 86 & 86 & 86 & 86 & 86 & 86 & 86 \end{smallmatrix})$<br>$43$<br>$(\begin{smallmatrix} 1081 & 106 & 325 & 212 & 609 & 106 & 109 & 121 & 91 & 151 & 79 & 181 & 61 & 211 & 49 & 211 & 34 & 271 & 19 & 301 & 4 & 158 & 28 & 143 & 83 & 113 & 98 & 143 & 83 & 173 & 88 & 203 & 53 & 272 & 265 & 922 & 53 & 1028 & 53 & 2 \\ 507 & 507 & 507 & 507 & 507 & 189 & 81 & 162 & 81 & 162 & 81 & 162 & 81 & 162 & 81 & 162 & 81 & 162 & 81 & 162 & 81 & 162 & 81 & 162 & 81 & 162 & 81 & 162 & 81 & 162 & 81 & 162 & 81 & 162 & 81 & 162 & 81 \end{smallmatrix})$<br>$1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11, 13, 14, 16, 17, 19, 20, 22, 23, 25, 26, 28, 31, 32, 34, 35, 37, 38, 40, 41, 43$ |
| 87 | $\frac{234}{119}$                | $(\begin{smallmatrix}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |

### A. Schranken, Beispielgewichte

[illegible]

### A. Schranken, Beispielgewichte

| m   | $max \zeta_{egalit\ddot{a}r}$ | erreichbare Richtungen f\u00fcr $max \zeta_{egalit\ddot{a}r}$<br>Beispielgewichtsvektor f\u00fcr $max \zeta_{egalit\ddot{a}r}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|-----|-------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 105 | $\frac{211}{108}$             | 1, 2, 4, 8, 11, 13, 16, 17, 19, 22, 23, 26, 29, 31, 32, 34, 37, 38, 41, 43, 44, 46, 47, 52<br>(21 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63 64 65 66 67 68 69 70 71 72 73 74 75 76 77 78 79 80 81 82 83 84 85 86 87 88 89 90 91 92 93 94 95 96 97 98 99 100 101 102 103 104 105 106 107 108 109 110 111 112 113 114 115 116 117 118 119 120 121 122 123 124 125 126 127 128 129 130 131 132 133 134 135 136 137 138 139 140 141 142 143 144 145 146 147 148 149 150 151 152 153 154 155 156 157 158 159 160 161 162 163 164 165 166 167 168 169 170 171 172 173 174 175 176 177 178 179 180 181 182 183 184 185 186 187 188 189 190 191 192 193 194 195 196 197 198 199 200 201 202 203 204 205 206 207 208 209 210 211 212 213 214 215 216 217 218 219 220 221 222 223 224 225 226 227 228 229 230 231 232 233 234 235 236 237 238 239 240 241 242 243 244 245 246 247 248 249 250 251 252 253 254 255 256 257 258 259 260 261 262 263 264 265 266 267 268 269 270 271 272 273 274 275 276 277 278 279 280 281 282 283 284 285 286 287 288 289 290 291 292 293 294 295 296 297 298 299 300 301 302 303 304 305 306 307 308 309 310 311 312 313 314 315 316 317 318 319 320 321 322 323 324 325 326 327 328 329 330 331 332 333 334 335 336 337 338 339 340 341 342 343 344 345 346 347 348 349 350 351 352 353 354 355 356 357 358 359 360 361 362 363 364 365 366 367 368 369 370 371 372 373 374 375 376 377 378 379 380 381 382 383 384 385 386 387 388 389 390 391 392 393 394 395 396 397 398 399 400 401 402 403 404 405 406 407 408 409 410 411 412 413 414 415 416 417 418 419 420 421 422 423 424 425 426 427 428 429 430 431 432 433 434 435 436 437 438 439 440 441 442 443 444 445 446 447 448 449 450 451 452 453 454 455 456 457 458 459 460 461 462 463 464 465 466 467 468 469 470 471 472 473 474 475 476 477 478 479 480 481 482 483 484 485 486 487 488 489 490 491 492 493 494 495 496 497 498 499 500 501 502 503 504 505 506 507 508 509 510 511 512 513 514 515 516 517 518 519 520 521 522 523 524 525 526 527 528 529 530 531 532 533 534 535 536 537 538 539 540 541 542 543 544 545 546 547 548 549 550 551 552 553 554 555 556 557 558 559 560 561 562 563 564 565 566 567 568 569 570 571 572 573 574 575 576 577 578 579 580 581 582 583 584 585 586 587 588 589 590 591 592 593 594 595 596 597 598 599 600 601 602 603 604 605 606 607 608 609 610 611 612 613 614 615 616 617 618 619 620 621 622 623 624 625 626 627 628 629 630 631 632 633 634 635 636 637 638 639 640 641 642 643 644 645 646 647 648 649 650 651 652 653 654 655 656 657 658 659 660 661 662 663 664 665 666 667 668 669 670 671 672 673 674 675 676 677 678 679 680 681 682 683 684 685 686 687 688 689 690 691 692 693 694 695 696 697 698 699 700 701 702 703 704 705 706 707 708 709 710 711 712 713 714 715 716 717 718 719 720 721 722 723 724 725 726 727 728 729 730 731 732 733 734 735 736 737 738 739 740 741 742 743 744 745 746 747 748 749 750 751 752 753 754 755 756 757 758 759 760 761 762 763 764 765 766 767 768 769 770 771 772 773 774 775 776 777 778 779 780 781 782 783 784 785 786 787 788 789 790 791 792 793 794 795 796 797 798 799 800 801 802 803 804 805 806 807 808 809 810 811 812 813 814 815 816 817 818 819 820 821 822 823 824 825 826 827 828 829 830 831 832 833 834 835 836 837 838 839 840 841 842 843 844 845 846 847 848 849 850 851 852 853 854 855 856 857 858 859 860 861 862 863 864 865 866 867 868 869 870 871 872 873 874 875 876 877 878 879 880 881 882 883 884 885 886 887 888 889 890 891 892 893 894 895 896 897 898 899 900 901 902 903 904 905 906 907 908 909 910 911 912 913 914 915 916 917 918 919 920 921 922 923 924 925 926 927 928 929 930 931 932 933 934 935 936 937 938 939 940 941 942 943 944 945 946 947 948 949 950 951 952 953 954 955 956 957 958 959 960 961 962 963 964 965 966 967 968 969 970 971 972 973 974 975 976 977 978 979 980 981 982 983 984 985 986 987 988 989 990 991 992 993 994 995 996 997 998 999 1000 |



### A. Schranken, Beispielgewichte

[illegible]

# A. Schranken, Beispielgewichte

| m   | $\max \zeta_{\text{Segaltit\"ar}}$ | erreichbare Richtungen f\"ur $\max \zeta_{\text{Segaltit\"ar}}$<br>Beispielgewichtsvektor f\"ur $\max \zeta_{\text{Segaltit\"ar}}$                                                                                                                                                              |
|-----|------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 127 | $\frac{127}{64}$                   | $\begin{pmatrix} 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63 \\ 64 \end{pmatrix}$         |
| 128 | 2                                  | $\begin{pmatrix} 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64 \\ 64 \end{pmatrix}$     |
| 129 | $\frac{326}{165}$                  | $\begin{pmatrix} 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64 \\ 65 \end{pmatrix}$     |
| 130 | 2                                  | $\begin{pmatrix} 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64 \\ 65 \end{pmatrix}$     |
| 131 | $\frac{131}{66}$                   | $\begin{pmatrix} 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65 \\ 66 \end{pmatrix}$ |
| 133 | $\frac{133}{67}$                   | $\begin{pmatrix} 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65 \\ 67 \end{pmatrix}$ |
| 134 | 2                                  | $\begin{pmatrix} 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65 \\ 67 \end{pmatrix}$ |

### A. Schranken, Beispielgewichte

| m   | $\max \zeta_{\text{egalit\"ar}}$ | erreichbare Richtungen f\"ur $\max \zeta_{\text{egalit\"ar}}$<br>Beispielgewichtsvektor f\"ur $\max \zeta_{\text{egalit\"ar}}$                                                                                                                                                                                                                                                                           |
|-----|----------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 135 | $\frac{608}{307}$                | $1, 2, 4, 8, 11, 13, 14, 16, 17, 19, 22, 23, 28, 29, 31, 32, 34, 37, 38, 41, 43, 44, 46, 47, 49, 52, 53, 56, 59, 61, 62, 64, 67, 68, 70, 71, 73, 74, 76, 77, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100$                                                                                                                                                    |
| 136 | 2                                | $68$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
| 137 | $\frac{137}{69}$                 | $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100$ |
| 139 | $\frac{139}{70}$                 | $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100$ |
| 140 | 2                                | $70$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
| 141 | $\frac{99}{50}$                  | $1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11, 13, 14, 16, 17, 19, 20, 22, 23, 25, 26, 28, 29, 31, 32, 34, 37, 38, 40, 41, 43, 44, 46, 48, 49, 52, 53, 56, 59, 61, 62, 64, 67, 68, 70, 71, 73, 74, 76, 77, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100$                                                                                                                          |
| 142 | 2                                | $71$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |

### A. Schranken, Beispielgewichte

[illegible]

# A. Schranken, Beispielgewichte

## A.2.4. Minimum, vollständig egalitär

| m  | $\min \zeta_{\text{egalitär}}^{\text{vollständig}}$ | erreichbare Richtungen für $\min \zeta_{\text{egalitär}}^{\text{vollständig}}$<br>Beispielgewichtsvektor für $\min \zeta_{\text{egalitär}}^{\text{vollständig}}$                                            |
|----|-----------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 4  | 1                                                   | $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$                                                                                                                                                                  |
| 5  | $\frac{5}{6}$                                       | $\begin{pmatrix} 1, 2 \\ \frac{5}{6} & \frac{5}{3} \end{pmatrix}$                                                                                                                                           |
| 7  | $\frac{7}{12}$                                      | $\begin{pmatrix} 1, 2, 3 \\ \frac{7}{12} & \frac{7}{6} & \frac{7}{4} \end{pmatrix}$                                                                                                                         |
| 8  | $\frac{1}{2}$                                       | $\begin{pmatrix} 1, 3 \\ \frac{1}{2} & 1 & \frac{3}{2} & 2 \end{pmatrix}$                                                                                                                                   |
| 9  | $\frac{1}{2}$                                       | $\begin{pmatrix} 1, 2, 4 \\ \frac{1}{2} & 1 & \frac{3}{2} & \frac{3}{2} \end{pmatrix}$                                                                                                                      |
| 10 | $\frac{1}{2}$                                       | $\begin{pmatrix} 1, 3 \\ \frac{1}{2} & 1 & 1 & \frac{3}{2} & 2 \end{pmatrix}$                                                                                                                               |
| 11 | $\frac{11}{30}$                                     | $\begin{pmatrix} 1, 2, 3, 4, 5 \\ \frac{11}{30} & \frac{11}{15} & \frac{11}{10} & \frac{22}{15} & \frac{11}{6} \end{pmatrix}$                                                                               |
| 13 | $\frac{13}{42}$                                     | $\begin{pmatrix} 1, 2, 3, 4, 5, 6 \\ \frac{13}{42} & \frac{13}{21} & \frac{13}{14} & \frac{26}{21} & \frac{65}{42} & \frac{13}{7} \end{pmatrix}$                                                            |
| 14 | $\frac{1}{3}$                                       | $\begin{pmatrix} 1, 3, 5 \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & \frac{5}{6} & \frac{7}{6} & \frac{4}{3} & \frac{5}{3} & 2 \end{pmatrix}$                                                                            |
| 15 | $\frac{1}{3}$                                       | $\begin{pmatrix} 1, 2, 4, 7 \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 1 & \frac{7}{6} & \frac{3}{2} & \frac{3}{2} & \frac{4}{3} \end{pmatrix}$                                                                         |
| 16 | $\frac{1}{4}$                                       | $\begin{pmatrix} 1, 3, 5, 7 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{3}{4} & 1 & \frac{5}{4} & \frac{3}{2} & \frac{7}{4} & 2 \end{pmatrix}$                                                                     |
| 17 | $\frac{17}{72}$                                     | $\begin{pmatrix} 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 \\ \frac{17}{72} & \frac{17}{36} & \frac{17}{24} & \frac{17}{18} & \frac{85}{72} & \frac{17}{12} & \frac{119}{72} & \frac{17}{9} \end{pmatrix}$                     |
| 19 | $\frac{19}{90}$                                     | $\begin{pmatrix} 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 \\ \frac{19}{90} & \frac{19}{45} & \frac{19}{30} & \frac{38}{45} & \frac{19}{18} & \frac{19}{15} & \frac{133}{90} & \frac{76}{45} & \frac{19}{10} \end{pmatrix}$ |
| 20 | $\frac{1}{4}$                                       | $\begin{pmatrix} 1, 3, 7, 9 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{3}{4} & 1 & 1 & 1 & \frac{5}{4} & \frac{3}{2} & \frac{7}{4} & 2 \end{pmatrix}$                                                             |
| 21 | $\frac{1}{4}$                                       | $\begin{pmatrix} 1, 2, 4, 5, 8, 10 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{3}{4} & 1 & \frac{5}{4} & \frac{3}{2} & \frac{3}{2} & \frac{5}{4} & \frac{5}{4} & \frac{5}{4} \end{pmatrix}$                        |
| 22 | $\frac{1}{5}$                                       | $\begin{pmatrix} 1, 3, 5, 7, 9 \\ \frac{1}{5} & \frac{2}{5} & \frac{3}{5} & \frac{4}{5} & \frac{9}{10} & \frac{11}{10} & \frac{6}{5} & \frac{7}{5} & \frac{8}{5} & \frac{9}{5} & 2 \end{pmatrix}$           |

# A. Schranken, Beispielgewichte

| m  | $\min \zeta_{\text{egalitär}}^{\text{vollständig}}$ | erreichbare Richtungen für $\min \zeta_{\text{egalitär}}^{\text{vollständig}}$<br>Beispielgewichtsvektor für $\min \zeta_{\text{egalitär}}^{\text{vollständig}}$                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|----|-----------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 23 | $\frac{23}{132}$                                    | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11<br>( $\frac{23}{132}$ $\frac{23}{66}$ $\frac{23}{44}$ $\frac{23}{33}$ $\frac{115}{132}$ $\frac{23}{22}$ $\frac{161}{132}$ $\frac{46}{33}$ $\frac{69}{44}$ $\frac{115}{66}$ $\frac{23}{12}$ )                                                                                                                                                                                                                            |
| 25 | $\frac{1}{6}$                                       | 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 11, 12<br>( $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{5}{6}$ 1 $\frac{7}{6}$ $\frac{4}{3}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{5}{3}$ $\frac{5}{3}$ )                                                                                                                                                                                                                                                                       |
| 26 | $\frac{1}{6}$                                       | 1, 3, 5, 7, 9, 11<br>( $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{5}{6}$ 1 1 $\frac{7}{6}$ $\frac{4}{3}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{5}{3}$ $\frac{11}{6}$ 2 )                                                                                                                                                                                                                                                                               |
| 27 | $\frac{1}{6}$                                       | 1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11, 13<br>( $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{5}{6}$ 1 $\frac{7}{6}$ $\frac{4}{3}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{3}{2}$ )                                                                                                                                                                                                                                                           |
| 28 | $\frac{1}{6}$                                       | 1, 3, 5, 9, 11, 13<br>( $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{5}{6}$ 1 $\frac{7}{6}$ $\frac{7}{6}$ $\frac{4}{3}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{5}{3}$ $\frac{11}{6}$ 2 )                                                                                                                                                                                                                                                    |
| 29 | $\frac{29}{210}$                                    | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14<br>( $\frac{29}{210}$ $\frac{29}{105}$ $\frac{29}{70}$ $\frac{58}{105}$ $\frac{29}{42}$ $\frac{29}{35}$ $\frac{29}{30}$ $\frac{116}{105}$ $\frac{87}{70}$ $\frac{29}{21}$ $\frac{319}{210}$ $\frac{58}{35}$ $\frac{377}{210}$ $\frac{29}{15}$ )                                                                                                                                                             |
| 31 | $\frac{31}{240}$                                    | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15<br>( $\frac{31}{240}$ $\frac{31}{120}$ $\frac{31}{80}$ $\frac{31}{60}$ $\frac{31}{48}$ $\frac{31}{40}$ $\frac{217}{240}$ $\frac{31}{30}$ $\frac{93}{80}$ $\frac{31}{24}$ $\frac{341}{240}$ $\frac{31}{20}$ $\frac{403}{240}$ $\frac{217}{120}$ $\frac{31}{16}$ )                                                                                                                                        |
| 32 | $\frac{1}{8}$                                       | 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15<br>( $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{3}{8}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{5}{8}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{7}{8}$ 1 $\frac{9}{8}$ $\frac{5}{4}$ $\frac{11}{8}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{13}{8}$ $\frac{7}{4}$ $\frac{15}{8}$ 2 )                                                                                                                                                                                                               |
| 33 | $\frac{1}{7}$                                       | 1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 13, 14, 16<br>( $\frac{1}{7}$ $\frac{2}{7}$ $\frac{3}{7}$ $\frac{4}{7}$ $\frac{5}{7}$ $\frac{6}{7}$ 1 $\frac{8}{7}$ $\frac{9}{7}$ $\frac{19}{14}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{10}{7}$ $\frac{10}{7}$ $\frac{10}{7}$ )                                                                                                                                                                                                        |
| 34 | $\frac{1}{8}$                                       | 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15<br>( $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{3}{8}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{5}{8}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{7}{8}$ 1 1 $\frac{9}{8}$ $\frac{5}{4}$ $\frac{11}{8}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{13}{8}$ $\frac{7}{4}$ $\frac{15}{8}$ 2 )                                                                                                                                                                                                             |
| 35 | $\frac{1}{8}$                                       | 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 11, 12, 13, 16, 17<br>( $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{3}{8}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{5}{8}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{7}{8}$ 1 $\frac{9}{8}$ $\frac{5}{4}$ $\frac{11}{8}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{13}{8}$ $\frac{13}{8}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{3}{2}$ )                                                                                                                                                                       |
| 37 | $\frac{37}{342}$                                    | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18<br>( $\frac{37}{342}$ $\frac{37}{171}$ $\frac{37}{114}$ $\frac{74}{171}$ $\frac{185}{342}$ $\frac{37}{57}$ $\frac{259}{342}$ $\frac{148}{171}$ $\frac{37}{38}$ $\frac{185}{171}$ $\frac{407}{342}$ $\frac{74}{57}$ $\frac{481}{342}$ $\frac{259}{171}$ $\frac{185}{114}$ $\frac{296}{171}$ $\frac{629}{342}$ $\frac{37}{19}$ )                                                              |
| 38 | $\frac{1}{9}$                                       | 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17<br>( $\frac{1}{9}$ $\frac{2}{9}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{4}{9}$ $\frac{5}{9}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{7}{9}$ $\frac{8}{9}$ $\frac{17}{18}$ $\frac{19}{18}$ $\frac{10}{9}$ $\frac{11}{9}$ $\frac{4}{3}$ $\frac{13}{9}$ $\frac{14}{9}$ $\frac{5}{3}$ $\frac{16}{9}$ $\frac{17}{9}$ 2 )                                                                                                                                              |
| 39 | $\frac{1}{8}$                                       | 1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11, 14, 16, 17, 19<br>( $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{3}{8}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{5}{8}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{7}{8}$ 1 $\frac{9}{8}$ $\frac{9}{8}$ $\frac{5}{4}$ $\frac{11}{8}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{11}{8}$ $\frac{11}{8}$ $\frac{11}{8}$ )                                                                                                                                         |
| 40 | $\frac{1}{8}$                                       | 1, 3, 7, 9, 11, 13, 17, 19<br>( $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{3}{8}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{5}{8}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{7}{8}$ 1 1 1 1 1 $\frac{9}{8}$ $\frac{5}{4}$ $\frac{11}{8}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{13}{8}$ $\frac{7}{4}$ $\frac{15}{8}$ 2 )                                                                                                                                                                                                      |
| 41 | $\frac{41}{420}$                                    | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20<br>( $\frac{41}{420}$ $\frac{41}{210}$ $\frac{41}{140}$ $\frac{41}{105}$ $\frac{41}{84}$ $\frac{41}{70}$ $\frac{41}{60}$ $\frac{82}{105}$ $\frac{123}{140}$ $\frac{41}{42}$ $\frac{451}{420}$ $\frac{41}{35}$ $\frac{533}{420}$ $\frac{41}{30}$ $\frac{41}{28}$ $\frac{164}{105}$ $\frac{697}{420}$ $\frac{123}{70}$ $\frac{779}{420}$ $\frac{41}{21}$ )                            |
| 43 | $\frac{43}{462}$                                    | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21<br>( $\frac{43}{462}$ $\frac{43}{231}$ $\frac{43}{154}$ $\frac{86}{231}$ $\frac{215}{462}$ $\frac{43}{77}$ $\frac{43}{66}$ $\frac{172}{231}$ $\frac{129}{154}$ $\frac{215}{231}$ $\frac{43}{42}$ $\frac{86}{77}$ $\frac{559}{462}$ $\frac{43}{33}$ $\frac{215}{154}$ $\frac{344}{231}$ $\frac{731}{462}$ $\frac{129}{77}$ $\frac{817}{462}$ $\frac{430}{231}$ $\frac{43}{22}$ ) |
| 44 | $\frac{1}{10}$                                      | 1, 3, 5, 7, 9, 13, 15, 17, 19, 21<br>( $\frac{1}{10}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{3}{10}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{3}{5}$ $\frac{7}{10}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{9}{10}$ $\frac{9}{10}$ 1 $\frac{11}{10}$ $\frac{11}{10}$ $\frac{6}{5}$ $\frac{13}{10}$ $\frac{7}{5}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{8}{5}$ $\frac{17}{10}$ $\frac{9}{5}$ $\frac{19}{10}$ 2 )                                                                                                       |

# A. Schranken, Beispielgewichte

| m  | $\min_{\text{Segalitär}}^{\text{vollständig}}$ | erreichbare Richtungen für $\min_{\text{Segalitär}}^{\text{vollständig}}$<br>Beispielgewichtsvektor für $\min_{\text{Segalitär}}^{\text{vollständig}}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
|----|------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 45 | $\frac{1}{9}$                                  | 1, 2, 4, 7, 8, 11, 13, 14, 16, 17, 19, 22<br>$(\frac{1}{9} \frac{2}{9} \frac{1}{3} \frac{4}{9} \frac{5}{9} \frac{2}{3} \frac{7}{9} \frac{8}{9} 1 \frac{10}{9} \frac{7}{6} \frac{7}{6} \frac{23}{18} \frac{25}{18} \frac{3}{2} \frac{3}{2} \frac{3}{2} \frac{3}{2} \frac{25}{18} \frac{4}{3} \frac{4}{3} \frac{4}{3})$                                                                                                                                                                                                                                                                          |
| 46 | $\frac{1}{11}$                                 | 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21<br>$(\frac{1}{11} \frac{2}{11} \frac{3}{11} \frac{4}{11} \frac{5}{11} \frac{6}{11} \frac{7}{11} \frac{8}{11} \frac{9}{11} \frac{10}{11} \frac{21}{22} \frac{23}{22} \frac{12}{11} \frac{13}{11} \frac{14}{11} \frac{15}{11} \frac{16}{11} \frac{17}{11} \frac{18}{11} \frac{19}{11} \frac{20}{11} \frac{21}{11} 2)$                                                                                                                                                                                                                                      |
| 47 | $\frac{47}{552}$                               | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23<br>$(\frac{47}{552} \frac{47}{276} \frac{47}{184} \frac{47}{138} \frac{235}{552} \frac{47}{92} \frac{329}{552} \frac{47}{69} \frac{141}{184} \frac{235}{276} \frac{517}{552} \frac{47}{46} \frac{611}{552} \frac{329}{276} \frac{235}{184} \frac{94}{69} \frac{799}{552} \frac{141}{92} \frac{893}{552} \frac{235}{138} \frac{329}{184} \frac{517}{276} \frac{47}{24})$                                                                                                                                      |
| 49 | $\frac{1}{12}$                                 | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 22, 23, 24<br>$(\frac{1}{12} \frac{1}{6} \frac{1}{4} \frac{1}{3} \frac{5}{12} \frac{1}{2} \frac{7}{12} \frac{2}{3} \frac{3}{4} \frac{5}{6} \frac{11}{12} 1 \frac{13}{12} \frac{7}{6} \frac{5}{4} \frac{4}{3} \frac{17}{12} \frac{3}{2} \frac{19}{12} \frac{5}{3} \frac{7}{4} \frac{7}{4} \frac{7}{4} \frac{7}{4})$                                                                                                                                                                                                             |
| 50 | $\frac{1}{10}$                                 | 1, 3, 7, 9, 11, 13, 17, 19, 21, 23<br>$(\frac{1}{10} \frac{1}{5} \frac{3}{10} \frac{2}{5} \frac{1}{2} \frac{3}{5} \frac{7}{10} \frac{4}{5} \frac{9}{10} 1 1 1 1 1 1 \frac{11}{10} \frac{6}{5} \frac{13}{10} \frac{7}{5} \frac{3}{2} \frac{8}{5} \frac{17}{10} \frac{9}{5} \frac{19}{10} 2)$                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| 51 | $\frac{1}{11}$                                 | 1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11, 13, 14, 16, 19, 20, 22, 23, 25<br>$(\frac{1}{11} \frac{2}{11} \frac{3}{11} \frac{4}{11} \frac{5}{11} \frac{6}{11} \frac{7}{11} \frac{8}{11} \frac{9}{11} \frac{10}{11} 1 \frac{12}{11} \frac{25}{22} \frac{27}{22} \frac{29}{22} \frac{31}{22} \frac{3}{2} \frac{3}{2} \frac{3}{2} \frac{3}{2} \frac{3}{2} \frac{16}{11} \frac{16}{11} \frac{16}{11} \frac{16}{11})$                                                                                                                                                                                                 |
| 52 | $\frac{1}{12}$                                 | 1, 3, 5, 7, 9, 11, 15, 17, 19, 21, 23, 25<br>$(\frac{1}{12} \frac{1}{6} \frac{1}{4} \frac{1}{3} \frac{5}{12} \frac{1}{2} \frac{7}{12} \frac{2}{3} \frac{3}{4} \frac{5}{6} \frac{11}{12} 1 1 1 \frac{13}{12} \frac{7}{6} \frac{5}{4} \frac{4}{3} \frac{17}{12} \frac{3}{2} \frac{19}{12} \frac{5}{3} \frac{7}{4} \frac{11}{6} \frac{23}{12} 2)$                                                                                                                                                                                                                                                 |
| 53 | $\frac{53}{702}$                               | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26<br>$(\frac{53}{702} \frac{53}{351} \frac{53}{234} \frac{106}{351} \frac{265}{702} \frac{53}{117} \frac{371}{702} \frac{212}{351} \frac{53}{78} \frac{265}{351} \frac{583}{702} \frac{106}{117} \frac{53}{54} \frac{371}{351} \frac{265}{234} \frac{424}{351} \frac{901}{702} \frac{53}{39} \frac{1007}{702} \frac{530}{351} \frac{371}{234} \frac{583}{351} \frac{1219}{702} \frac{212}{117} \frac{1325}{702} \frac{53}{27})$                                                                    |
| 55 | $\frac{1}{12}$                                 | 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 12, 13, 14, 16, 17, 18, 19, 21, 23, 24, 26, 27<br>$(\frac{1}{12} \frac{1}{6} \frac{1}{4} \frac{1}{3} \frac{5}{12} \frac{1}{2} \frac{7}{12} \frac{2}{3} \frac{3}{4} \frac{5}{6} \frac{11}{12} \frac{23}{24} \frac{25}{24} \frac{9}{8} \frac{29}{24} \frac{31}{24} \frac{11}{8} \frac{35}{24} \frac{35}{24} \frac{37}{24} \frac{13}{8} \frac{19}{24} \frac{3}{2} \frac{3}{2} \frac{3}{2} \frac{17}{12} \frac{17}{12})$                                                                                                                                                   |
| 56 | $\frac{1}{12}$                                 | 1, 3, 5, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 23, 25, 27<br>$(\frac{1}{12} \frac{1}{6} \frac{1}{4} \frac{1}{3} \frac{5}{12} \frac{1}{2} \frac{7}{12} \frac{2}{3} \frac{3}{4} \frac{5}{6} \frac{5}{6} \frac{11}{12} 1 \frac{13}{12} \frac{7}{6} \frac{7}{6} \frac{5}{4} \frac{4}{3} \frac{17}{12} \frac{3}{2} \frac{19}{12} \frac{5}{3} \frac{7}{4} \frac{11}{6} \frac{23}{12} 2)$                                                                                                                                                                                                                            |
| 57 | $\frac{1}{12}$                                 | 1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11, 13, 14, 16, 17, 20, 22, 23, 25, 26, 28<br>$(\frac{1}{12} \frac{1}{6} \frac{1}{4} \frac{1}{3} \frac{5}{12} \frac{1}{2} \frac{7}{12} \frac{2}{3} \frac{3}{4} \frac{5}{6} \frac{11}{12} 1 \frac{13}{12} \frac{13}{12} \frac{7}{6} \frac{5}{4} \frac{4}{3} \frac{17}{12} \frac{3}{2} \frac{3}{2} \frac{3}{2} \frac{3}{2} \frac{3}{2} \frac{17}{12} \frac{17}{12} \frac{17}{12} \frac{17}{12})$                                                                                                                                                                           |
| 58 | $\frac{1}{14}$                                 | 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27<br>$(\frac{1}{14} \frac{1}{7} \frac{3}{14} \frac{2}{7} \frac{5}{14} \frac{3}{7} \frac{1}{2} \frac{4}{7} \frac{9}{14} \frac{5}{7} \frac{11}{14} \frac{6}{7} \frac{13}{14} 1 1 \frac{15}{14} \frac{8}{7} \frac{17}{14} \frac{9}{7} \frac{19}{14} \frac{10}{7} \frac{3}{2} \frac{11}{7} \frac{23}{14} \frac{12}{7} \frac{25}{14} \frac{13}{7} \frac{27}{14} 2)$                                                                                                                                                                                 |
| 59 | $\frac{59}{870}$                               | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29<br>$(\frac{59}{870} \frac{59}{435} \frac{59}{290} \frac{118}{435} \frac{59}{174} \frac{59}{145} \frac{413}{870} \frac{236}{435} \frac{177}{290} \frac{59}{87} \frac{649}{870} \frac{118}{145} \frac{767}{870} \frac{413}{435} \frac{59}{58} \frac{472}{435} \frac{1003}{870} \frac{177}{145} \frac{1121}{870} \frac{118}{87} \frac{413}{290} \frac{649}{435} \frac{1357}{870} \frac{236}{145} \frac{295}{174} \frac{767}{435} \frac{531}{290} \frac{826}{435} \frac{59}{30})$        |
| 61 | $\frac{61}{930}$                               | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30<br>$(\frac{61}{930} \frac{61}{465} \frac{61}{310} \frac{122}{465} \frac{61}{186} \frac{61}{155} \frac{427}{930} \frac{244}{465} \frac{183}{310} \frac{61}{93} \frac{671}{930} \frac{122}{155} \frac{793}{930} \frac{427}{62} \frac{488}{465} \frac{1037}{930} \frac{183}{155} \frac{1159}{930} \frac{122}{310} \frac{427}{465} \frac{671}{930} \frac{1403}{155} \frac{244}{186} \frac{305}{465} \frac{793}{186} \frac{549}{310} \frac{854}{465} \frac{1769}{930} \frac{61}{31})$ |
| 62 | $\frac{1}{15}$                                 | 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29<br>$(\frac{1}{15} \frac{2}{15} \frac{1}{5} \frac{4}{15} \frac{1}{3} \frac{2}{5} \frac{7}{15} \frac{8}{15} \frac{3}{5} \frac{2}{3} \frac{11}{15} \frac{4}{15} \frac{13}{15} \frac{14}{15} \frac{29}{30} \frac{31}{30} \frac{16}{15} \frac{17}{15} \frac{6}{5} \frac{19}{15} \frac{4}{3} \frac{7}{5} \frac{22}{15} \frac{23}{15} \frac{8}{5} \frac{5}{3} \frac{26}{15} \frac{9}{5} \frac{28}{15} \frac{29}{15} 2)$                                                                                                                         |
| 63 | $\frac{1}{12}$                                 | 1, 2, 4, 5, 8, 10, 11, 13, 16, 17, 19, 20, 22, 23, 25, 26, 29, 31<br>$(\frac{1}{12} \frac{1}{6} \frac{1}{4} \frac{1}{3} \frac{5}{12} \frac{1}{2} \frac{7}{12} \frac{2}{3} \frac{3}{4} \frac{5}{6} \frac{11}{12} 1 \frac{13}{12} \frac{7}{6} \frac{5}{4} \frac{4}{3} \frac{17}{12} \frac{3}{2} \frac{3}{2} \frac{3}{2} \frac{3}{2} \frac{17}{12} \frac{4}{4} \frac{5}{4} \frac{5}{4} \frac{5}{4} \frac{5}{4} \frac{5}{4} \frac{5}{4} \frac{5}{4})$                                                                                                                                              |
| 64 | $\frac{1}{16}$                                 | 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31<br>$(\frac{1}{16} \frac{1}{8} \frac{3}{16} \frac{1}{4} \frac{5}{16} \frac{3}{8} \frac{7}{16} \frac{1}{2} \frac{9}{16} \frac{5}{8} \frac{11}{16} \frac{3}{8} \frac{13}{16} \frac{7}{8} \frac{15}{16} 1 \frac{17}{16} \frac{9}{8} \frac{19}{16} \frac{5}{4} \frac{21}{16} \frac{11}{8} \frac{23}{16} \frac{3}{2} \frac{25}{16} \frac{13}{8} \frac{27}{16} \frac{7}{4} \frac{29}{16} \frac{15}{8} \frac{31}{16} 2)$                                                                                                                     |

### A. Schranken, Beispielgewichte

| m  | $\overset{\text{vollst\"andig}}{\min\text{Segalit\"ar}}$ | erreichbare Richtungen f\"ur $\overset{\text{vollst\"andig}}{\min\text{Segalit\"ar}}$<br>Beispielgewichtsvektor f\"ur $\overset{\text{vollst\"andig}}{\min\text{Segalit\"ar}}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|----|----------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 65 | $\frac{1}{15}$                                           | $\begin{array}{l} 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 11, 12, 14, 16, 17, 18, 19, 21, 22, 23, 24, 27, 28, 29, 31, 32 \\ \left( \begin{array}{l} \frac{1}{15} \quad \frac{2}{15} \quad \frac{1}{5} \quad \frac{4}{15} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{2}{15} \quad \frac{11}{15} \quad \frac{4}{5} \quad \frac{13}{15} \quad \frac{14}{15} \quad 1 \quad \frac{16}{15} \quad \frac{17}{15} \quad \frac{6}{15} \quad \frac{19}{15} \quad \frac{4}{3} \quad \frac{4}{5} \quad \frac{7}{15} \quad \frac{22}{15} \quad \frac{3}{15} \quad \frac{47}{15} \quad \frac{49}{30} \quad \frac{49}{30} \quad \frac{8}{5} \quad \frac{8}{5} \quad \frac{23}{15} \end{array} \right) \end{array}$                                                                                                                                                                             |
| 67 | $\frac{67}{1122}$                                        | $\begin{array}{l} 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33 \\ \left( \begin{array}{l} \frac{67}{1122} \quad \frac{67}{561} \quad \frac{134}{561} \quad \frac{335}{1122} \quad \frac{67}{561} \quad \frac{298}{1122} \quad \frac{201}{561} \quad \frac{335}{1122} \quad \frac{67}{561} \quad \frac{134}{561} \quad \frac{871}{1122} \quad \frac{469}{561} \quad \frac{536}{1122} \quad \frac{67}{561} \quad \frac{201}{561} \quad \frac{1273}{1122} \quad \frac{670}{561} \quad \frac{469}{561} \quad \frac{67}{561} \quad \frac{1541}{1122} \quad \frac{268}{561} \quad \frac{871}{1122} \quad \frac{603}{561} \quad \frac{988}{1122} \quad \frac{335}{1122} \quad \frac{207}{561} \quad \frac{1072}{1122} \quad \frac{67}{561} \end{array} \right) \end{array}$ |
| 68 | $\frac{1}{16}$                                           | $\begin{array}{l} 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33 \\ \left( \begin{array}{l} \frac{1}{16} \quad \frac{1}{8} \quad \frac{3}{16} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{5}{16} \quad \frac{7}{16} \quad \frac{1}{8} \quad \frac{3}{16} \quad \frac{13}{16} \quad \frac{7}{16} \quad \frac{15}{16} \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad \frac{17}{16} \quad \frac{9}{16} \quad \frac{5}{16} \quad \frac{21}{16} \quad \frac{23}{16} \quad \frac{3}{16} \quad \frac{25}{16} \quad \frac{13}{16} \quad \frac{27}{16} \quad \frac{7}{16} \quad \frac{29}{16} \quad \frac{15}{16} \quad \frac{31}{16} \quad \frac{2}{16} \end{array} \right) \end{array}$                                                                                                                                                                                      |
| 69 | $\frac{1}{15}$                                           | $\begin{array}{l} 1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11, 13, 14, 16, 17, 19, 20, 22, 25, 26, 28, 29, 31, 32, 34 \\ \left( \begin{array}{l} \frac{1}{15} \quad \frac{2}{15} \quad \frac{1}{5} \quad \frac{4}{15} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{2}{15} \quad \frac{11}{15} \quad \frac{4}{5} \quad \frac{13}{15} \quad \frac{14}{15} \quad 1 \quad \frac{16}{15} \quad \frac{17}{15} \quad \frac{6}{15} \quad \frac{37}{15} \quad \frac{13}{15} \quad \frac{41}{15} \quad \frac{43}{15} \quad \frac{3}{15} \quad \frac{3}{15} \quad \frac{2}{15} \quad \frac{2}{15} \quad \frac{2}{15} \quad \frac{22}{15} \quad \frac{22}{15} \quad \frac{22}{15} \quad \frac{22}{15} \end{array} \right) \end{array}$                                                                                                                                                          |
| 70 | $\frac{1}{7}$                                            | $\begin{array}{l} 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 11, 12, 13, 16, 17, 18, 19, 22, 23, 24, 26, 27, 29, 31, 32, 33, 34 \\ \left( \begin{array}{l} \frac{1}{7} \quad \frac{2}{7} \quad \frac{2}{7} \quad \frac{5}{7} \quad \frac{3}{7} \quad \frac{1}{7} \quad \frac{4}{7} \quad \frac{9}{7} \quad \frac{5}{7} \quad \frac{6}{7} \quad \frac{13}{7} \quad 1 \quad \frac{15}{14} \quad \frac{15}{14} \quad \frac{13}{14} \quad \frac{1}{14} \quad \frac{8}{14} \quad \frac{15}{14} \quad \frac{13}{14} \quad \frac{1}{14} \quad \frac{7}{14} \quad \frac{9}{14} \quad \frac{10}{14} \quad \frac{11}{7} \quad \frac{23}{7} \quad \frac{12}{7} \quad \frac{13}{7} \quad \frac{2}{7} \end{array} \right) \end{array}$                                                                                                                                               |
| 71 | $\frac{71}{1260}$                                        | $\begin{array}{l} 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35 \\ \left( \begin{array}{l} \frac{71}{1260} \quad \frac{71}{630} \quad \frac{71}{420} \quad \frac{71}{315} \quad \frac{71}{210} \quad \frac{142}{420} \quad \frac{71}{180} \quad \frac{71}{126} \quad \frac{126}{1260} \quad \frac{71}{140} \quad \frac{71}{126} \quad \frac{71}{1260} \quad \frac{93}{126} \quad \frac{71}{1260} \quad \frac{93}{126} \quad \frac{284}{1260} \quad \frac{1207}{1260} \quad \frac{71}{1349} \quad \frac{71}{1349} \quad \frac{71}{1349} \quad \frac{1633}{1260} \quad \frac{142}{630} \quad \frac{355}{252} \quad \frac{923}{252} \quad \frac{213}{140} \quad \frac{71}{45} \quad \frac{2059}{1200} \quad \frac{71}{45} \end{array} \right) \end{array}$       |
| 73 | $\frac{73}{1332}$                                        | $\begin{array}{l} 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36 \\ \left( \begin{array}{l} \frac{73}{1332} \quad \frac{73}{666} \quad \frac{73}{444} \quad \frac{73}{333} \quad \frac{73}{332} \quad \frac{222}{1332} \quad \frac{335}{1332} \quad \frac{803}{666} \quad \frac{949}{1332} \quad \frac{111}{666} \quad \frac{365}{1332} \quad \frac{511}{666} \quad \frac{949}{1332} \quad \frac{511}{666} \quad \frac{949}{1332} \quad \frac{511}{666} \quad \frac{949}{1332} \quad \frac{511}{666} \quad \frac{949}{1332} \quad \frac{511}{666} \quad \frac{949}{1332} \quad \frac{511}{666} \quad \frac{949}{1332} \quad \frac{511}{666} \quad \frac{949}{1332} \quad \frac{511}{666} \quad \frac{949}{1332} \end{array} \right) \end{array}$           |
| 74 | $\frac{1}{18}$                                           | $\begin{array}{l} 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 35 \\ \left( \begin{array}{l} \frac{1}{18} \quad \frac{1}{9} \quad \frac{2}{9} \quad \frac{5}{18} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{7}{18} \quad \frac{4}{9} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{13}{18} \quad \frac{7}{9} \quad \frac{5}{6} \quad \frac{8}{9} \quad \frac{17}{18} \quad 1 \quad 1 \quad \frac{19}{18} \quad \frac{10}{9} \quad \frac{7}{6} \quad \frac{23}{18} \quad \frac{13}{9} \quad \frac{3}{2} \quad \frac{14}{9} \quad \frac{29}{18} \quad \frac{5}{9} \quad \frac{31}{18} \quad \frac{16}{9} \quad \frac{17}{9} \quad \frac{35}{18} \quad \frac{2}{9} \end{array} \right) \end{array}$                                                                                                                                                             |
| 75 | $\frac{1}{15}$                                           | $\begin{array}{l} 1, 2, 4, 7, 8, 11, 13, 14, 16, 17, 19, 22, 23, 26, 28, 29, 31, 32, 34, 37 \\ \left( \begin{array}{l} \frac{1}{15} \quad \frac{2}{15} \quad \frac{1}{5} \quad \frac{4}{15} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{2}{5} \quad \frac{11}{15} \quad \frac{4}{5} \quad \frac{13}{15} \quad \frac{14}{15} \quad 1 \quad \frac{16}{15} \quad \frac{17}{15} \quad \frac{6}{15$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |



# A. Schranken, Beispielgewichte

| m  | $\min_{\text{Segalitär}}^{\text{vollständig}}$ | erreichbare Richtungen für $\min_{\text{Segalitär}}^{\text{vollständig}}$<br>Beispielgewichtsvektor für $\min_{\text{Segalitär}}^{\text{vollständig}}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
|----|------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 79 | $\frac{79}{1560}$                              | $(\frac{79}{1560}, \frac{79}{780}, \frac{79}{520}, \frac{79}{390}, \frac{79}{260}, \frac{79}{195}, \frac{79}{156}, \frac{79}{119}, \frac{79}{91}, \frac{79}{70}, \frac{79}{553}, \frac{79}{415}, \frac{79}{307}, \frac{79}{229}, \frac{79}{166}, \frac{79}{123}, \frac{79}{88}, \frac{79}{66}, \frac{79}{50}, \frac{79}{37}, \frac{79}{27}, \frac{79}{20}, \frac{79}{15}, \frac{79}{11}, \frac{79}{8}, \frac{79}{6}, \frac{79}{5}, \frac{79}{4}, \frac{79}{3}, \frac{79}{2})$<br>$1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| 80 | $\frac{1}{16}$                                 | $(\frac{1}{16}, \frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{12}, \frac{1}{24}, \frac{1}{48}, \frac{1}{96}, \frac{1}{192}, \frac{1}{384}, \frac{1}{768}, \frac{1}{1536}, \frac{1}{3072}, \frac{1}{6144}, \frac{1}{12288}, \frac{1}{24576}, \frac{1}{49152}, \frac{1}{98304}, \frac{1}{196608}, \frac{1}{393216}, \frac{1}{786432}, \frac{1}{1572864}, \frac{1}{3145728}, \frac{1}{6291456}, \frac{1}{12582912}, \frac{1}{25165824}, \frac{1}{50331648}, \frac{1}{100663296}, \frac{1}{201326592}, \frac{1}{402653184}, \frac{1}{805306368}, \frac{1}{1610612736}, \frac{1}{3221225472}, \frac{1}{6442450944}, \frac{1}{12884901888}, \frac{1}{25769803776}, \frac{1}{51539607552}, \frac{1}{103079215104}, \frac{1}{206158430208}, \frac{1}{412316860416}, \frac{1}{824633720832}, \frac{1}{1649267441664}, \frac{1}{3298534883328}, \frac{1}{6597069766656}, \frac{1}{13194139533312}, \frac{1}{26388279066624}, \frac{1}{52776558133248}, \frac{1}{105553116266496}, \frac{1}{211106232532992}, \frac{1}{422212465065984}, \frac{1}{844424930131968}, \frac{1}{1688849860263936}, \frac{1}{3377699720527872}, \frac{1}{6755399441055744}, \frac{1}{13510798882111488}, \frac{1}{27021597764222976}, \frac{1}{54043195528445952}, \frac{1}{108086391056891904}, \frac{1}{216172782113783808}, \frac{1}{432345564227567616}, \frac{1}{864691128455135232}, \frac{1}{1729382256910270464}, \frac{1}{3458764513820540928}, \frac{1}{6917529027641081856}, \frac{1}{13835058055282163712}, \frac{1}{27670116110564327424}, \frac{1}{55340232221128654848}, \frac{1}{110680464442257309696}, \frac{1}{221360928884514619392}, \frac{1}{442721857769029238784}, \frac{1}{885443715538058477568}, \frac{1}{1770887431076116955136}, \frac{1}{3541774862152233910272}, \frac{1}{7083549724304467820544}, \frac{1}{14167099448608935741088}, \frac{1}{28334198897217871482176}, \frac{1}{56668397794435742964352}, \frac{1}{113336795588871485928704}, \frac{1}{226673591177742971857408}, \frac{1}{453347182355485943714816}, \frac{1}{906694364710971887429632}, \frac{1}{1813388729421943774859264}, \frac{1}{3626777458843887549718528}, \frac{1}{7253554917687775099437056}, \frac{1}{14507109835375550198874112}, \frac{1}{29014219670751100397748224}, \frac{1}{58028439341502200795496448}, \frac{1}{116056878683004401590992896}, \frac{1}{232113757366008803181985792}, \frac{1}{464227514732017606363971584}, \frac{1}{928455029464035212727943168}, \frac{1}{1856910058928070425455886336}, \frac{1}{3713820117856140850911772672}, \frac{1}{7427640235712281701823545344}, \frac{1}{14855280471424563403647090688}, \frac{1}{29710560942849126807294181376}, \frac{1}{59421121885698253614588362752}, \frac{1}{118842243771396507229176725504}, \frac{1}{237684487542793014458353451008}, \frac{1}{475368975085586028916706902016}, \frac{1}{950737950171172057833413804032}, \frac{1}{1901475900342344115666827608064}, \frac{1}{3802951800684688231333655216128}, \frac{1}{7605903601369376462667310432256}, \frac{1}{15211807202738752925334620864512}, \frac{1}{30423614405477505850669241729024}, \frac{1}{60847228810955011701338483458048}, \frac{1}{121694457621910023402676966916096}, \frac{1}{243388915243820046805353933832192}, \frac{1}{486777830487640093610707867664384}, \frac{1}{973555660975280187221415735328768}, \frac{1}{1947111321950560374442831470657536}, \frac{1}{3894222643901120748885662941315072}, \frac{1}{7788445287802241497771325882630144}, \frac{1}{15576890575604482995542651765260288}, \frac{1}{31153781151208965991085303530520576}, \frac{1}{62307562302417931982170607061041152}, \frac{1}{124615124604835863964341214122082304}, \frac{1}{249230249209671727928682428244164608}, \frac{1}{498460498419343455857364856488329216}, \frac{1}{996920996838686911714729712976658432}, \frac{1}{1993841993677373823429459425953316864}, \frac{1}{3987683987354747646858918851906633728}, \frac{1}{7975367974709495293717837703813267456}, \frac{1}{15950735949418990587435675407626534912}, \frac{1}{31901471898837981174871350815253069824}, \frac{1}{63802943797675962349742701630506139648}, \frac{1}{127605887595351924699485403261012279296}, \frac{1}{255211775190703849398970806522024558592}, \frac{1}{510423550381407698797941613044049117184}, \frac{1}{1020847100762815397595883226088098234368}, \frac{1}{2041694201525630795191766452176196468736}, \frac{1}{4083388403051261590383532904352392937472}, \frac{1}{8166776806102523180767065808704785874944}, \frac{1}{16333553612205046361534131617409571749888}, \frac{1}{32667107224410092723068263234819143499776}, \frac{1}{65334214448820185446136526469638286999552}, \frac{1}{130668428897640370892273052939276573999104}, \frac{1}{261336857795280741784546105878553147998208}, \frac{1}{522673715590561483569092211757106295996416}, \frac{1}{1045347431181122967138184423514212591992832}, \frac{1}{20906948623622459342763688470284251839856}, \frac{1}{41813897247244918685527376940568503679712}, \frac{1}{83627794494489837371054753881137007359424}, \frac{1}{167255588988979674742109507763764014718848}, \frac{1}{334511177977959349484219015527528029437696}, \frac{1}{669022355955918698968438031055056058875392}, \frac{1}{1338044711911837397936876062110112117750784}, \frac{1}{2676089423823674795873752124220224235501568}, \frac{1}{5352178847647349591747504248440448471003136}, \frac{1}{10704357695294699183495008496880896942006272}, \frac{1}{21408715390589398366990016993761793884012544}, \frac{1}{42817430781178796733980033987523587768025088}, \frac{1}{85634861562357593467960067975047175536050176}, \frac{1}{171269723124715186935920135950094351072100352}, \frac{1}{342539446249430373871840271900188702144200704}, \frac{1}{685078892498860747743680543800377404288401408}, \frac{1}{1370157784997721495487361087600754808576802816}, \frac{1}{2740315569995442990974722175201509617153605632}, \frac{1}{5480631139990885981949444350403019235207211264}, \frac{1}{10961262279981771963898888700806038470414422528}, \frac{1}{21922524559963543927797777401612076940828845056}, \frac{1}{43845049119927087855595554803224153881657690111104}, \frac{1}{87690098239854175711191111107368307763313380222208}, \frac{1}{175380196479708351422382222214736615526626760444416}, \frac{1}{350760392959416702844764444429473231053253520888832}, \frac{1}{701520785918833405689528888858946462106507041777664}, \frac{1}{1403041571837666811379057777717892924213014083555328}, \frac{1}{2806083143675333622758115555435785848426028167110656}, \frac{1}{5612166287350667245516231111071571696852056334221312}, \frac{1}{11224332574701334491032462222143143393704112668442624}, \frac{1}{22448665149402668982064924444286286787408225336885248}, \frac{1}{44897330298805337964129848888572573574816450673770496}, \frac{1}{89794660597610675928259697777145147149632901347540992}, \frac{1}{179589321195221351856519395554290294299265802695081984}, \frac{1}{359178642390442703713038791108580588598531605390163808}, \frac{1}{718357284780885407426077582217167177197063210780327616}, \frac{1}{1436714569561770814852155164434334354394126421560655232}, \frac{1}{2873429139123541629704310328868668708788252843121310464}, \frac{1}{5746858278247083259408620657737337417576505686242620928}, \frac{1}{11493716556494166518817241315474674835153011372485241856}, \frac{1}{22987433112988333037634482630949349670306022744970483712}, \frac{1}{45974866225976666075268965261898699340612045489940967424}, \frac{1}{91949732451953332150537930523797398681224090979881934848}, \frac{1}{183899464903906664301075861047594797362448181759769689792}, \frac{1}{367798929807813328602151722095189594724896363519539379584}, \frac{1}{735597859615626657204303444190379189449792727039078759168}, \frac{1}{1471195719231253314408606888380758378899585454078157518336}, \frac{1}{2942391438462506628817213776761516757799170908156315036672}, \frac{1}{5884782876925013257634427553523033515598341816312630073344}, \frac{1}{11769565753850026515268855107046067031196683632625260146688}, \frac{1}{23539131507700053030537710214092134062393367265250520293376}, \frac{1}{47078263015400106061075420428184268124786734530501040586752}, \frac{1}{94156526030800212122150840856368536249573469061002081173504}, \frac{1}{188313052061600424444301681712736672499147378122004162367008}, \frac{1}{376626104123200848888603363425473344998294756244008324734016}, \frac{1}{753252208246401697777206726850946689996589512488016649468032}, \frac{1}{1506504416492803395554413453701893379993179024976033298936064}, \frac{1}{3013008832985606791108826907403786759986358049952066597872128}, \frac{1}{6026017665971213582217653814807573519972716099904133195744256}, \frac{1}{12052035331942427164435307629615147039945432199808266391488512}, \frac{1}{241040706638848543288706152592302940798908643996165327829761024}, \frac{1}{482081413277697086577412305184605881597817287992330655659522048}, \frac{1}{964162826555394173154824610369211763195634575984661311319044096}, \frac{1}{1928325653110788346309649220738423526391271151969322626338088192}, \frac{1}{3856651306221576692619298441476847052782542303938645352676176384}, \frac{1}{7713302612443153385238596882953694105565084607877290705352352768}, \frac{1}{15426605224886306770477193765907388211130169215754581410704705536}, \frac{1}{30853210449772613540954387531814776422260338431509162821409411072}, \frac{1}{6170642089954522708190877506362955284452067686301832564281882144}, \frac{1}{12341284179909045416381755012725910568904135372603665128563764288}, \frac{1}{24682568359818090832763510025451821137808270745207330257127528576}, \frac{1}{49365136719636181665527020050903642275616541490414660514255057152}, \frac{1}{98730273439272363331054040101807284551233082980829321028510114304}, \frac{1}{197460546878544726662108080203614502464661665961658642057020228608}, \frac{1}{394921093757089453324216160407229004929323331923317284114040457216}, \frac{1}{789842187514178906648432320814458009858646663846634568228080914432}, \frac{1}{1579684375028357813296864641628916019717293327693269136456161828864}, \frac{1}{3159368750056715626593729283257832039434566655386538272912323657728}, \frac{1}{6318737500113431253187458566515664078869133310773076545824647315456}, \frac{1}{12637475000226862506374917133031328157738266621546153091649294630912}, \frac{1}{25274950000453725012749834266062656315476533243092306183297589261824}, \frac{1}{50549900000907450025499668532125312630953066486184612366595178523648}, \frac{1}{101099800001814900050999337064250625261906132972369224733190357047296}, \frac{1}{202199600003628800010199674128501250523812265944738449466380714094592}, \frac{1}{404399200007257600020399348257002501047624531889476898932761428189184}, \frac{1}{808798400014555200040798696514005002095249063778953797865522956378368}, \frac{1}{1617596800291110400081597393028010004190498127557907595731045912756736}, \frac{1}{3235193600582220800163194786056020008380996255115815191462091825513472}, \frac{1}{6470387201164441600326389572112040016761992510231630382924183651026944}, \frac{1}{12940774402328883200652779144224003353523985020463260765848367302053888}, \frac{1}{25881548804657766401305558288448006707047970040926521531696734604107776}, \frac{1}{51763097609315532802611116576896013414095940081853043063393469208215552}, \frac{1}{103526195218631065605222233153792026828191880163666086126786938416431104}, \frac{1}{207052390437262131210444466307584053656383760327332172361573876832862208}, \frac{1}{414104780874524262420888932615168107312767520654664344723147753665724416}, \frac{1}{828209561749048524841777865230336214625535041309328689446295507331448832}, \frac{1}{1656419123498097049683555730460672429251070082618657378892591014662897664}, \frac{1}{3312838246996194099367111460921344858502140165237314757785182029325795328}, \frac{1}{6625676493992388198734222921842689717004280330474629515570364058651590656}, \frac{1}{13251352987984776397468445843685379434008560660949259031140728117303111312}, \frac{1}{26502705975969552794936891687370758868017121321898518062281456234606222624}, \frac{1}{53005411951939105589873783374741517736034242643797036124562912469212445248}, \frac{1}{106010823903878211179747566749483035472068485287594072249125824938424890496}, \frac{1}{212021647807756422359495133498966070944136970575188144498251649876849780992}, \frac{1}{424043295615512844718990266997932141888273941150376288996503299753699561984}, \frac{1}{848086591231025689437980533995864283776547882300752577993006599507399123968}, \frac{1}{1696173182462051378875961067991728567553095764601505155986013199014798247936}, \frac{1}{3392346364924102757751922135983457135106191529203010311972026398029596495872}, \frac{1}{6784692729848205515503844271966914270212383058406020623944052796059192991744}, \frac{1}{13569385459696411031007688543933828540424766116812041247888105592118385983488}, \frac{1}{27138770919392822062015377087867677080849532233624082495776211184376771966976}, \frac{1}{54277541838785644124030754175735354161699064467248164991552422368753543933952}, \frac{1}{108555083677571288248061508351470708323398129334496329983104844737507087867904}, \frac{1}{217110167355142576496123016702941416646796258668992659806209689475014175735808}, \frac{1}{434220334710285152992246033405882833293592517337985319612419378950028351471616}, \frac{1}{868440669420570305984492066811765666587185034675970639224838757900056702943232}, \frac{1}{1736881338841140611968984133623531333174370069351941278449677515800113405886464}, \frac{1}{34737$ |

### A. Schranken, Beispielgewichte

[illegible]

### A. Schranken, Beispielgewichte

[illegible]

### A. Schranken, Beispielgewichte

[illegible]



### A. Schranken, Beispielgewichte

[illegible]

# A. Schranken, Beispielgewichte

| m   | $\min_{\zeta_{\text{Segalitär}}}^{\text{vollständig}}$ | erreichbare Richtungen für $\min_{\zeta_{\text{Segalitär}}}^{\text{vollständig}}$<br>Beispielgewichtsvektor für $\min_{\zeta_{\text{Segalitär}}}$                                                                                                                                                                                                   |
|-----|--------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 143 | $\frac{1}{35}$                                         | $\left( \begin{array}{c} 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 23, 24, 25, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 34, 35, 37, 38, 40, 41, 42, 43, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 53, 54, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 67, 68, 69, 70, 71 \\ \frac{1}{35} \end{array} \right)$                                                     |
| 145 | $\frac{1}{34}$                                         | $\left( \begin{array}{c} 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 11, 12, 13, 14, 16, 17, 18, 19, 21, 22, 24, 26, 27, 28, 31, 32, 33, 34, 36, 37, 38, 39, 41, 42, 43, 44, 46, 47, 48, 49, 51, 52, 53, 54, 56, 57, 59, 61, 62, 63, 64, 66, 67, 68, 69, 71, 72 \\ \frac{1}{34} \end{array} \right)$                                                                    |
| 146 | $\frac{1}{36}$                                         | $\left( \begin{array}{c} 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 35, 37, 39, 41, 43, 45, 47, 49, 51, 53, 55, 57, 59, 61, 63, 65, 67, 69, 71 \\ \frac{1}{36} \end{array} \right)$                                                                                                                                             |
| 147 | $\frac{1}{28}$                                         | $\left( \begin{array}{c} 1, 2, 4, 5, 8, 10, 11, 13, 16, 17, 19, 20, 22, 23, 25, 26, 29, 31, 32, 34, 37, 38, 40, 41, 43, 44, 46, 47, 50, 52, 53, 55, 58, 59, 61, 62, 64, 65, 67, 68, 71, 73 \\ \frac{1}{28} \end{array} \right)$                                                                                                                     |
| 148 | $\frac{1}{36}$                                         | $\left( \begin{array}{c} 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 35, 37, 39, 41, 43, 45, 47, 49, 51, 53, 55, 57, 59, 61, 63, 65, 67, 69, 71, 73 \\ \frac{1}{36} \end{array} \right)$                                                                                                                                         |
| 149 | $\frac{149}{5550}$                                     | $\left( \begin{array}{c} 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 74 \\ \frac{149}{5550} \end{array} \right)$ |

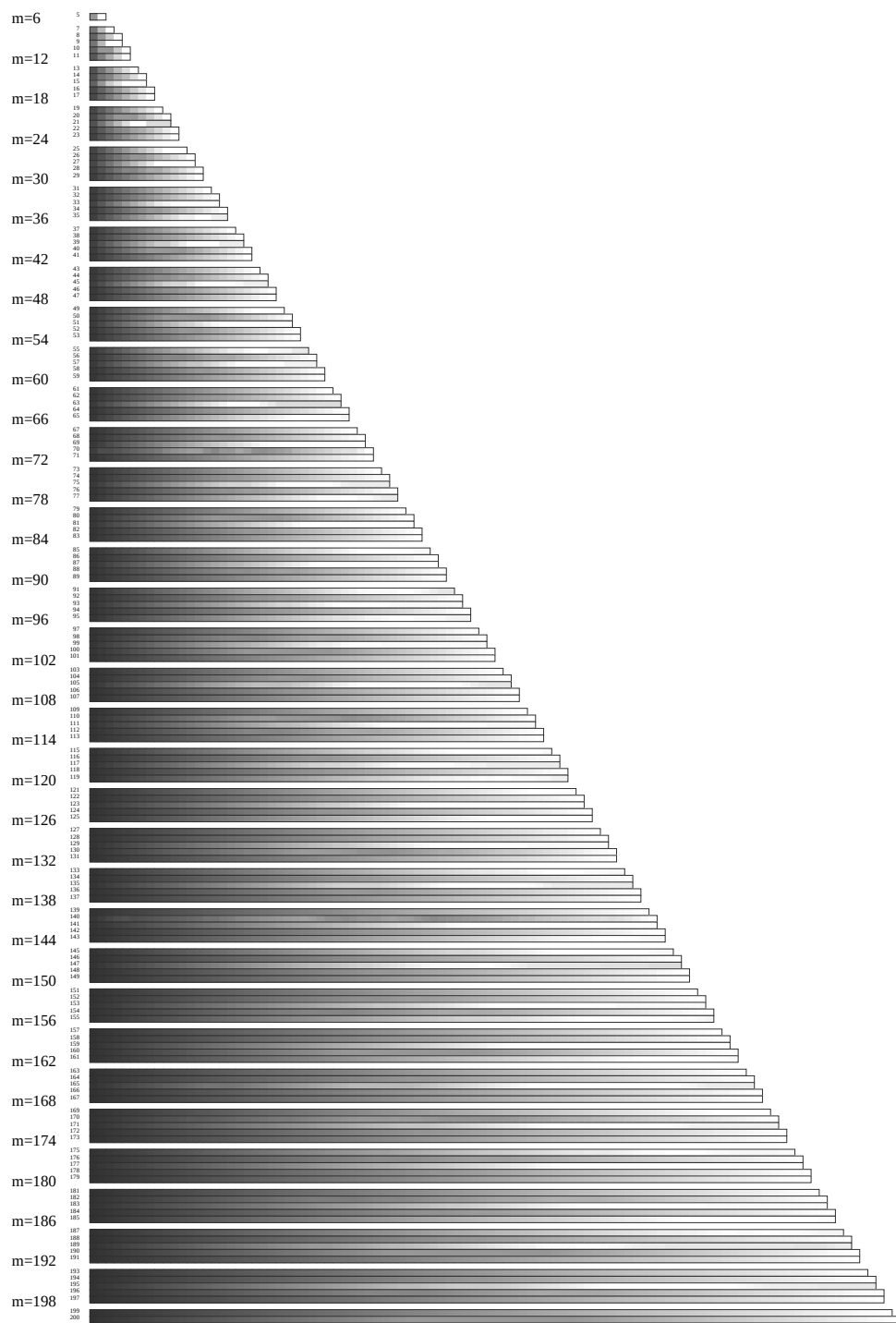
#### **A.2.5. Minimum, vollständig egalitär als Grafik**

Nachdem die Beispielvektoren sehr lang sind, hier der Versuch durch Grafiken eine bessere Übersicht zu bieten:

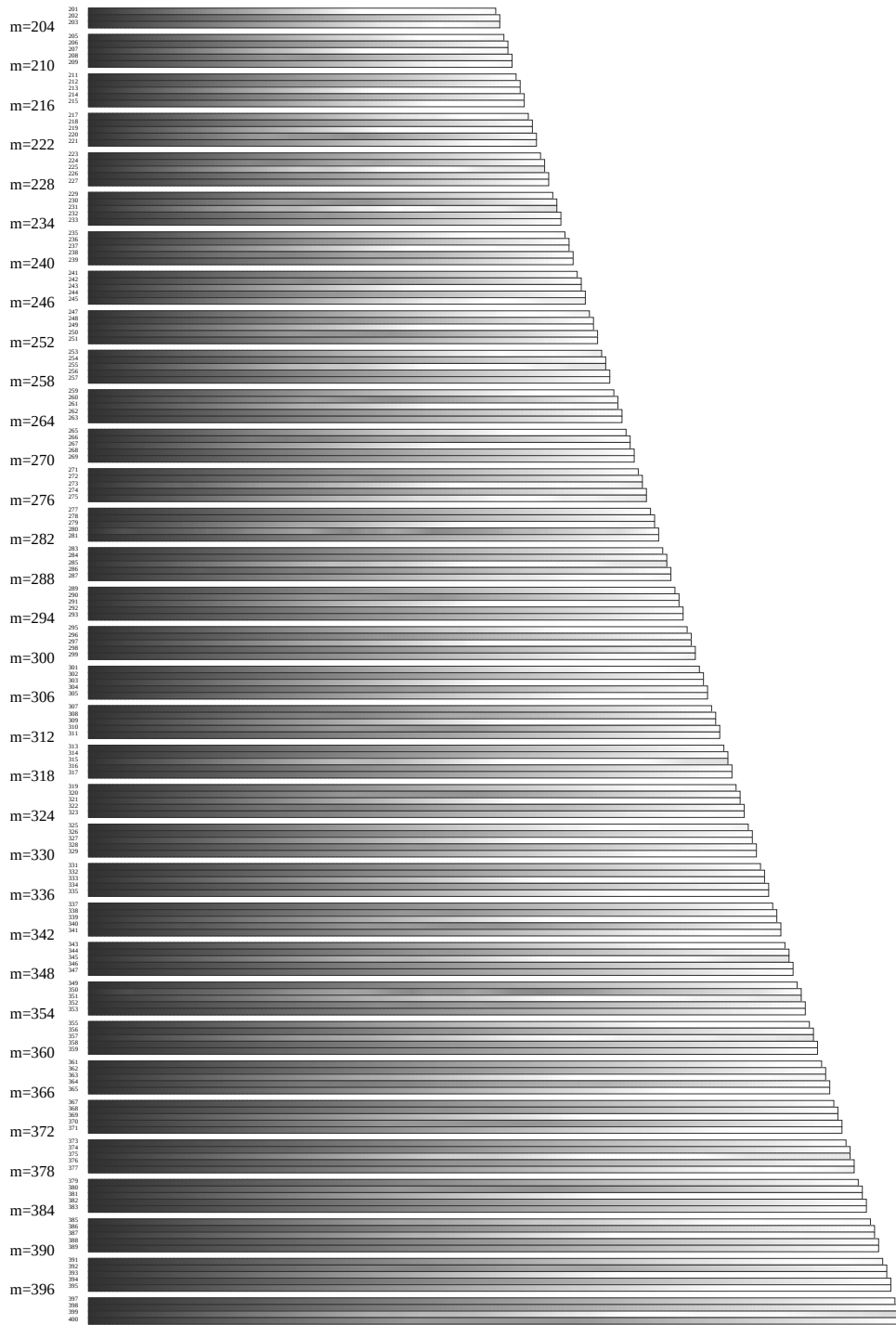
Zu jedem  $m$  wurden die Werte des Beispielgewichtsvektors in Farben umgewandelt. Der kleinste Wert wird mit schwarz repräsentiert und der größte mit der hellsten Farbe.



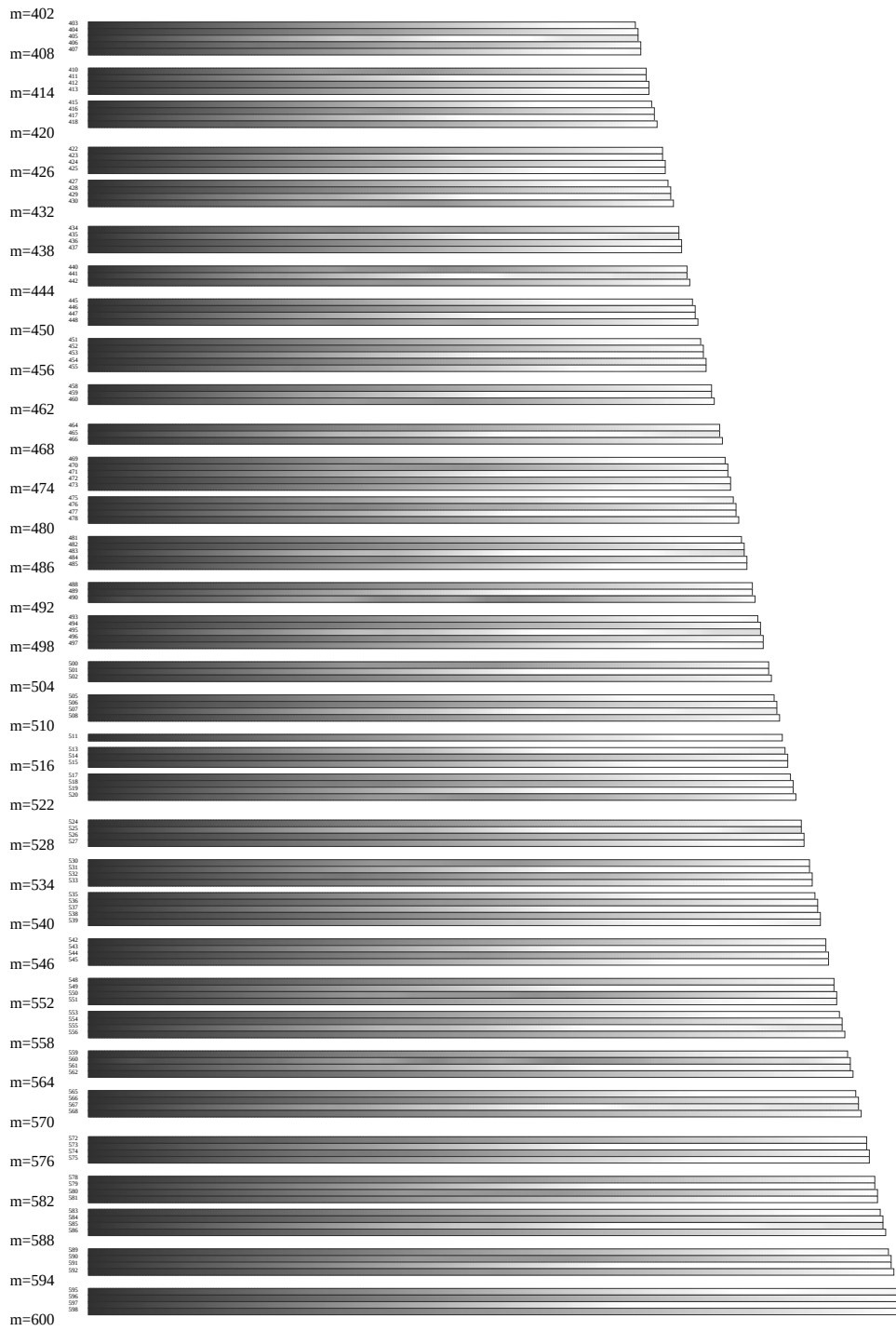
## A. Schranken, Beispielgewichte



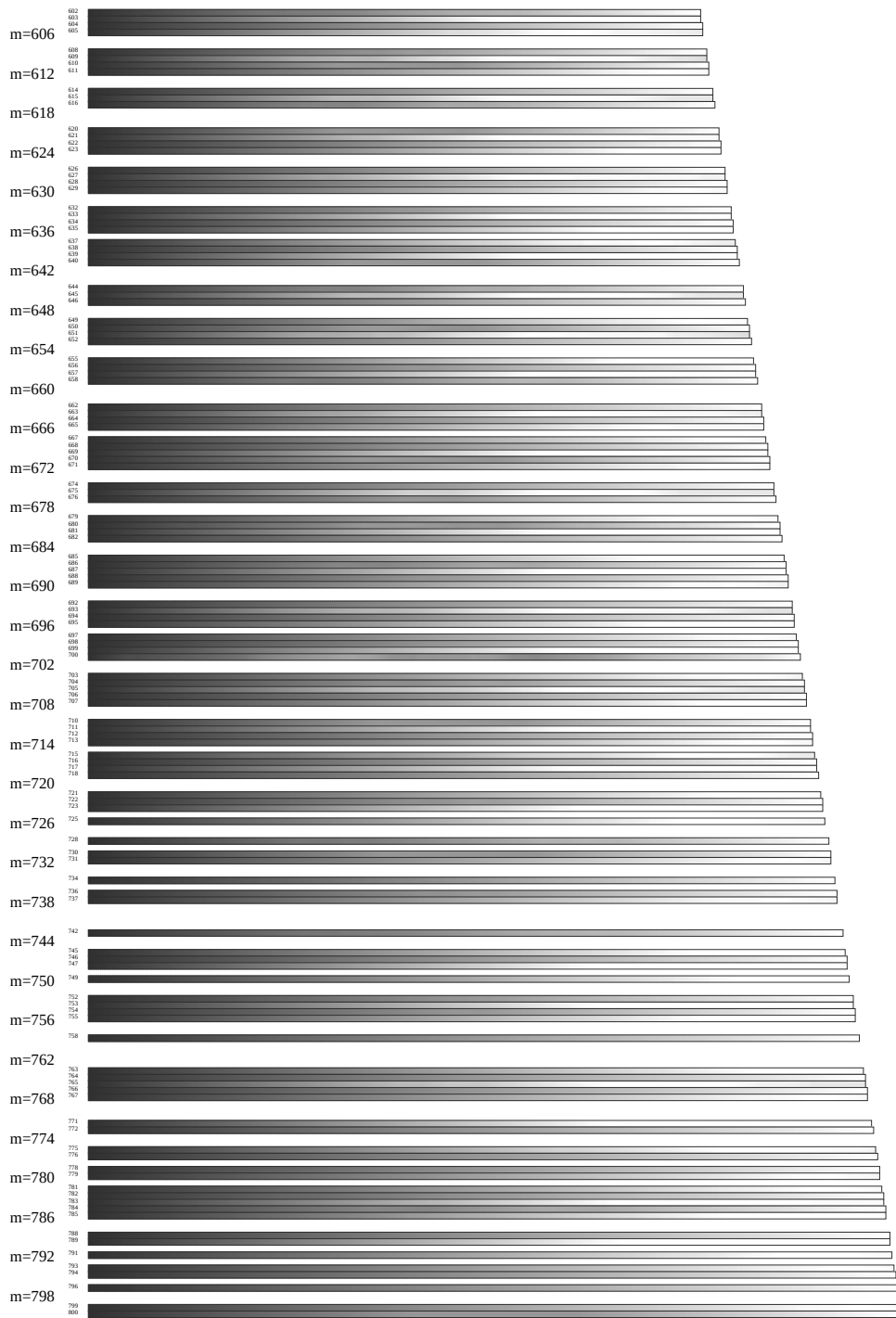
## A. Schranken, Beispielgewichte



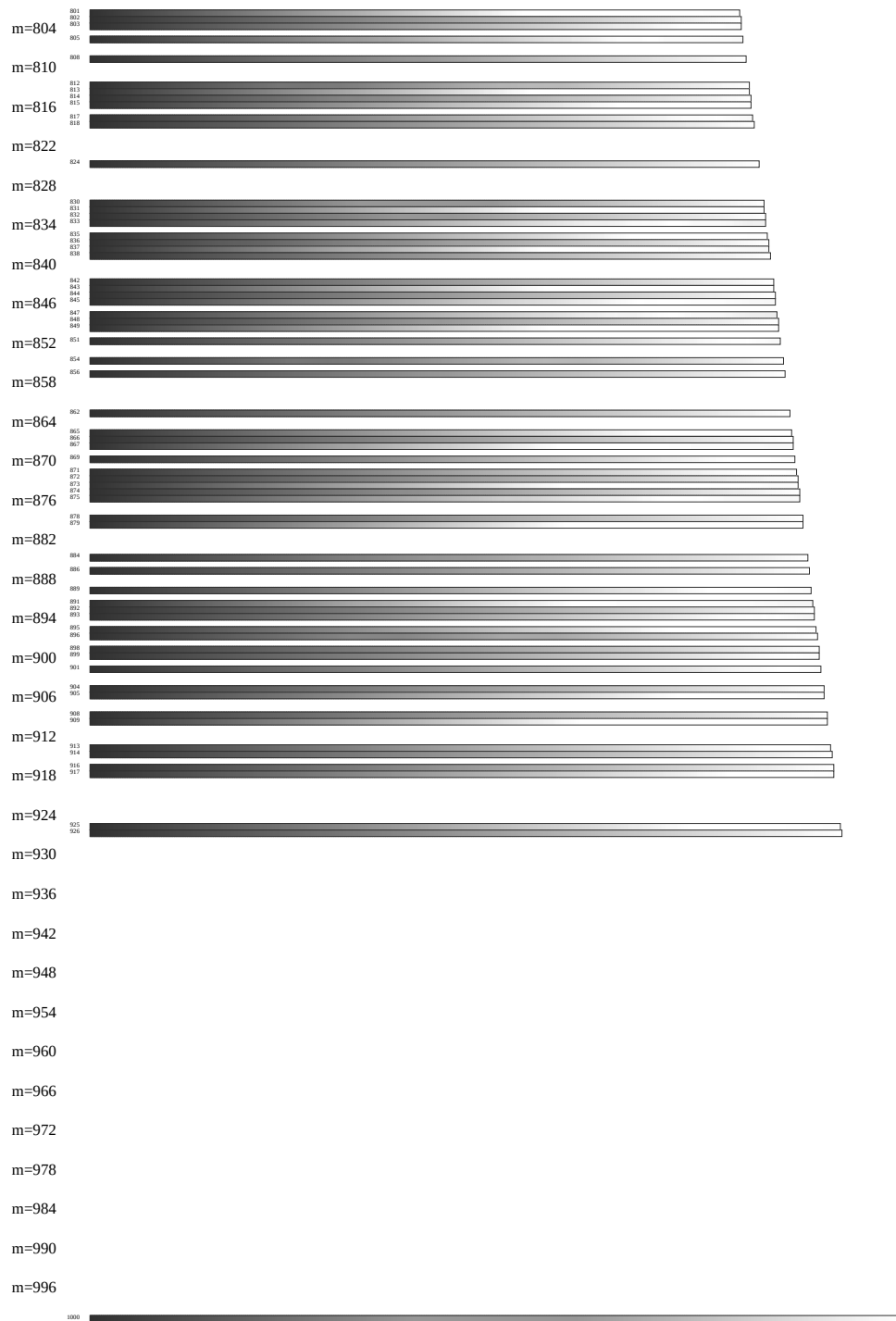
# A. Schranken, Beispielgewichte



## A. Schranken, Beispielgewichte



## A. Schranken, Beispielgewichte



# A. Schranken, Beispielgewichte

## A.2.6. Maximum, vollständig egalitär

| m  | $\max \zeta_{\text{egalitär}}^{\text{vollständig}}$ | erreichbare Richtungen für $\max \zeta_{\text{egalitär}}^{\text{vollständig}}$<br>Beispielgewichtsvektor für $\max \zeta_{\text{egalitär}}^{\text{vollständig}}$                                           |
|----|-----------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 4  | 1                                                   | $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$                                                                                                                                                                 |
| 5  | $\frac{5}{3}$                                       | $\begin{pmatrix} 1, 2 \\ \frac{5}{3} & \frac{5}{6} \end{pmatrix}$                                                                                                                                          |
| 7  | $\frac{7}{4}$                                       | $\begin{pmatrix} 1, 2, 3 \\ \frac{7}{4} & \frac{7}{8} & \frac{7}{8} \end{pmatrix}$                                                                                                                         |
| 8  | 2                                                   | $\begin{pmatrix} 4 \\ \frac{3}{2} & 1 & \frac{1}{2} & 2 \end{pmatrix}$                                                                                                                                     |
| 9  | $\frac{3}{2}$                                       | $\begin{pmatrix} 1, 2, 3, 4 \\ \frac{3}{2} & \frac{1}{2} & \frac{3}{2} & 1 \end{pmatrix}$                                                                                                                  |
| 10 | 2                                                   | $\begin{pmatrix} 5 \\ 1 & \frac{3}{2} & \frac{1}{2} & 1 & 2 \end{pmatrix}$                                                                                                                                 |
| 11 | $\frac{11}{6}$                                      | $\begin{pmatrix} 1, 2, 3, 4, 5 \\ \frac{11}{6} & \frac{11}{12} & \frac{11}{12} & \frac{11}{12} & \frac{11}{12} \end{pmatrix}$                                                                              |
| 13 | $\frac{13}{7}$                                      | $\begin{pmatrix} 1, 2, 3, 4, 5, 6 \\ \frac{13}{7} & \frac{13}{14} & \frac{13}{14} & \frac{13}{14} & \frac{13}{14} & \frac{13}{14} \end{pmatrix}$                                                           |
| 14 | 2                                                   | $\begin{pmatrix} 7 \\ \frac{4}{3} & \frac{7}{6} & \frac{1}{3} & \frac{5}{3} & \frac{5}{6} & \frac{2}{3} & 2 \end{pmatrix}$                                                                                 |
| 15 | $\frac{3}{2}$                                       | $\begin{pmatrix} 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 \\ \frac{3}{2} & \frac{1}{2} & \frac{3}{2} & \frac{1}{2} & \frac{3}{2} & 1 & 1 \end{pmatrix}$                                                                         |
| 16 | 2                                                   | $\begin{pmatrix} 8 \\ \frac{7}{4} & \frac{1}{2} & \frac{5}{4} & 1 & \frac{3}{4} & \frac{3}{2} & \frac{1}{4} & 2 \end{pmatrix}$                                                                             |
| 17 | $\frac{17}{9}$                                      | $\begin{pmatrix} 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 \\ \frac{17}{9} & \frac{17}{18} & \frac{17}{18} & \frac{17}{18} & \frac{17}{18} & \frac{17}{18} & \frac{17}{18} & \frac{17}{18} \end{pmatrix}$                     |
| 19 | $\frac{19}{10}$                                     | $\begin{pmatrix} 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 \\ \frac{19}{10} & \frac{19}{20} & \frac{19}{20} & \frac{19}{20} & \frac{19}{20} & \frac{19}{20} & \frac{19}{20} & \frac{19}{20} & \frac{19}{20} \end{pmatrix}$ |
| 20 | 2                                                   | $\begin{pmatrix} 10 \\ \frac{7}{4} & \frac{1}{2} & \frac{5}{4} & 1 & 1 & 1 & \frac{3}{4} & \frac{3}{2} & \frac{1}{4} & 2 \end{pmatrix}$                                                                    |
| 21 | $\frac{3}{2}$                                       | $\begin{pmatrix} 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 \\ \frac{3}{2} & 1 & \frac{3}{4} & \frac{3}{2} & \frac{1}{2} & \frac{5}{4} & \frac{3}{2} & \frac{1}{4} & \frac{3}{2} & \frac{3}{4} \end{pmatrix}$           |
| 22 | 2                                                   | $\begin{pmatrix} 11 \\ \frac{29}{18} & \frac{7}{9} & \frac{8}{9} & \frac{13}{9} & \frac{2}{9} & \frac{16}{9} & \frac{5}{9} & \frac{10}{9} & \frac{11}{9} & \frac{7}{18} & 2 \end{pmatrix}$                 |

# A. Schranken, Beispielgewichte

| m  | $\max \zeta_{\text{egalitär}}^{\text{vollständig}}$ | erreichbare Richtungen für $\max \zeta_{\text{egalitär}}^{\text{vollständig}}$<br>Beispielgewichtsvektor für $\max \zeta_{\text{egalitär}}^{\text{vollständig}}$                                                                                                                                                                                                                 |
|----|-----------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 23 | $\frac{23}{12}$                                     | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11<br>( $\frac{23}{12}$ $\frac{23}{24}$ $\frac{23}{24}$ $\frac{23}{24}$ $\frac{23}{24}$ $\frac{23}{24}$ $\frac{23}{24}$ $\frac{23}{24}$ $\frac{23}{24}$ $\frac{23}{24}$ $\frac{23}{24}$ )                                                                                                                                                         |
| 25 | $\frac{25}{13}$                                     | 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 11, 12<br>( $\frac{25}{13}$ $\frac{5}{13}$ $\frac{20}{13}$ $\frac{5}{13}$ $\frac{20}{13}$ $\frac{15}{26}$ $\frac{35}{26}$ $\frac{10}{13}$ $\frac{15}{13}$ $\frac{25}{26}$ $\frac{25}{26}$ $\frac{25}{26}$ )                                                                                                                                              |
| 26 | 2                                                   | 13<br>( $\frac{57}{34}$ $\frac{11}{17}$ $\frac{18}{17}$ $\frac{21}{17}$ $\frac{8}{17}$ $\frac{31}{17}$ $\frac{3}{17}$ $\frac{26}{17}$ $\frac{13}{17}$ $\frac{16}{17}$ $\frac{23}{17}$ $\frac{11}{34}$ 2 )                                                                                                                                                                        |
| 27 | $\frac{3}{2}$                                       | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13<br>( $\frac{3}{2}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{3}{4}$ )                                                                                                                                                         |
| 28 | 2                                                   | 14<br>( $\frac{11}{6}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{4}{3}$ $\frac{5}{6}$ 1 $\frac{7}{6}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{4}{3}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{5}{3}$ $\frac{1}{6}$ 2 )                                                                                                                                                                                           |
| 29 | $\frac{29}{15}$                                     | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14<br>( $\frac{29}{15}$ $\frac{29}{30}$ $\frac{29}{30}$ $\frac{29}{30}$ $\frac{29}{30}$ $\frac{29}{30}$ $\frac{29}{30}$ $\frac{29}{30}$ $\frac{29}{30}$ $\frac{29}{30}$ $\frac{29}{30}$ $\frac{29}{30}$ $\frac{29}{30}$ )                                                                                                             |
| 31 | $\frac{31}{16}$                                     | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15<br>( $\frac{31}{16}$ $\frac{31}{32}$ $\frac{31}{32}$ $\frac{31}{32}$ $\frac{31}{32}$ $\frac{31}{32}$ $\frac{31}{32}$ $\frac{31}{32}$ $\frac{31}{32}$ $\frac{31}{32}$ $\frac{31}{32}$ $\frac{31}{32}$ $\frac{31}{32}$ $\frac{31}{32}$ )                                                                                         |
| 32 | 2                                                   | 16<br>( $\frac{15}{8}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{13}{8}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{11}{8}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{9}{8}$ 1 $\frac{7}{8}$ $\frac{5}{4}$ $\frac{5}{8}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{3}{8}$ $\frac{7}{4}$ $\frac{1}{8}$ 2 )                                                                                                                                                             |
| 33 | $\frac{3}{2}$                                       | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16<br>( $\frac{3}{2}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{5}{4}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{3}{4}$ 1 $\frac{3}{4}$ )                                                                                                 |
| 34 | 2                                                   | 17<br>( $\frac{58}{33}$ $\frac{16}{33}$ $\frac{14}{11}$ $\frac{21}{22}$ $\frac{9}{11}$ $\frac{31}{22}$ $\frac{4}{11}$ $\frac{41}{22}$ $\frac{3}{22}$ $\frac{18}{11}$ $\frac{13}{22}$ $\frac{13}{11}$ $\frac{23}{22}$ $\frac{8}{11}$ $\frac{50}{33}$ $\frac{8}{33}$ 2 )                                                                                                           |
| 35 | $\frac{19}{10}$                                     | 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 11, 12, 13, 16, 17<br>( $\frac{19}{10}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{8}{5}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{7}{5}$ $\frac{3}{5}$ $\frac{13}{10}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{11}{10}$ $\frac{11}{10}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{6}{5}$ $\frac{7}{10}$ $\frac{6}{5}$ 1 $\frac{9}{10}$ 1 )                                                                                                   |
| 37 | $\frac{37}{19}$                                     | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18<br>( $\frac{37}{19}$ $\frac{37}{38}$ $\frac{37}{38}$ $\frac{37}{38}$ $\frac{37}{38}$ $\frac{37}{38}$ $\frac{37}{38}$ $\frac{37}{38}$ $\frac{37}{38}$ $\frac{37}{38}$ $\frac{37}{38}$ $\frac{37}{38}$ $\frac{37}{38}$ $\frac{37}{38}$ $\frac{37}{38}$ )                                                             |
| 38 | 2                                                   | 19<br>( $\frac{91}{51}$ $\frac{22}{51}$ $\frac{23}{17}$ $\frac{29}{34}$ $\frac{16}{17}$ $\frac{43}{34}$ $\frac{9}{17}$ $\frac{57}{34}$ $\frac{2}{17}$ $\frac{32}{17}$ $\frac{11}{34}$ $\frac{25}{17}$ $\frac{25}{34}$ $\frac{18}{17}$ $\frac{39}{34}$ $\frac{11}{17}$ $\frac{80}{51}$ $\frac{11}{51}$ 2 )                                                                        |
| 39 | $\frac{3}{2}$                                       | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19<br>( $\frac{3}{2}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{5}{4}$ $\frac{3}{4}$ 1 $\frac{3}{4}$ $\frac{3}{4}$ )                                                         |
| 40 | 2                                                   | 20<br>( $\frac{15}{8}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{13}{8}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{11}{8}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{9}{8}$ 1 1 1 1 1 $\frac{7}{8}$ $\frac{5}{4}$ $\frac{5}{8}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{3}{8}$ $\frac{7}{4}$ $\frac{1}{8}$ 2 )                                                                                                                                                     |
| 41 | $\frac{41}{21}$                                     | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20<br>( $\frac{41}{21}$ $\frac{41}{42}$ $\frac{41}{42}$ $\frac{41}{42}$ $\frac{41}{42}$ $\frac{41}{42}$ $\frac{41}{42}$ $\frac{41}{42}$ $\frac{41}{42}$ $\frac{41}{42}$ $\frac{41}{42}$ $\frac{41}{42}$ $\frac{41}{42}$ $\frac{41}{42}$ $\frac{41}{42}$ $\frac{41}{42}$ $\frac{41}{42}$ $\frac{41}{42}$ )     |
| 43 | $\frac{43}{22}$                                     | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21<br>( $\frac{43}{22}$ $\frac{43}{44}$ $\frac{43}{44}$ $\frac{43}{44}$ $\frac{43}{44}$ $\frac{43}{44}$ $\frac{43}{44}$ $\frac{43}{44}$ $\frac{43}{44}$ $\frac{43}{44}$ $\frac{43}{44}$ $\frac{43}{44}$ $\frac{43}{44}$ $\frac{43}{44}$ $\frac{43}{44}$ $\frac{43}{44}$ $\frac{43}{44}$ $\frac{43}{44}$ ) |
| 44 | 2                                                   | 22<br>( $\frac{19}{10}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{17}{10}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{3}{5}$ $\frac{13}{10}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{6}{5}$ $\frac{9}{10}$ 1 $\frac{11}{10}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{6}{5}$ $\frac{7}{10}$ $\frac{7}{5}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{8}{5}$ $\frac{3}{10}$ $\frac{9}{5}$ $\frac{1}{10}$ 2 )                                                                |

# A. Schranken, Beispielgewichte

| m  | $\max \zeta_{\text{Segalit\"ar}}^{\text{vollst\"andig}}$ | erreichbare Richtungen f\"ur $\max \zeta_{\text{Segalit\"ar}}^{\text{vollst\"andig}}$<br>Beispielgewichtsvektor f\"ur $\max \zeta_{\text{Segalit\"ar}}^{\text{vollst\"andig}}$                                                                                                                                                                                                                                                                         |
|----|----------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 45 | $\frac{3}{2}$                                            | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22<br>( $\frac{3}{2} \frac{1}{3} \frac{4}{3} \frac{1}{2} \frac{3}{2} \frac{2}{3} \frac{3}{2} \frac{1}{2} \frac{3}{2} \frac{2}{3} \frac{3}{2} \frac{4}{3} \frac{2}{3} \frac{3}{2} \frac{5}{6} \frac{4}{3} 1 1 \frac{5}{6} \frac{5}{6} 1$ )                                                                                                                                   |
| 46 | 2                                                        | 23<br>( $\frac{299}{164} \frac{29}{82} \frac{241}{164} \frac{29}{41} \frac{46}{41} \frac{43}{41} \frac{32}{41} \frac{57}{41} \frac{18}{41} \frac{71}{41} \frac{4}{41} \frac{78}{41} \frac{11}{41} \frac{64}{41} \frac{25}{41} \frac{50}{41} \frac{39}{41} \frac{36}{41} \frac{53}{41} \frac{87}{164} \frac{135}{82} \frac{29}{164} 2$ )                                                                                                                |
| 47 | $\frac{47}{24}$                                          | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23<br>( $\frac{47}{24} \frac{47}{48} \frac{47}{48} \frac{47}{48} \frac{47}{48} \frac{47}{48} \frac{47}{48} \frac{47}{48} \frac{47}{48} \frac{47}{48} \frac{47}{48} \frac{47}{48} \frac{47}{48} \frac{47}{48} \frac{47}{48} \frac{47}{48} \frac{47}{48} \frac{47}{48} \frac{47}{48} \frac{47}{48} \frac{47}{48}$ )                                                       |
| 49 | $\frac{49}{25}$                                          | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 22, 23, 24<br>( $\frac{49}{25} \frac{7}{25} \frac{42}{25} \frac{21}{50} \frac{77}{50} \frac{21}{50} \frac{77}{50} \frac{14}{25} \frac{7}{5} \frac{21}{25} \frac{28}{25} \frac{21}{25} \frac{28}{25} \frac{49}{50} \frac{49}{50} \frac{49}{50} \frac{49}{50} \frac{49}{50} \frac{49}{50} \frac{49}{50} \frac{49}{50} \frac{49}{50} \frac{49}{50}$ )                                     |
| 50 | 2                                                        | 25<br>( $\frac{9}{5} \frac{2}{5} \frac{7}{5} \frac{4}{5} 1 \frac{7}{6} \frac{13}{15} \frac{4}{3} \frac{2}{3} \frac{3}{2} \frac{1}{2} \frac{23}{15} \frac{7}{15} \frac{3}{2} \frac{1}{2} \frac{4}{3} \frac{2}{3} \frac{17}{15} \frac{5}{6} 1 \frac{6}{5} \frac{3}{5} \frac{8}{5} \frac{1}{5} 2$ )                                                                                                                                                       |
| 51 | $\frac{3}{2}$                                            | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25<br>( $\frac{3}{2} \frac{3}{4} \frac{3}{2} \frac{3}{2} \frac{3}{2} 1 \frac{3}{2} \frac{3}{4} \frac{3}{2} \frac{3}{4} \frac{5}{4} \frac{3}{4} \frac{3}{4} \frac{3}{4} \frac{3}{4} \frac{3}{4} \frac{3}{4} \frac{3}{4} \frac{3}{4} \frac{3}{4} \frac{3}{4}$ )                                                                                                   |
| 52 | 2                                                        | 26<br>( $\frac{23}{12} \frac{1}{6} \frac{7}{4} \frac{1}{3} \frac{19}{12} \frac{1}{2} \frac{17}{12} \frac{2}{3} \frac{4}{3} \frac{3}{4} \frac{7}{6} \frac{11}{12} 1 \frac{13}{12} \frac{5}{6} \frac{5}{3} \frac{2}{3} \frac{4}{3} \frac{7}{12} \frac{3}{2} \frac{5}{12} \frac{5}{3} \frac{1}{4} \frac{11}{6} \frac{1}{12} 2$ )                                                                                                                          |
| 53 | $\frac{53}{27}$                                          | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26<br>( $\frac{53}{27} \frac{53}{54} \frac{53}{54} \frac{53}{54} \frac{53}{54} \frac{53}{54} \frac{53}{54} \frac{53}{54} \frac{53}{54} \frac{53}{54} \frac{53}{54} \frac{53}{54} \frac{53}{54} \frac{53}{54} \frac{53}{54} \frac{53}{54} \frac{53}{54} \frac{53}{54} \frac{53}{54} \frac{53}{54} \frac{53}{54}$ )                                           |
| 55 | $\frac{49}{25}$                                          | 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 12, 13, 14, 16, 17, 18, 19, 21, 23, 24, 26, 27<br>( $\frac{49}{25} \frac{1}{10} \frac{93}{50} \frac{1}{5} \frac{44}{25} \frac{3}{10} \frac{83}{50} \frac{2}{5} \frac{39}{25} \frac{1}{2} \frac{3}{2} \frac{14}{25} \frac{7}{5} \frac{33}{50} \frac{13}{25} \frac{19}{25} \frac{6}{5} \frac{43}{50} \frac{11}{10} \frac{24}{25} 1 1 \frac{49}{50} \frac{49}{50} \frac{49}{50} \frac{49}{50}$ )                                  |
| 56 | 2                                                        | 28<br>( $\frac{23}{12} \frac{1}{6} \frac{7}{4} \frac{1}{3} \frac{19}{12} \frac{1}{2} \frac{17}{12} \frac{2}{3} \frac{4}{3} \frac{2}{3} \frac{5}{4} \frac{5}{6} \frac{13}{12} 1 \frac{11}{12} \frac{7}{6} \frac{7}{4} \frac{4}{3} \frac{2}{3} \frac{4}{3} \frac{7}{12} \frac{3}{2} \frac{5}{12} \frac{5}{3} \frac{1}{4} \frac{11}{6} \frac{1}{12} 2$ )                                                                                                  |
| 57 | $\frac{3}{2}$                                            | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28<br>( $\frac{3}{2} \frac{3}{2} \frac{3}{2} \frac{3}{4} \frac{3}{2} \frac{5}{3} \frac{3}{2} \frac{3}{2} \frac{3}{2} \frac{3}{4} \frac{3}{4} 1 \frac{3}{4} \frac{3}{2} \frac{3}{4} \frac{3}{4} \frac{3}{4} \frac{3}{4} \frac{3}{4} \frac{3}{4} \frac{3}{4} \frac{3}{4}$ )                                                                           |
| 58 | 2                                                        | 29<br>( $\frac{307}{165} \frac{46}{165} \frac{87}{55} \frac{92}{165} \frac{43}{33} \frac{5}{6} \frac{34}{66} \frac{73}{66} \frac{25}{33} \frac{91}{66} \frac{16}{33} \frac{109}{66} \frac{7}{33} \frac{127}{66} \frac{5}{66} \frac{59}{33} \frac{23}{66} \frac{50}{33} \frac{41}{66} \frac{59}{66} \frac{32}{66} \frac{7}{6} \frac{23}{33} \frac{238}{165} \frac{23}{165} \frac{284}{165} \frac{23}{165} 2$ )                                          |
| 59 | $\frac{59}{30}$                                          | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29<br>( $\frac{59}{30} \frac{59}{60} \frac{59}{60} \frac{59}{60} \frac{59}{60} \frac{59}{60} \frac{59}{60} \frac{59}{60} \frac{59}{60} \frac{59}{60} \frac{59}{60} \frac{59}{60} \frac{59}{60} \frac{59}{60} \frac{59}{60} \frac{59}{60} \frac{59}{60} \frac{59}{60} \frac{59}{60} \frac{59}{60} \frac{59}{60}$ )                               |
| 61 | $\frac{61}{31}$                                          | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30<br>( $\frac{61}{31} \frac{61}{62} \frac{61}{62} \frac{61}{62} \frac{61}{62} \frac{61}{62} \frac{61}{62} \frac{61}{62} \frac{61}{62} \frac{61}{62} \frac{61}{62} \frac{61}{62} \frac{61}{62} \frac{61}{62} \frac{61}{62} \frac{61}{62} \frac{61}{62} \frac{61}{62} \frac{61}{62} \frac{61}{62} \frac{61}{62}$ )                           |
| 62 | 2                                                        | 31<br>( $\frac{402}{215} \frac{56}{215} \frac{346}{215} \frac{112}{215} \frac{58}{43} \frac{67}{86} \frac{47}{86} \frac{89}{86} \frac{36}{43} \frac{111}{86} \frac{25}{43} \frac{133}{86} \frac{14}{43} \frac{155}{86} \frac{3}{43} \frac{83}{86} \frac{17}{43} \frac{72}{86} \frac{39}{43} \frac{61}{86} \frac{50}{86} \frac{83}{86} \frac{39}{86} \frac{105}{86} \frac{28}{43} \frac{318}{215} \frac{84}{215} \frac{374}{215} \frac{28}{215} 2$ )    |
| 63 | $\frac{3}{2}$                                            | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31<br>( $\frac{3}{2} \frac{3}{4} \frac{3}{2} \frac{1}{2} \frac{3}{2} \frac{1}{2} \frac{3}{2} \frac{3}{4} \frac{3}{2} \frac{3}{2} \frac{3}{2} \frac{3}{2} \frac{3}{2} \frac{5}{4} \frac{3}{2} \frac{3}{2} 1 \frac{3}{4} \frac{3}{2} \frac{3}{4} \frac{5}{4} \frac{3}{4} 1 \frac{3}{4} \frac{5}{4} \frac{3}{4} \frac{3}{4} \frac{3}{4}$ ) |
| 64 | 2                                                        | 32<br>( $\frac{31}{16} \frac{1}{8} \frac{29}{16} \frac{1}{4} \frac{27}{16} \frac{3}{8} \frac{25}{16} \frac{1}{2} \frac{23}{16} \frac{5}{8} \frac{21}{16} \frac{3}{8} \frac{19}{16} \frac{7}{8} \frac{17}{16} 1 \frac{15}{16} \frac{9}{8} \frac{13}{16} \frac{5}{4} \frac{11}{16} \frac{11}{8} \frac{9}{16} \frac{3}{2} \frac{7}{16} \frac{13}{8} \frac{5}{16} \frac{7}{4} \frac{3}{16} \frac{15}{8} \frac{1}{16} 2$ )                                  |



A. Schranken, Beispielgewichte

| m  | $\max \zeta_{\text{egalitär}}^{\text{vollständig}}$ | erreichbare Richtungen für $\max \zeta_{\text{egalitär}}^{\text{vollständig}}$<br>Beispielgewichtsvektor für $\max \zeta_{\text{egalitär}}^{\text{vollständig}}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|----|-----------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 65 | $\frac{65}{33}$                                     | $(\frac{65}{33}, \frac{3}{22}, \frac{11}{6}, \frac{3}{11}, \frac{56}{33}, \frac{4}{11}, \frac{53}{33}, \frac{14}{33}, \frac{17}{33}, \frac{101}{33}, \frac{5}{11}, \frac{50}{33}, \frac{95}{66}, \frac{2}{33}, \frac{43}{66}, \frac{53}{66}, \frac{7}{33}, \frac{29}{66}, \frac{12}{33}, \frac{59}{66}, \frac{71}{66}, \frac{10}{33}, \frac{35}{66}, \frac{65}{66}, \frac{65}{66}, \frac{65}{66})$<br>1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 11, 12, 14, 16, 17, 18, 19, 21, 22, 23, 24, 27, 28, 29, 31, 32                                                                                                                                                                                                                       |
| 67 | $\frac{67}{34}$                                     | $(\frac{67}{34}, \frac{67}{68}, \frac{67}{68}, \frac{67}{68}, \frac{67}{68}, \frac{67}{68}, \frac{67}{68}, \frac{67}{68}, \frac{67}{68}, \frac{67}{68}, \frac{67}{68}, \frac{67}{68}, \frac{67}{68}, \frac{67}{68}, \frac{67}{68}, \frac{67}{68}, \frac{67}{68}, \frac{67}{68}, \frac{67}{68}, \frac{67}{68}, \frac{67}{68}, \frac{67}{68}, \frac{67}{68}, \frac{67}{68})$<br>1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33                                                                                                                                                                                                            |
| 68 | 2                                                   | $(\frac{31}{16}, \frac{1}{8}, \frac{29}{16}, \frac{1}{16}, \frac{27}{16}, \frac{3}{8}, \frac{25}{16}, \frac{1}{16}, \frac{23}{16}, \frac{5}{8}, \frac{21}{16}, \frac{3}{16}, \frac{19}{16}, \frac{7}{8}, \frac{17}{16}, \frac{1}{16}, \frac{15}{16}, \frac{9}{16}, \frac{13}{16}, \frac{5}{8}, \frac{11}{16}, \frac{9}{16}, \frac{3}{16}, \frac{7}{16}, \frac{13}{8}, \frac{5}{16}, \frac{7}{16}, \frac{15}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{2})$<br>34                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| 69 | $\frac{3}{2}$                                       | $(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3}{2})$<br>1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34                                                                                                                                                                                                                                           |
| 70 | 2                                                   | $(\frac{13}{7}, \frac{2}{7}, \frac{11}{7}, \frac{4}{7}, \frac{9}{7}, \frac{6}{7}, \frac{1}{7}, \frac{13}{14}, \frac{17}{14}, \frac{5}{14}, \frac{19}{14}, \frac{4}{14}, \frac{3}{14}, \frac{3}{7}, \frac{11}{7}, \frac{1}{2}, \frac{3}{7}, \frac{11}{7}, \frac{10}{9}, \frac{9}{14}, \frac{11}{14}, \frac{15}{14}, \frac{1}{14}, \frac{8}{7}, \frac{7}{7}, \frac{13}{8}, \frac{5}{16}, \frac{7}{16}, \frac{3}{16}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$<br>35                                                                                                                                                                                                                                                                |
| 71 | $\frac{71}{36}$                                     | $(\frac{71}{36}, \frac{71}{72}, \frac{71}{72}, \frac{71}{72}, \frac{71}{72}, \frac{71}{72}, \frac{71}{72}, \frac{71}{72}, \frac{71}{72}, \frac{71}{72}, \frac{71}{72}, \frac{71}{72}, \frac{71}{72}, \frac{71}{72}, \frac{71}{72}, \frac{71}{72}, \frac{71}{72}, \frac{71}{72}, \frac{71}{72}, \frac{71}{72}, \frac{71}{72}, \frac{71}{72}, \frac{71}{72}, \frac{71}{72}, \frac{71}{72})$<br>1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35                                                                                                                                                                                     |
| 73 | $\frac{73}{37}$                                     | $(\frac{73}{37}, \frac{73}{74}, \frac{73}{74}, \frac{73}{74}, \frac{73}{74}, \frac{73}{74}, \frac{73}{74}, \frac{73}{74}, \frac{73}{74}, \frac{73}{74}, \frac{73}{74}, \frac{73}{74}, \frac{73}{74}, \frac{73}{74}, \frac{73}{74}, \frac{73}{74}, \frac{73}{74}, \frac{73}{74}, \frac{73}{74}, \frac{73}{74}, \frac{73}{74}, \frac{73}{74}, \frac{73}{74}, \frac{73}{74}, \frac{73}{74})$<br>1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36                                                                                                                                                                                 |
| 74 | 2                                                   | $(\frac{1573}{726}, \frac{79}{242}, \frac{485}{363}, \frac{158}{242}, \frac{1057}{363}, \frac{79}{242}, \frac{150}{242}, \frac{105}{121}, \frac{124}{121}, \frac{131}{121}, \frac{98}{121}, \frac{157}{121}, \frac{72}{121}, \frac{183}{121}, \frac{46}{121}, \frac{19}{121}, \frac{20}{121}, \frac{235}{121}, \frac{7}{121}, \frac{222}{121}, \frac{3}{121}, \frac{196}{121}, \frac{59}{121}, \frac{170}{121}, \frac{85}{121}, \frac{144}{121}, \frac{111}{121}, \frac{118}{121}, \frac{137}{121}, \frac{92}{121}, \frac{463}{121}, \frac{568}{121}, \frac{79}{121}, \frac{647}{121}, \frac{79}{121}, \frac{2}{121})$<br>37                                                                                       |
| 75 | $\frac{3}{2}$                                       | $(\frac{3}{2}, \frac{7}{22}, \frac{6}{22}, \frac{14}{22}, \frac{8}{11}, \frac{14}{11}, \frac{7}{11}, \frac{8}{11}, \frac{14}{11}, \frac{7}{11}, \frac{8}{11}, \frac{14}{11}, \frac{7}{11}, \frac{8}{11}, \frac{14}{11}, \frac{7}{11}, \frac{8}{11}, \frac{14}{11}, \frac{7}{11}, \frac{8}{11}, \frac{14}{11}, \frac{7}{11}, \frac{8}{11}, \frac{14}{11}, \frac{7}{11}, \frac{8}{11})$<br>1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37                                                                                                                                                                                 |
| 76 | 2                                                   | $(\frac{25}{18}, \frac{1}{9}, \frac{11}{6}, \frac{2}{9}, \frac{31}{18}, \frac{1}{18}, \frac{29}{18}, \frac{4}{9}, \frac{55}{36}, \frac{19}{36}, \frac{17}{36}, \frac{12}{36}, \frac{36}{36}, \frac{4}{36}, \frac{36}{36}, \frac{12}{36}, \frac{18}{36}, \frac{11}{18}, \frac{19}{18}, \frac{11}{18}, \frac{17}{18}, \frac{1}{18}, \frac{41}{18}, \frac{29}{18}, \frac{5}{18}, \frac{25}{18}, \frac{49}{36}, \frac{7}{18}, \frac{53}{36}, \frac{17}{36}, \frac{14}{9}, \frac{7}{18}, \frac{5}{16}, \frac{1}{9}, \frac{1}{17}, \frac{1}{18}, \frac{1}{2})$<br>38                                                                                                                                                     |
| 77 | $\frac{77}{39}$                                     | $(\frac{77}{39}, \frac{1}{12}, \frac{295}{156}, \frac{7}{52}, \frac{287}{156}, \frac{11}{52}, \frac{275}{156}, \frac{10}{52}, \frac{67}{156}, \frac{33}{52}, \frac{517}{156}, \frac{119}{156}, \frac{497}{156}, \frac{137}{156}, \frac{479}{156}, \frac{51}{156}, \frac{463}{156}, \frac{179}{156}, \frac{437}{156}, \frac{191}{156}, \frac{425}{156}, \frac{217}{156}, \frac{133}{104}, \frac{113}{104}, \frac{5}{104}, \frac{21}{26}, \frac{7}{39}, \frac{32}{13}, \frac{15}{13}, \frac{43}{52}, \frac{179}{52}, \frac{67}{78}, \frac{29}{26}, \frac{49}{52}, \frac{161}{156}, \frac{77}{78})$<br>1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 13, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 23, 24, 25, 26, 27, 29, 30, 31, 32, 34, 36, 37, 38 |

### A. Schranken, Beispielgewichte

[illegible]





### A. Schranken, Beispielgewichte

[illegible]

### A. Schranken, Beispielgewichte

[illegible]

### A. Schranken, Beispielgewichte

[illegible]

### A. Schranken, Beispielgewichte

[illegible]



## B. Literatur, Abbildungsverzeichnis

### Literatur

- [1] Ioana Constantinescu and [Werner Heise](#), A Metric for Codes over Residue Class Rings - In: [Problems of Information Transmission](#), 33 (3): 208-219, 1997
- [2] [Thomas Honold](#) and [Werner Heise](#), Homogeneous and Egalitarian Weights on Finite Rings - Bei: [ACCT-2000](#), Bansko, Bulgaria, 2000
- [3] [Song Y. Yan](#), Number Theory for Computing, Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2000, ISBN 3-540-65472-0
- [4] [Steven Obua](#), Schranken für egalitäre Gewichte auf  $\mathbb{Z}_m$ , Technische Universität München, 2001
- [5] [Werner Heise](#), Ludger Hemme, [Thomas Honold](#) and [Steven Obua](#), Bounds for Egalitarian Weights on  $\mathbb{Z}_m$  - Bei: [Euroworkshop: Optimal Codes and Related topics](#), Sunny Beach, Bulgaria, 2001
- [6] [Thomas Honold](#), Lineare Codes über endlichen Ringen, Habilitationsschrift an der Technische Universität München, 2000
- [7] Uwe Schöning, Algorithmen - kurz gefasst, Heidelberg; Berlin: Spektrum, Akad. Verl., 1997, ISBN 3-8274-0232-8
- [8] Hans-Jakob Lüthi, [Lineare und quadratische Optimierung](#), Skript zur Vorlesung, Sommersemester 2002
- [9] [Gottfried Tinhofer](#), [Optimierung 1 \(Lineare Optimierung\)](#), Skript zur Vorlesung, Sommersemester 2002
- [10] [Gottfried Tinhofer](#), [Optimierung 2 \(Kombinatorische Optimierung\)](#), Skript zur Vorlesung, Wintersemester 2002/2003
- [11] [The MathWorks, Inc.](#), [Online Documentation for MathWorks Product MATLAB](#)
- [12] Henrik Schachner und andere, [Programmieren in ANSI-C - Eine Kurzanleitung](#), Universität Regensburg, Online-Manual, Version 2.5 / April 1999
- [13] Heinz Tschabitscher, [Einführung in C++](#), Online-Manual, 25.04.2003
- [14] Thomas Williams & Colin Kelley, [gnuplot - An Interactive Plotting Program](#), Online-Manual, 1998
- [15] Bruno Haible, [CLN - Class Library for Numbers](#), C++ library V. 1.0.3, 13.01.2000
- [16] Jürgen Weinelt, [Der L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X-Index](#), Online-Manual, 25.04.2003

## Abbildungsverzeichnis

|     |                                                                                                |    |
|-----|------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 1.  | Symmetrie in Def. 3.3 (VE II) - 1 . . . . .                                                    | 16 |
| 2.  | Symmetrie in Def. 3.3 (VE II) - 2 . . . . .                                                    | 17 |
| 3.  | Problemgröße im Zahlenbeispiel . . . . .                                                       | 26 |
| 4.  | Problemgröße im Zahlenbeispiel - Grafik1 . . . . .                                             | 27 |
| 5.  | Problemgröße im Zahlenbeispiel - Grafik2 . . . . .                                             | 28 |
| 6.  | normierte egalitäre Gewichte auf $\mathbb{Z}_5$ als Strecke . . . . .                          | 32 |
| 7.  | normierte egalitäre Gewichte auf $\mathbb{Z}_7$ als Fläche . . . . .                           | 33 |
| 8.  | normierte egalitäre Gewichte auf $\mathbb{Z}_8$ als Strecke . . . . .                          | 34 |
| 9.  | normierte vollständig egalitäre Gewichte auf $\mathbb{Z}_9$ als Fläche . . . . .               | 36 |
| 10. | normierte vollständig egalitäre Gewichte auf $\mathbb{Z}_{10}$ . . . . .                       | 38 |
| 11. | normierte vollständig egalitäre Gewichte auf $\mathbb{Z}_{15}$ . . . . .                       | 42 |
| 12. | Grafik: Schranken für normierte egalitäre und vollständig egalitäre Gewichte 2...170 . . . . . | 53 |
| 13. | Rechenzeit für Schranken von normierten egalitären Gewichten . . . . .                         | 54 |